Mathématiques appliqués

Mécanique

Livre de l'élève

Troisième secondaire

Mathématiques appliqués

Mécanique

Troisième secondaire

Livre de l'élève

Nom : ....

Classe : ....

Ecole : ....

Auteurs

Mr. Kamal Younis Kabsha

Prof.Dr. Abd-Elshafy Fahmi Abada

Prof.Dr. Nabil Tawfik Eldabe

Mr. Osama Gaber Abdelhafez

Mr. Magdy Abdelfatah Essafty

Introduction

بسم الله الرحمن الرحيم

يسعدنا ونحن نقدم هذا الكتاب أن نوضح الفلسفة التى تم فى ضوئها بناء المادة التعليمية ونوجزها فيمايلى:

يشهد عالم اليوم تطورًا علميًّا مستمرًا ، وجيل الغد يلزمه أن يتسلح بأدوات تطور عصر الغد؛ حتى يستطيع مواكبه الانفجار الهائل في العلوم المختلفة، وانطلاقًا من هذا المبدأ سعت وزارة التربية والتعليم إلى تطوير مناهجها عن طريق وضع المتعلم في موضع المستكشف للحقيقة العلمية بالإضافة إلى تدريب الطلاب على البحث العلمى في التفكير؛ لتصبح العقول هى أدوات التفكير العلمى وليست مخازن للحقائق العلمية.

ونحن نقدم هذا الكتاب « الميكانيكا» للصف الثالث الثانوى؛ ليكون أداة مساعدة يستنير بها أبناؤنا على التفكير العلمى، ويحفزهم على البحث والاستكشاف .

وفى ضوء ما سبق روعى فى كتاب « الميكانيكا » مايلى:

★ تقسيم الكتاب إلى وحدات متكاملة ومترابطة، لكل منها مقدمة توضح مخرجات التعلم المستهدفة ومخططٌ تنظيمى لها، والمصطلحات الواردة بها باللغة العربية والإنجليزية، ومقسمة إلى دروس يوضِّح الهدف من تدريسها للطالب تحت عنوان (سوف تتعلم). ويبدأ كل درس من دروس كل وحدة بالفكرة الأساسية لمحتوى الدرس، وروعى عرض المادة العلمية من السهل إلى الصعب، ويتضمن الدرس مجموعة من الأنشطة التى تربطه بالمواد الأخرى والحياة العملية، والتى تناسب القدرات المختلفة للطلاب، وتراعى الفروق الفردية من خلال بند (اكتشف الخطأ لمعالجة بعض الأخطاء الشائعة لدى الطلاب)، وتؤكد على العمل التعاونى، وتتكامل مع الموضوع، كما يتضمن الكتاب بعض القضايا المرتبطة بالبيئة المحيطة وكيفية معالجتها.

★ كما قُدِّم فى كل درس أمثلة تبدأ من السهل إلى الصعب، وتشمل مستويات التفكير المتنوعة، مع تدريبات عليها تحت عنوان (حاول أن تحل)، وينتهى كل درس ببند «تمارين»، ويشمل مسائل متنوعة، تتناول المفاهيم والمهارات التى درسها الطالب فى الدرس.

★ تنتهى كل وحدة بملخص للوحدة، يتناول المفاهيم والتعليمات الواردة بالوحدة، وتمارين عامة تشمل مسائل متنوعة على المفاهيم والمهارات التى درسها الطالب فى هذه الوحدة.

★ تُختم وحدات الكتاب باختبار تراكمى، يقيس بعض المهارات اللازمة لتحقيق مخرجات تعلم الوحدة.

★ ينتهى الكتاب باختبارات عامة، تشمل بعض المفاهيم والمهارات التي درسها الطالب.

وأخيرًا ..نتمنى أن نكون قد وفقنا فى إنجاز هذا العمل لما فيه خير لأولادنا، ولمصرنا العزيزة.

والله من وراء القصد، وهو يهدى إلى سواء السبيل

Sommaire

[1] Statique

Unité 1: Frottement

1 - 1 **Équilibre d'un corps sur un plan horizontal rugueux.** 4

1 - 2 **Équilibre d'un corps sur un plan incliné rugueux.** 13

Résumé de l'unité 20

Exercice Généraux 21

Unité 2: Moments

2 - 1 **Moment d'une force par rapport à un point dans un repère à deux dimensions** 24

2 - 2 **Moment d'une force par rapport à un point dans un repère à trois dimensions** 33

Résumé de l'unité 38

Exercice Généraux 39

Épreuve cumulative 41

Unité 3: Forces parallèles coplanaires

3 - 1 **La résultante d'un ensemble des forces parallèles coplanaires.** 44

3 - 2 **Equilibre d'un ensemble des forces parallèles coplanaires** 54

Résumé de l'unité 60

General exercises 61

Unité 4: Equilibre générale

4 - 1 **Équilibre générale** 64

Résumé de l'unité 73

Exercice Généraux 74

Épreuve cumulative 75

Unité 5: Couples

5 - 1 **Les couples** 87

5 - 2 **Couple résultant** 86

Exercice Généraux 96

Épreuve cumulative 97

Sommaire

Unité 6: Centre de gravité

6 - 1 Centre de gravité 100
6 - 2 Méthode de masse négative 112
Résumé de l'unité 121
Exercice Généraux 123

[2] Dynamique

Unité 1: Mouvement rectiligne

1 - 1 Dérivation des fonctions vectorielles 128
1 - 2 intégration des fonctions vectorielles 139
Exercice Généraux 146

Unité 2: Lois de mouvement de Newton

2 - 1 Quantité du mouvement 150
2 - 2 Première loi de Newton 156
2 - 3 Deuxième loi de Newton 163
2 - 4 Troisième loi de Newton 174
2 - 5 Mouvement d'un corps sur un plan incliné 182
2 - 6 Mouvement d'un corps sur un plan rugueux 187
2 - 7 Poulies simples 192
Résumé de l'unité 210
Exercice Généraux 212

Unité 3: Impulsion et choc

3 - 1 Impulsion 222
3 - 2 Choc 230
Résumé de l'unité 238
Exercice Généraux 239
Épreuve cumulative 241

Unité 4: Travail ; Puissance ; Énergie

4 - 1 Travail 238
4 - 2 Énergie cinétique 250
4 - 1 Énergie potentielle 289
4 - 2 Puissance 266
Exercice Généraux 275

[1] Statique

Frottement

Unité 1

Introduction

La force de frottement est ancienne depuis des longues époques. Elle a été adoptée par les anciens Egyptiens, selon la méthode de l'ingénierie et scientifiques disponibles chez eux. Les anciens ouvriers ont était utiliser plusieurs sorte des outils pour couper les grands pierres pour construire les pyramides. Là où il a été tiré d'un endroit à autre avec des piliers graisses pour que la force de frottement entre les blocs et les piliers soit encore moins. A l'époque des victoires d'impériale romain les ingénieurs militaires graissent les machines militaires pendant le siège afin de réduire la force de frottement entre ces parties. Le premier à développer les fondements scientifiques de la science du frottement dans la Renaissance est le savant italien Leonardo da Vinci (1462 - 1519).

Qui définie le concept de frottement comme une valeur de la force de frottement. Au cours d'expériences pratiques effectués par les savants, il a observé que la force de frottement d'objets statiques est supérieure à la force de frottement sur des objets mobiles. Ceci est une chose que nous remarquons dans notre processus où la personne a besoin d'une grande force au début de celui-ci pour déplacer la boîte en bois sur le sol, mais une fois qu'il obtient va nous notons que la force nécessaire est devenue moins qu'avant. Ceci est une chose que nous remarquons dans notre processus où la personne a besoin d'une grande force au début pour déplacer une boîte en bois sur le sol, mais après le mouvement nous notons que la force nécessaire est devenue moins qu'avant et cela est parce que le corps est devenu mobil et la force de frottement est alors devenir moins. Pour cette raison, le frottement peut être divisé en deux types de frottement statique et de frottement dynamique. Nous allons aborder dans cette unité le concept de frottement, ses propriétés et les conditions pour qu'un corps soit en équilibre sur un plan rugueux horizontal et un autre sur un plan rugueux incliné et conclurons l'unité avec une certaines applications de la vie sur le frottement.

Objectifs de l'unité

Après avoir étudié cette unité et faire ses activités l'élève doit être capable de :

- Savoir distinguer les surfaces lisse et rugueux.
- Savoir le concept de frottement et ses propriétés.
- Savoir la force de frottement et la force de frottement limite.
- Déterminer le coefficient de frottement، et l'angle de frottement et la relation entre eux.
- Déterminer les conditions pour qu'un corps soit en équilibre sur un plan rugueux horizontal..
- Déterminer les conditions pour qu'un corps soit en équilibre sur un plan rugueux incliné..
- Déduire la relation entre la mesure de l'angle de frottement et la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal quand on pose le corps sur un plan rugueux incliné، en condition qu'il est sur le point de se glisser sous l'effet de son poids seulement.
- Résoudre des applications diverses de frottement.

Vocabulaire de base

- *Frottement*
- *Surface lisse*
- *Surface rugueux*
- *Réaction normale*
- *Force de frottement statique*
- *Force de frottement dynamique*
- *Force de frottement statique limite*
- *Réaction résultante*
- *Angle du frottement*
- *Plan horizontal rugueux*
- *Plan incliné rugueux*

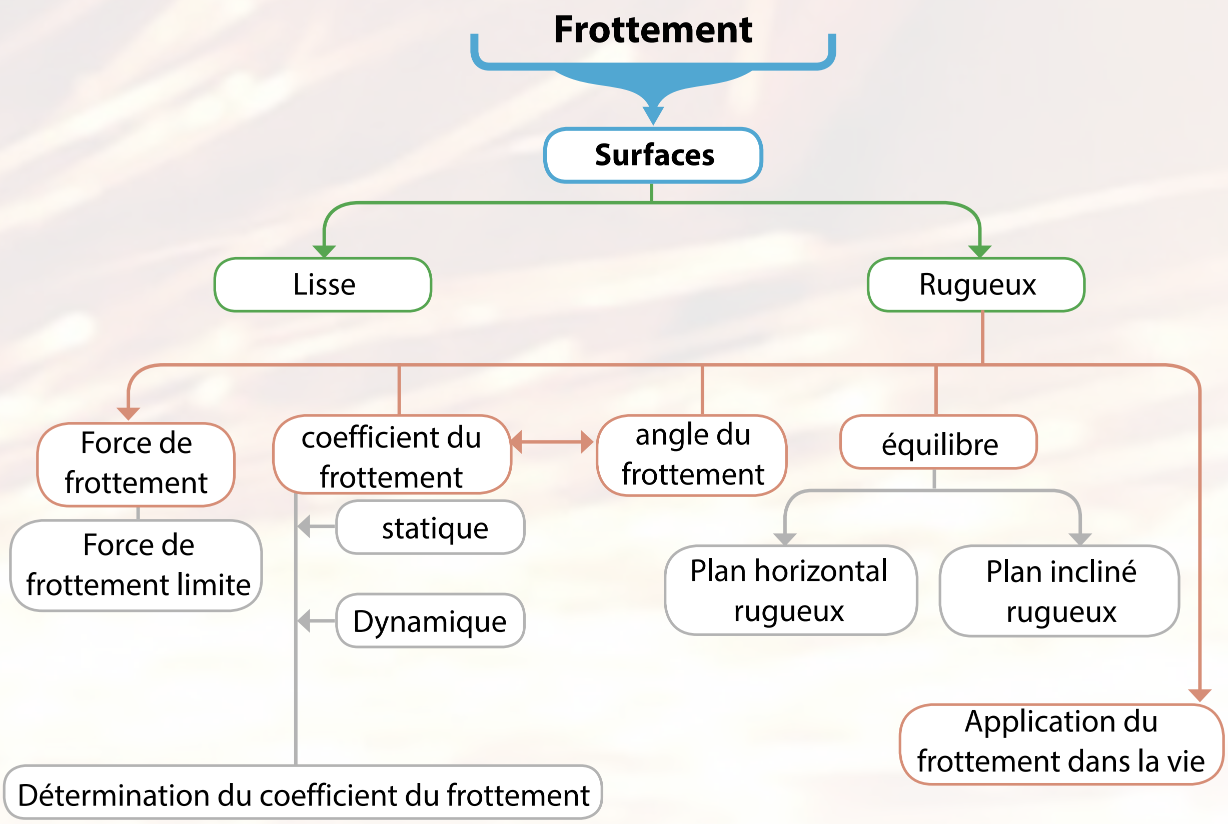
Leçons de l'unité

(2 -1): équilibre d'un corps sur un plan horizontal rugueux.
(2 -2): équilibre d'un corps sur un plan incliné rugueux .

Aide Pédagogique

Calculatrice sientifique.

Organigramme de l'unité



Unité 1

1 - 1

Équilibre d'un corps sur un plan horizontal rugueux

Apprendre

- Surface lisse et Surface rugueux
- Notion du frottement
- Force de frottement statique
- Force de frottement dynamique
- Relation entre le coefficient du frottement et la tangente de l'angle du frottement
- propriétés du frottement
- Équilibre d'un corps sur un plan horizontal rugueux

Vocabulaires de base

- Frottement
- Surface lisse
- Surface rugueux
- Réaction normale
- Force de frottement statique
- Force de frottement dynamique
- Force de frottement statique limite
- Réaction résultante
- Angle du frottement
- Plan horizontal rugueux

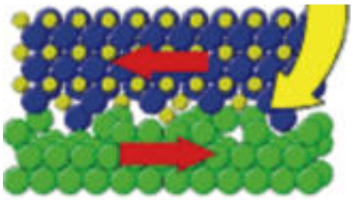
Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

Que est – ce que s'arrive Si le frottement est disparue? On trouve que les voitures, les trains et les moyens du transport ne peuvent pas déplacer car ils dépondent du frottement avec la terre .

Et s'ils sont dans la situation du mouvement, ils ne peuvent pas s'arrêter car les freins dépondent aussi du frottement ave la terre.

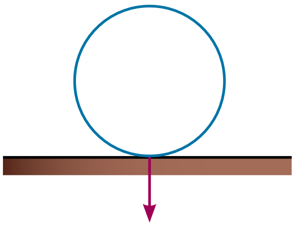
De même pour les humains ne peuvent ni déplacer ni arrêter normale. Ils ressemblent le mouvement sur des glaces. Ils ne peuvent pas attraper des choses différentes car ils vont glisser de leurs mains, et les montagnes s'écrouleront et ne seront pas les garder toute couverture de la poussière. Tous les bâtiments ne resteront pas intacts, mais vont s'effondrer. Tout cela à cause du glissement et le manque du frottement. En bref, la vie est impossible sans frottement. Par conséquent, le frottement a des avantages importants. Il rend les roues du véhicule se déplaçant sur la route "et rend les roues de locomotive tiges coincées ferroviaire. Elle permet la conduite du transporteur qui exécute le rouleau sans glissement. Et vous ne pouvez pas marcher sans frottement pour empêcher vos chaussures de patinage au trottoir. Voilà pourquoi il est difficile de marcher sur la glace, comme la surface lisse ne provoque pas de frottement, et donc ne sont pas autorisés aux chaussures de glisser. Et prouve la poussière sur la surface de la montagne et prouve les bâtiments et les rend construit. En plus de nombreux avantages.



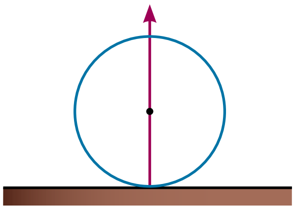
Réaction normale:

Nous avons appris déjà de forces surgissent lorsque deux objets sont en contact appelé la réaction. Si vous mettez une balle sur une table, alors la table agit sur la balle une force appelée la réaction au point du contact. Également la balle agit sur la table une force appelée:

La pression de la balle sur la table. Les deux forces sont de même intensité et de sens opposé. Comme, la troisième loi du mouvement de Newton.



Pression agit sur la table
Figure (1)



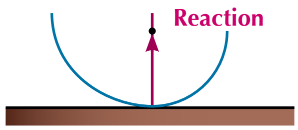
Réaction agit sur la balle
Figure (2)

Surfaces lisses et surface rugueux :

Les savants expliquent le provenu des forces de frottement entre les objets, à la présence de protubérances et de cavités d'objets microscopiques de surface quel que soit le lissé, et le résultat dans le chevauchement de ces saillies et les creux des deux surfaces touchés la force du frottement et par conséquent, nous trouvons la résistance en essayant de déplacer l'un de deux surfaces sur l'autre surface. Le coefficient du frottement est une mesure de la rugosité de surfaces. Si la valeur du coefficient de frottement augmente alors la rugosité et vice versa. Si le coefficient de frottement s'annule, alors les forces de frottement sont complètement éliminées.

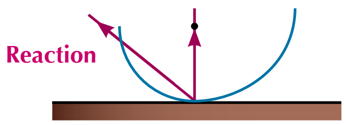
La réaction dépend de la nature des deux corps touchés, et dépend également aux d'autres forces agissant sur le corps. Dans le cas de surfaces lisses, la réaction est perpendiculaire à:

La surface de contact de deux corps touchés. Si les deux corps sont rugueux, la réaction a une composante dans la direction de la surface de contact est appelé frottement statique, a aussi une composante perpendiculaire à la surface de contact est appelée la réaction normale.



Réaction sur les sur faces lisses

Figure (3)



Réaction sur les surfaces rugueux

Figure (4)

Expérience scientifique :

Placer un morceau de bois sur une table horizontale et attaché avec un fil passant par une poulie lisse au bord de la table et à l'autre extrémité du fil est suspendu verticalement un titulaire de la cymbale, comme indiqué la figure.

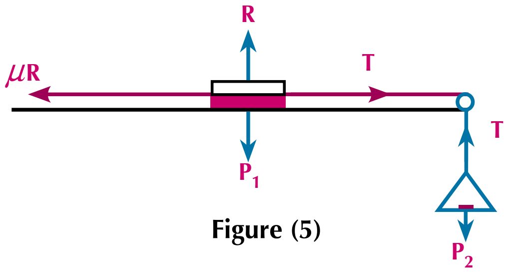


Figure (5)

Mettez des poids sur le morceau de bois et de petit poids dans le portant des cymbales. on note que le morceau de bois ne bouge pas:

C'est-à-dire que la force de frottement est suffisante d'empêcher le morceau de bois de déplacer, en dépit de l'existence de la tension T dans le fil , on sait que la tension est égale au poids du portant des cymbales et des cymbales ensemble.

Augmentez les cymbales petit à petit, on remarque que le morceau du bois commence à se déplacer quand les cymbales arrive à un certain poids.

Cela signifie que l'intensité de la force du frottement statique augmente selon l'augmentation de la tension et arrive à une valeur limité. Si la tension augmente de cette valeur le corps commence à se déplacer. On remarque que, si le poids sur le morceau du bois, on aura besoin d'augmenter les cymbales pour que le morceau soit sur le point de se mouvoir.

Propriétés de force de frottement statique :

(1) La force de frottement statique (F') empêche le corps de bouger, elle est alors dans le sens contraire du mouvement possible du corps.

(2) L'intensité de la force de frottement statique (F') est égale à la force tangentielle qui provoque le mouvement et ne la dépasse jamais.

(3) La force de frottement statique (F') augmente de même que la force tangentielle qui provoque le mouvement. Elles sont toujours de même intensité si le corps est en équilibre.

(4) La force du frottement statique augmente jusqu'à une valeur limité que ne la dépasse pas. En ce moment le corps sera sur le point de se mouvoir et la force est appelée "la force de frottement statique limite" (F_s).

(5) Le rapport de la force de frottement statique limite et la réaction normale est constante. Ce rapport dépond aux natures des deux corps ni aux leurs figures ni aux leurs masses. Ce rapport est appelé le coefficient du frottement statique et noté (μ_s) .

Alors $\mu_s = \frac{F_s}{N}$ où F_s la force du frottement statique limite

On remarque que : le coefficient du frottement statique sauvant $0 < \mu_s < 1$, dans certain cas particulier, il dépasse un entier.

Force du frottement dynamique

Si un corps se meut sur une surface rugueux, il soumit à une force de frottement dynamique (F_D) dans le sens opposé du mouvement est définie par la relation : $F_D = \mu_D N$:

où μ_D est le coefficient du frottement dynamique, R est la réaction normale .

Alors : La force de frottement dynamique est égale aux produit du coefficient du frottement dynamique par la force de réaction normale

d'où on définie la coefficient du frottement dynamique c'est un nappent entre la force de frottement dynamique et la force de la réaction normale .

Alors : $\mu_D = \frac{F_D}{N}$ où F_D est la force du frottement dynamique

Réaction résultante (R')

Dans le cas de la surface rugueux : La réaction résultante est inclinée sur la surface tangentielle où elle est la résultante de la réaction normale et la force de frottement statique .

Défini

La Réaction résultante ($\vec{R'}$) est la résultante de la réaction normale $\vec{R}$ et la force de frottement statique $\vec{F'}$

Angle du frottement

Si λ est la mesure de l'angle compris entre la réaction normale et la réaction résultante, on remarque que la mesure (λ) augmente avec l'augmentation du frottement (sachant que la réaction normale est constante) et cette valeur atteint son maximum lors du frottement limite. Dans se cas l'angle est appelé l'angle du frottement.

Les figures suivantes indiquent les différentes situations

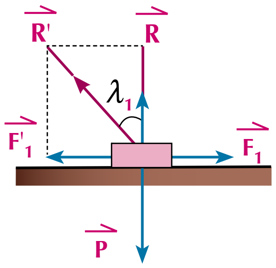


figure (6)

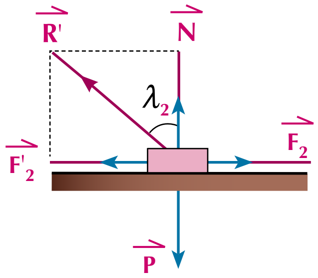


figure (7)

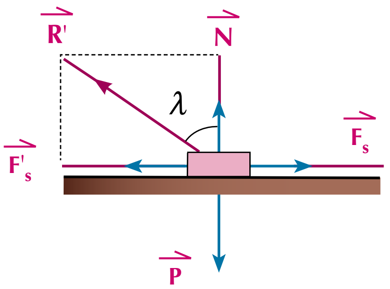


figure (8)

De les figure (6) et (7) on trouve que la réaction résultante $\vec{R'}$ est la résultante de la réaction normale $\vec{R}$ et la force du frottement $\vec{F'}$, d'où $R' = \sqrt{R^2 + F'^2}$

De la figure (3) quand la réaction est limite :

$\therefore\ R' = \sqrt{R^2 + {F'_s}^2}$ $\quad \because\ F_s = \mu_s R$ $\quad \therefore\ R' = \sqrt{R^2 + R^2 \mu^2_s}$ $\quad \therefore\ R' = R\sqrt{1 + {\mu_s}^2}$

La relation entre le coefficient du frottement et l'angle du frottement :

Dans le cas du frottement limite figure (8) :

On trouve que : $\tan\lambda = \dfrac{F_s}{R}$ mais $\dfrac{F_s}{R} = \mu_x$

d'où : $\mu_s = \tan \lambda$

Si le frottement est limite, alors le coefficient du frottement est égal à la tangente de l'angle du frottement

Réflexion critique: comparez les mesures de l'angle du frottement statique et le frottement dynamique.

Equilibre d'un corps sur un plan horizontal rugueux

Si un corps de poids P est placé sur un plan horizontal rugueux et une force, d'intensité F incliné sur l'horizontal par un angle de mesure θ, agit sur lui, alors le corps est en équilibre sous l'effet des forces :

1) La force du poids $\vec{P}$ d'intensité P verticalement vers le bas.

2) La force de la réaction résultante $\vec{R'}$ d'intensité R'

3) La force $\vec{F}$ d'intensité F . Comme indique la figure (9).

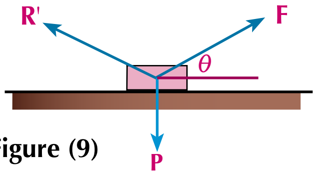


Figure (9)

En décomposant la force $\vec{F}$ est en deux composantes orthogonaux d'intensités P cos θ ; P sin θ .

On décompose $\vec{R'}$ en deux composantes orthogonales, l'une est la réaction normale $\vec{R}$ d'intensité R et l'autre la force du frottement $\vec{F'}$ d'intensité F'. Comme indique la figure (10)

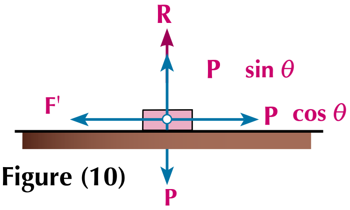


Figure (10)

D'où les deux équations d'équilibre du corps sont : $F' = F\cos\theta$, $R + F\sin\theta = P$

Exemple
la force appliqué au corps

(1) Karim pousse une boite contient des livres vers la voiture. Si le poids de la boite et des livres est 124 N. et le coefficient du frottement statique de la route avec la boite est 0,45. Par quelle force Karim doit pousser la boite pour qu'elle soit sur le point de se mouvoir?

Solution

Considérons $P = 124$ N, $\mu_s = 0{,}45$

D'après les conditions d'équilibre d'un corps sur un plan horizontal

$R = P$ **alors :** $R = 124$ **(1)**

$F = \mu_s R$ de **(1)** on a : $F = 0{,}45 \times 124 = 55{,}8$ N

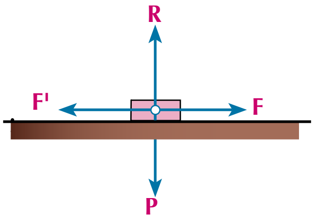


Figure (11)

Essayez de résoudre

(1) Un corps de poids 32 N est posé sur un plan horizontal rugueux. Une force horizontal F agit sur le corps jusqu'à la masse soit sur le point de mouvoir.

a) Si P = 8 N, déterminez le coefficient du frottement statique entre la masse et le plan

b) Si $\mu_s = 0{,}4$ déterminez P

Exemple
Force du frottement

(2) Un corps de 8 N de poids est posé sur une table horizontale. Ce corps est attaché par un fil passant sur une petite poulie lisse fixé au bord de la table, un poids de 1,5 N est suspendu de l'autre extrémité du fil. Si le corps est en équilibre sur la table, déterminez la force du frottement. Si le coefficient du frottement statique est $\frac{1}{4}$. Le corps est – il sur le point de se mouvoir? Vérifiez votre réponse.

Solution

La force qui provoque le mouvement est la force de la tension dans le fil horizontal. L'intensité de cette force est 1,5 N. La force du frottement est dans le sens opposé de la force de la tension comme indique la figure.

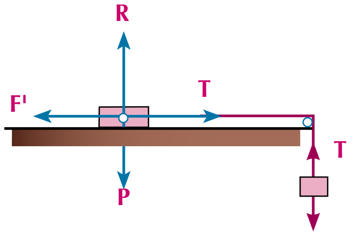


Figure (12) 1,5 newton

D'après l'étude de l'équilibre du corps on trouve que :

$T = 1{,}5$ N , $F' = 1{,}5$ N , $R = 8$ N

Pour savoir que le corps est sur le point de se mouvoir ou non, on détermine la valeur maximale de la force du frottement statique F'_s

$\because F'_s = \mu_s R$ $\therefore F'_s = \frac{1}{4} \times 8 = 2$ N.

$\therefore F' < \mu_s R$ pour cela le frottement n'est pas limite et le corps n'est pas alors sur le point de se mouvoir.

Essayez de résoudre

(2) Un corps de 20 N de poids est posé sur un plan horizontal rugueux. Si le coefficient du frottement statique est $\frac{1}{4}$ Déterminez :

a) l'intensité de la force horizontale nécessaire pour que le corps soit sur le point de se mouvoir.

b) l'intensité de la force inclinée de 30° sur l'horizontal et rend le corps sur le point de se mouvoir.

Exemple — Angle du frottement

(3) Un corps de poids $\sqrt{57}$ kgp est posé sur un plan horizontal rugueux. Deux forces dans un même plan horizontal d'intensités 2 et 3 kgp forment un angle de 60°. Elles agissent sur le corps qui devient sur le point de se mouvoir. Déterminez le coefficient du frottement ainsi que la mesure de l'angle du frottement.

Solution

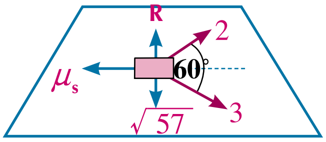


Figure (14)

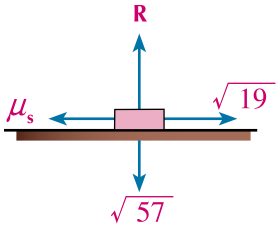


Figure (13)

Les forces agissant sur le corps sont :

(1) le poids du corps $\sqrt{57}$ kgp verticalement vers le bas.

(2) La réaction normale R.

(3) Deux forces de même plan que le corps, d'intensités 2 et 3 kgp formant un angle de mesure 60° .

(4) La force du frottement F' qui situé dans le même plan horizontal

$\because$ la somme des mesures algébriques des composantes horizontales des forces dans le sens orthogonal est égale à zéro

$\therefore R = \sqrt{57}$ kgp

$\therefore$ Les force 2 ; 3 ; F' kgp sont coplanaires et équilibres , alors F' est égale l'intensité de la résultante des deux forces 2 et 3 kgp et dans le sens opposé.

$\because F'_s = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1\, F_2 \cos \propto}$ (formule de la résultante de deux forces concourantes)

$\therefore F'_s = \sqrt{4 + 9 + 2 \times 2 \times 3 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{19}$ kgp

$\because$ Le corps est en équilibre $\therefore \mu_s N = \sqrt{19}$, $R = \sqrt{57}$

$\therefore$ par la division de deux équations : $\therefore \mu_s = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\because \mu_s = \tan \lambda$ $\quad \therefore \tan \lambda = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad \therefore m(\angle \lambda) = 30°$

Essayez de résoudre

(3) Un corps de poids 6N, est posé sur un plan horizontal rugueux. Dans le même plan, deux forces d'intensités 2 et 4 N forment entre elle un angle de mesure 120°. Elles agissent sur le corps qui reste au repos. Montrez que la mesure de l'angle de frottement (λ) entre le corps et le plan n'est pas inférieur à 30°.

Si λ = 45°, les sens des deux forces sont invariables et la force d'intensité 4 N reste sans changement, déterminez la plus petite intensité de l'autre force pour que le corps soit sur le point de se mouvoir.

Exemple **Démonstration théorique**

4 Un corps de poids P Newton est placé sur un plan horizontal rugueux. La mesure de l'angle du frottement est λ , Le corps est tiré par une force inclinée sur l'horizontal d'un angle de mesure θ jusqu' il devient sur le point de se mouvoir. Démontrez que cette force est égale à $= \frac{P \sin \lambda}{\cos (\theta - \lambda)}$, puis déterminez la plus petite force nécessaire pour déplacer le corps et sur quelle condition?

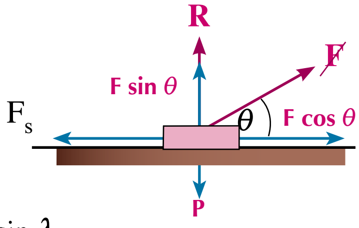


figure (15)

Solution

$\because$ La mesure de l'angle du frottement = λ

$\therefore$ Le coefficient du frottement statique (μ_s) = tan λ = $\frac{\sin \lambda}{\cos \lambda}$

$\therefore$ L'intensité de la force du frottement limite $F'_s = \mu_s R = R \times \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda}$

Par la de composition de la force $\vec{F}$ en deux composantes perpendiculaires F cos θ, F sin θ

$\therefore$ **Les deux équations d'équilibre sont :** P cos θ = μ_s R

$\therefore$ $F \cos \theta = R \times \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda}$ .... (1) ,   (car $\mu_s = \tan \lambda$),

$R + F \sin \theta = P$ .... (2)

De (1) $R = \frac{F \cos \theta \cos \lambda}{\sin \lambda}$ par la substitution en (2)

$\therefore \frac{F \cos \theta \cos \lambda}{\sin \lambda} + F \sin \theta = P$

$\therefore F \cos \theta \cos \lambda + F \sin \theta \sin \lambda = P \sin \lambda$

$\therefore F (\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda) = P \sin \lambda$ $\therefore F \cos (\theta - \lambda) = P \sin \lambda$

$\therefore F = \frac{P \sin \lambda}{\cos (\theta - \lambda)}$ on veut la plus petite valeur de la force, alors cos (θ - λ) est la plus grande possible. Alors cos (θ - λ) = 1

$\therefore$ L'intensité de la plus petite force nécessaire pour rendre le corps sur le point de se mouvoir $F = P \sin \lambda$

Cela quand cos (θ - λ) = 1 c.-à-d. : $\theta - \lambda = 0^\circ$ ou : $\theta = \lambda$

$\therefore$ La condition nécessaire est "la mesure de l'angle d'inclinaison est égale à la mesure de l'angle du frottement"

Rappel

cos ($\theta - \lambda$) = cosθ cos λ + sin θ sin λ

cos ($\theta + \lambda$) = cosθ cos λ – sinθ sin λ

Autre Solution

$\because$ R' est la réaction résultante de deux forces R et F_s :

$\therefore$ Le corps est en équilibre sus l'effet des trois forces : $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{R'}$

En appliquant le principe de Lamé :

$\therefore \frac{F}{\sin (180^\circ - \lambda)} = \frac{P}{\sin [90^\circ - (\theta - \lambda)]}$

$\because \frac{F}{\sin \lambda} = \frac{P}{\cos (\theta - \lambda)}$ $\therefore F = \frac{P \sin \lambda}{\cos (\theta - \lambda)}$

$\because$ on veut la plus petite valeur de la force, alors cos ($\theta - \lambda$) est la plus grande possible

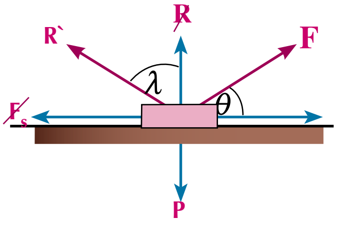


Figure (16)

$\therefore \cos(\theta - \lambda) = 1$ $\therefore F = P \sin \lambda$ La condition nécessaire est :

$\cos(\theta - \lambda) = \cos 0$ $\therefore \theta - \lambda = 0$ $\therefore \theta = \lambda$

$\therefore$ La condition nécessaire est "la mesure de l'angle d'inclinaison est égale à la mesure de l'angle du frottement"

Essayez de résoudre

4) Un corps de poids P kgp est placé sur un plan horizontal rugueux. La mesure de l'angle du frottement est (λ), Le corps est tiré par une force inclinée sur l'horizontal d'un angle de mesure (2λ) vers l'haut, jusqu' il devient sur le point de se mouvoir. Démontrez que l'intensité de cette force est égale à P tan λ.

Exercice 1 - 1

Premièrement : Complétez ce qui suit :

1) La force qui provenue à cause de glissement l'un de deux surface rugueux sur un autre est appelée la force ....

2) La force de frottement est disparue et le coefficient du frottement est égal à zéro sur les surface ....

3) Si la force du frottement statique atteigne sa valeur maximale, alors en ce moment le corps est ....

4) La force du frottement dynamique est égale au produit du coefficient du frottement dynamique par la force ....

5) La résultante de la réaction normale et la force du frottement statique limite est appelée ....

6) La force du frottement statique est plus petite ou égale au produit du coefficient du frottement statique par la force ....

7) Si le coefficient du frottement statique entre une masse de 40 kg et la surface de la terre est égale à 0,45, alors l'intensité de la force horizontale qui agit sur la masse et la rend au point de se mouvoir est égale à ....

8) Si un corps de poids 6 N est placé sur un plan horizontal rugueux, et la force du frottement statique est égale à 4 N, alors le coefficient du frottement statique est égal à ....

Répondez aux questions suivantes

9) Un jaune homme pousse une pierre de 56 N de poids avec une force horizontale de 42 N sur un trottoir. La pierre est alors sur le point de se mouvoir. Déterminer le coefficient du frottement statique entre la pierre et le trottoir.

10) Si un corps de poids 240 kgp est placé sur un plan horizontal rugueux. On le tire par une corde inclinée sur l'horizontal à un angle de 30°. Si le coefficient du frottement statique est 0,3, détermine la tension nécessaire pour que le cops soit sur le point de se mouvoir.

11) un corps de 39 gp de poids est placé sur un plan horizontal rugueux. Deux forces horizontales d'intensités 7 , 8 gp formant un angle de 60° de mesure agissent sur le corps. Le corps est alors sur le point de se mouvoir. Déterminez le coefficient du frottement statique.

12 Un corps de 12 N de poids est placé sur une table horizontal et attaché par un fil horizontal passant par une petite poulie lisse fixée au bord de la table. à l'autre extrémité du fil est suspendu verticalement un poids de 4 N. Si le corps est en équilibre sur la table, déterminez la force du frottement. Si le coefficient du frottement statique entre le corps et la table est égal à $\frac{1}{3}$. Le corps est – il sur le point de se mouvoir? Vérifiez votre réponse.

13 Une boite de (P) kgp ,posée sur un plan horizontal rugueux est tirée par deux cordes . Les tensions dans les cordes sont 6 et 8 kgp et l'angle entre les deux cordes est 90°. Si le coefficient du frottement statique entre le corps et le plan est égal à $\frac{1}{4}$, déterminez le poids de la boite (P) sachant que la boite est sur le point de se mouvoir .

14 Si un corps de 39 N de poids est placé sur un plan horizontal rugueux. La tangente de l'angle du frottement statique entre le corps et le plan est $\frac{1}{3}$, Le corps est tiré par une force inclinée à l'horizontal d'un angle dont le sinus $\frac{4}{5}$ qui rend le corps sur le point de se mouvoir. Déterminez

Premièrement : L'intensité de la force de la tension .

Deuxièmement : l'intensité de la force du frottement statique

Équilibre d'un corps sur un plan incliné rugueux

Unité 1

1 - 2

On a déjà étudié l'équilibre d'un corps de poids (P) sur un plan horizontal rugueux sous l'action d'une force (F) inclinée d'un angle θ sur l'horizontal. On sait que le corps dans le cas d'équilibre est soumis sous l'action des forces suivantes:

- Force de poids $\overrightarrow{P}$
- Force $\overrightarrow{F}$
- Force de réaction résultante $\overrightarrow{R'}$

Dans cette leçon, on étudiera l'équilibre d'un corps sur un plan incliné rugueux.
Considérons un corps en équilibre sur un plan rugueux incliné à un angle θ sur l'horizontal.
Un corps en équilibre sur le plan sous l'action de deux forces:

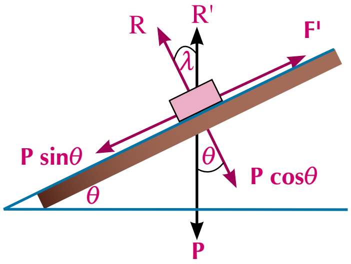


figure (1)

(1) Force de poids $\overrightarrow{P}$ agit verticalement vers le bas d'intensité (P)

(2) Force de la réaction résultante d'intensité (R')

Des conditions d'équilibre :

Réaction résultante agit verticalement vers le haut.

Alors : R' = P .... (1)

On peut alors déterminer les deux forces, le frottement et la réaction normale comme deux composantes de la réaction résultante dans la direction parallèle au plan et la direction perpendiculaire au plan comme indique la figure (1) .

Force de frottement .

$F' = P \sin\theta$ .... (2)

Cette force agit dans le sens opposé du sens du mouvement possible, c.-à-d. qu'elle est parallèle à la ligne de plus grande pente du plan vers le haut.

Force de réaction normale .

$R = P \cos\theta$ ....(3)

Relation entre la mesure de l'angle de frottement statique et la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal.

Si un corps est posé sur un plan rugueux incliné et il était sur le point de se mouvoir, alors la mesure de l'angle de frottement statique est égale à la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal.

Apprendre

- *Conditions d'équilibre d'un corps sur un plan incliné rugueux*
- *Relation entre la mesure de l'angle du frottement et la mesure de l'angle d'inclinaison du plan à l'horizontal*
- *Détermination du coefficient de frottement entre deux plans tangente (activité)*

Vocabulaire de base

- *Plan incliné rugueux*
- *Réaction normale*
- *Réaction résultante*
- *Angle de frottement*
- *Coefficient de frottement*

Aide Pédagogique

- *Calculatrice scientifique*

Démonstration :

∵ le frottement est limite

∴ La force de frottement résultante forme avec la direction normale un angle de même mesure que l'angle du frottement statique. Soit sa mesure (λ).

De la figure précédante on trouve que : $\theta = \lambda$

On peut écrire l'équation en fonction du coefficient du frottement comme ce qui suit :

$\tan \lambda = \mu$ ou $\mu = \tan \theta$

par exemple :

Si un corps est posé sur un plan incliné rugueux et était sur le point de se mouvoir sous l'effet de son poids seulement au moment où l'angle d'inclinaison du plan à l'horizontal est 30°, Alors le coefficient du frottement statique $\mu = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Activité

Détermination du coefficient du frottement statique entre deux plants tangents

Objectif de l'activité :

Détermination du coefficient du frottement entre deux plants tangents en utilisant le plan incliné.

Les outils utilisés à l'activité :

Un plan rugueux – une masse du bois dont l'une de ses surfaces est plaine et l'autre a un trou rectangulaire- un support qui a une attache – un axe – rapporteur – un fil.

Etapes de l'activité :

(1) attachez l'axe avec l'attache du support et fixez le plan au support

(2) Fixe le rapporteur au plan de sorte que son diamètre est sur le bord du plan comme indique la figure ci – contre

(3) Fixe le fil au centre du rapporteur avec une charnière. Quand le fil passe par le milieu de graduer du rapporteur, le plan doit être horizontal

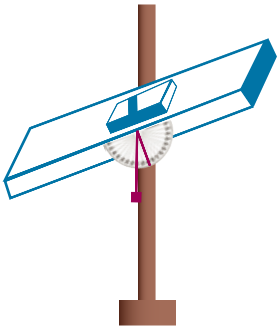


Figure (2)

(4) Quand le plan est en position horizontale, on place la masse du bois au sur le plan et sur son surface plaine. Puis on met une cymbale convenable au trou.

(5) On incline le plan régulièrement jusque à la masse commence de se déplacer .

(6) li le degré sur le rapporteur au fil, déterminez alors l'angle d'inclinaison du plan à l'horizontal (α).

(7) Répétez les deux dernières étapes (5) ; (6) en changeant la cymbale et inscrit l'angle chaque fois. Que remarquez – vous?

De l'activité précédente on remarque que :

La mesure de chaque fois est le même à peu près

- La moyenne des mesures obtenues est la mesure de l'angle du frottement .
- la tangente de cet angle est le coefficient du frottement .

Exemple

1. Un corps de 3 N de poids est posé sur un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontal dont le coefficient du frottement est $\frac{2}{3}$. Une force de 2 N agit sur le corps suivant la ligne de plus grande pente vers le haut. Si le corps est en équilibre, déterminez la force du frottement puis montrez si le corps est sur le point de se mouvoir ou non?

Solution

On décompose le poids du corps $\overrightarrow{P}$ en deux composantes dans le sens du plan et le sens orthogonal.

1) La composante tangentielle au sens de la plus grande pente du plan vers le bas est d'intensité $P \sin \theta = 3 \sin 30° = \frac{3}{2}$ N

2) La composante normale au plan est d'intensité $P \cos \theta = 3 \cos 30° = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ N

Par la comparaison de la composante tangentielle du poids $P \sin \theta = \frac{3}{2}$ N , et la force agissant au corps suivant la ligne de plus grande pente du plan vers le haut = 2 N, on trouve que $F > P \sin \theta$.

Pour cela le corps tends au mouvement vers le haut par conséquent la force du frottement $\overrightarrow{F}$ dans le sens opposé c – à – d dans le sens de plus grande pente du plan vers le bas, alors :

$F = F' + P \sin \theta$ $\quad \therefore\ 2 = F' + \frac{3}{2}$ $\quad \therefore F' = \frac{1}{2}$ N

$R = P \cos \theta$ $\quad \therefore\ R = 3 \cos 30°$ $\quad \therefore R = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ N

L'intensité du frottement = $\frac{1}{2}$ N agit dans la direction de la plus grande pente du plan vers le bas

Pour savoir que le corps est sur le point de se mouvoir ou non, on calcule l'intensité de la force du frottement limite

$F'_s = \mu_s R = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\sqrt{3} = \sqrt{3}$ N

On trouve que : $F' < F'_s$ c – à – d le frottement n'est pas limite

$\therefore$ Le corps n'est pas sur le point de se mouvoir .

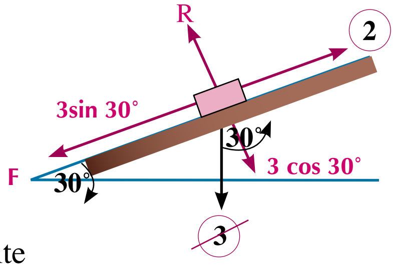


figure (3)

Essayez de résoudre

1. Un corps de 2 kgp de poids est posé sur un plan incliné d'un angle de 30° dont le coefficient du frottement est 0,9. Une force de 2,5 N agit sur le corps suivant la ligne de la plus grande pente vers le haut. Si le corps est en équilibre, déterminez la force du frottement en se moment puis montrez si le corps est sur le point de se mouvoir ou non?

Réflexion critique : Si un corps est posé sur un plan incliné à l'horizontal d'un angle de mesure (θ), et l'angle de frottement statique est (λ) – Quelle est la position du corps si:

a $\theta < \lambda$ **b** $\theta > \lambda$

Exemple

2 Un corps de poids 10 kgp est posé sur un plan incliné rugueux. Une force $\overrightarrow{F}$ agit sur le corps suivant la ligne de plus grande pente vers le haut. Si le corps est sur le point de se mouvoir vers le haut quand F = 6 kgp et sur le point de se mouvoir vers le bas quand F = 4 kgp. Déterminez :

a La mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal .

b le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan .

Solution

Quand F = 6 kgp , le corps est sur le point de se mouvoir vers le haut , le frottement statique sera limite et agit vers le bas du plan.

$\therefore R_1 = 10\cos\theta$, $6 = 10\sin\theta + \mu_s R_1$ et par élimination de R_1 de deux équations :

$\therefore 10\sin\theta + 10\,\mu_s\cos\theta = 6$ .... **(1)**

Quand F = 4 kgp , le corps est sur le point de se mouvoir vers le bas, le frottement statique sera limite et agit vers le haut du plan .

$\therefore R_2 = 10\cos\theta$, $4 + \mu_s R_2 = 10\sin\theta$ Par l'élimination de R_2 dans les deux équations :

$\therefore 10\,\mu_s\cos\theta = 10\sin\theta - 4$........................ **(2)**

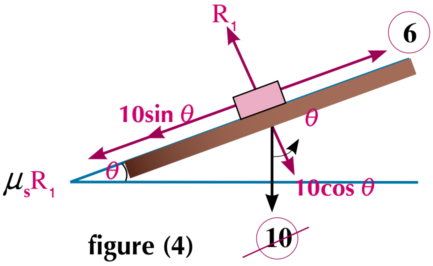


figure (4)

De (1) et (2) :

$\therefore 6 = 10\sin\theta + 10\sin\theta - 4$ $\therefore 20\sin\theta = 10$

$\therefore \sin\theta = \frac{1}{2}$ $\therefore \theta = 30^\circ$

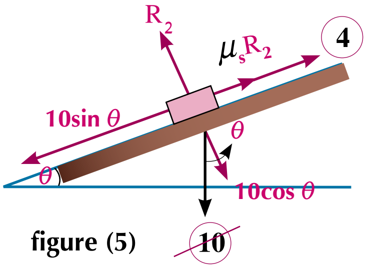


figure (5)

Par la substitution dans (2)

$\therefore\ 10\,\mu_s\cos 30^\circ = 10\sin 30^\circ - 4$

$\therefore\ \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10\,\mu = 5 - 4$

$\therefore \mu_s = \frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{15}$

Le coefficient du frottement entre le corps et le plan = $\frac{\sqrt{3}}{15}$

Essayez de résoudre

2 Un corps de 30 N de poids est posé sur un plan incliné rugueux. On a remarqué que le corps est sur le point de se glisser quand le plan est incliné d'un angle de 30°, sur l'horizontal. Si on augmente l'inclinaison du plan pour que l'angle d'inclinaison soit 60°, Déterminez l'intensité de :

a La plus petite force agissant au corps parallèlement à la ligne de plus grande pente du plan et l'empêche de glisser.

b La force agissant au corps parallèlement à la ligne de plus grande pente du plan et le rend sur le point de se mouvoir vers le haut du plan.

Exemple

3) Un corps de 2 kgp de poids est posé sur un plan horizontal rugueux. On a incliné le plan régulièrement jusqu'au corps est sur le point de se mouvoir vers le bas quad l'angle d'inclinaison est de 30° Déterminez le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan. Si le corps est attaché par un fil et tiré dans le sens incliné d'un angle de 60° sur l'horizontal jusqu'au le corps est sur le point de se mouvoir vers le haut. Déterminez :

a L'intensité de la tension **b** L'intensité de la force du frottement statique

Solution

Premièrement : $\because$ Le corps est sur le point de se glisser sous l'effet de son poids seulement

$\therefore \mu_s = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

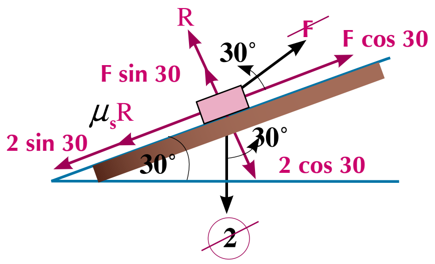


figure (6)

Deuxièmement : $\because$ le corps est sur le point de se mouvoir vers le haut du plan:

Les équations d'équilibre sont :

$R + F \sin 30° = 2 \cos 30°$ $\therefore R = \sqrt{3} - \frac{1}{2} F$ .... (1) ,

$F \cos 30° = 2 \sin 30° + \frac{1}{\sqrt{3}} R$ $\therefore 3F = 2\sqrt{3} + 2R$ .... (2)

De (1) et (2)

$3F = 2\sqrt{3} + 2(\sqrt{3} - \frac{1}{2} F)$ $\therefore 4F = 4\sqrt{3}$ $\therefore F = \sqrt{3}$ kgp

Par la substitution dans (1) $\therefore R = \sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ kgp

$\therefore$ La force de frottement statique $= \mu_s R = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{1}{2}$ kgp

Essayez de résoudre

3) Un corps de 20 N de poids est posé sur un plan incliné rugueux. On a remarqué que le corps est sur le point de se glisser quand le sinus de l'angle d'inclinaison du plan à l'horizontal $= \frac{1}{2}$ Si on augmente l'inclinaison du plan pour que le sinus de l'angle d'inclinaison à l'horizontal $= \frac{1}{\sqrt{2}}$ Déterminez:

a La plus petite force agissant au corps parallèlement à la ligne de plus grande pente du plan et l'empêche de glisser

b La force agissant sur le corps parallèlement à la ligne de plus grande pente du plan et le rend sur le point de se mouvoir vers le haut du plan.

Exercice 1 - 2

Premièrement : Mettez le signe (✓) ou le signe (✗):

1) Le coefficient du frottement entre deux corps dépend à leurs figures et leurs masses.

2) Le rapport entre l'intensité de la force de frottement statique limite et la réaction normale est appelé le coefficient de frottement.

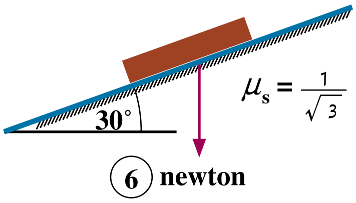
(3) La tangente de l'angle du frottement statique est égale au rapport de la force de frottement limite et la réaction normale

(4) Si un corps est posé sur un plan incliné rugueux il est sur le point de glisser, alors le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan est égal à la mesure de l'angle d'inclinaison du plan à l'horizontal.

(5) Si un corps est posé sur un plan incliné rugueux il est sur le point de glisser, alors la mesure de l'angle de frottement est égal à la mesure de l'angle d'inclinaison du plan à l'horizontal.

(6) l'angle de frottement est l'angle compris entre la force de frottement limite et la force de la réaction résultante.

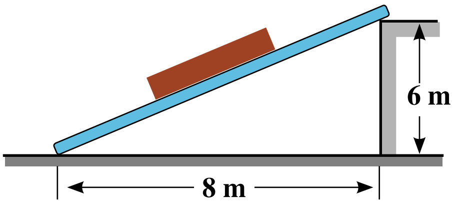
Deuxièmement: Choisissez la bonne réponse parmi les réponses proposées:



(7) **Dans la figure ci –contre :** Si le corps est sur le point de se glisser vers le bas, alors la force de frottement limite est égale à :

a 3 b $2\sqrt{3}$

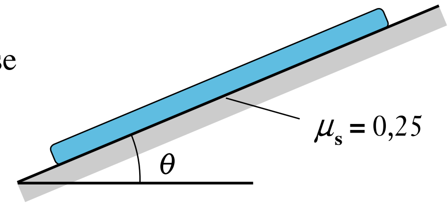
c $3\sqrt{3}$ d 9



(8) **Dans la figure ci –contre :** Le corps est sur le point de se glisser vers le bas du plan, alors la mesure de l'angle de frottement statique est égale à :

a 36,87° b 41,41°

c 48,59° d 53,13°



(9) **Dans la figure ci –contre :** Le corps est sur le point de se glisser vers le bas du plan, alors m ($\angle\theta$) =

a 14,04° b 14,48°

c 75,52° d 75,87°

Troisièmement : Répondez aux questions suivantes:

(10) Un corps de 39 N de poids est posé sur un plan horizontal rugueux. La tangente de l'angle de frottement statique entre le plan et le corps est $\frac{1}{3}$. Le corps est tiré par une force inclinée d'un angle de sinus $\frac{4}{5}$ sur l'horizontal qui rend le corps au point de se mouvoir. Déterminez :

a La force de la tension b l'intensité de la force de frottement

(11) Un corps de 38 kgp de poids est sur le point de se mouvoir sous l'effet de son poids. S'il est placé sur un plan rugueux incliné d'un angle dont la tangente est $\frac{1}{4}$, sur l'horizontal. S'il est posé sur un plan horizontal de même rugosité et une force de tension de même plan vertical inclinée à l'horizontal d'un angle dont la tangente est $\frac{3}{4}$ appliqué sur le corps vers le haut. Déterminez l'intensité de cette force et l'intensité de la réaction normale.

(12) Un corps de 400 gp de poids est placé sur un plan incliné d'un angle de 30° à l'horizontal. Le coefficient de frottement entre le corps et le plan est $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Une force d'intensité 50 gp agit sur le corps suivant la ligne de plus grande pente du plan vers le haut. Si le corps est en équilibre, déterminez la force de frottement puis montrez si le corps est sur le point de se mouvoir ou non?

(13) Un corps de 4 kgp de poids est posé sur un plan rugueux incliné à l'horizontal d'un angle de 30° et dont le coefficient de frottement est $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Montrez que le corps se glisse ou il est sur

le point de se glisser ou le frottement n'est pas limite. Trouve l'intensité et le sens de la force de frottement en ce moment. Puis déterminez l'intensité de la force nécessaire qui est appliqué au corps la ligne de plus grande pente pour qu'il soit sur le point de se mouvoir vers le haut du plan.

14 Un corps de $20\sqrt{3}$ kgp de poids est placé sur un plan rugueux incliné d'un angle de 30° à l'horizontal. Le corps est tiré vers le haut par un fil situé dans le même plan vertical passant par la ligne de plus grande pente et dans une direction incliné à 30° sur le plan. Si le coefficient de frottement est égal à 0,25 . Déterminez la plus petite intensité de la tension qui empêche le corps de se glisser vers le bas du plan.

15 Un corps de (P) de poids est placé sur un plan rugueux incliné d'un angle de mesure (θ) à l'horizontal. On trouve que la plus petite force parallèle à la ligne de plus grande pente du plan et rend le corps sur le point de se mouvoir vers le haut du plan est égale à $2\,P\sin\theta$. Démontrez que :

a La mesure de l'angle de frottement = θ b L'intensité de la réaction résultante = P

16 Un corps de 25 kgp de poids est posé sur un plan incliné rugueux. Une force F agit sur le corps suivant la ligne de plus grande pente vers le haut. Si le corps est sur le point de se mouvoir vers le haut quand F = 15 kgp, et sur le point de se mouvoir vers le bas quand F = 10 kgp Déterminez : a La mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal

b le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan

17 Un corps de (P) de poids est placé sur un plan rugueux incliné d'un angle dont le sinus est $\frac{5}{13}$. Le corps est tiré par une force horizontale située dans le plan vertical passant par la ligne de plus grand pente du plan qui rend le corps sur le point de se mouvoir vers le haut du plan. Si le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan est $\frac{1}{2}$. Déterminez l'intensité du poids du corps (P).

18 Un corps de 8 kgp de poids est posé sur un plan horizontal rugueux. On a incliné le plan régulièrement jusqu'à μ le corps soit sur le point de se glisser vers le bas quad l'angle d'inclinaison est de 30°. Déterminez le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan. Si le corps est attaché par un fil et tiré dans une direction inclinée d'un angle de 30° sur le plan jusqu'au le corps est sur le point de se mouvoir vers le haut. Déterminez :

a L'intensité de la tension b L'intensité de la réaction normale

19 Un corps de3 kgp de poids est posé sur un plan rugueux incliné à l'horizontal d'un angle de 60° et dont le coefficient de frottement est $\frac{\sqrt{3}}{9}$, Montre avec la raison que le corps ne reste pas en équilibre. Trouvez l'intensité de la plus grande et la plus petite force horizontale (située dans le plan vertical passant par la ligne de plus grande pente du plan) appliqué au corps et il reste en équilibre.

20 Deux masses 3 ; 5 kg attachées par un fil et posées sur un plan rugueux incliné dont le coefficient de frottement statique entre le plan et les deux masses sont $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$ respectivement. Quelle masse doit –elle être au dessous de l'autre pour que les deux corps se déplacent ensemble. Puis démontrez que la tangente de l'angle d'inclinaison du plan à l'horizontal au moment au les deux corps sont sur le point de e mouvoir est $\frac{3}{4}$

21 **Réflexion critique :** Un corps de poids (P) est placé sur un plan rugueux incliné à l'horizontal d'un angle de mesure (θ) et la mesure de l'angle du frottement est (λ). Une force (F) agit sur le corps et est inclinée sur le plan d'un angle de mesure (α) vers l'haut. Déterminez l'intensité de la plus petite force (F) qui rend le corps sur le point de se mouvoir vers le haut du plan.

Résumé de l'unité

Surfaces lisses : Les forces de frottement s'annulent sur elles et le coefficient de frottement = 0.

Surface rugueux : Les forces de frottement apparait sur elles et le coefficient de frottement est égale à une valeur réelle positive.

Réaction :

- **Dans le cas des surfaces lisses :** la réaction est orthogonale sur la surface tangentielle commune de deux corps.
- **Dans le cas des surfaces rugueux :** la réaction a de sens inconnu dépond de la nature de deux surfaces tangentes. Et dépond aussi de forces agissant sure le corps

Force de frottement statique : à cause de toucher de deux surfaces ou s'ils sont sur le point de se mouvoir. Elle est dans le sens opposé de la force causant le mouvement possible. Son intensité donnée par l'inéquation $0 \leqslant F' \leqslant \mu_s R$ ou μ_s est le coefficient de frottement statique.

Force de frottement statique limite : Quand la force de frottement statique (F_s) arrive à son valeur maximale le corps sera sur le point de se mouvoir (sans déplacer) et le frottement est alors limite et (F_s) et $F_s = \mu_s R$

Force de frottement dynamique : Si un corps se déplace sur une surface rugueuse, alors il soumis à une force de frottement dynamique dont le sens est opposé du mouvement. Son intensité est donnée par la relation $F'_D = \mu_D R$ où μ_D est le coefficient de frottement dynamique .

Remarques sure le coefficient de frottement statique et dynamique :

- μ_s , μ_D chacun de dépend de natures du corps et de la surface, mais ne dépend ni de à l'aire des surfaces tangentielles ni de la masse du corps.
- Le coefficient de frottement statique (μ_s) > Le coefficient de frottement dynamique (μ_D)

Réaction résultante : La réaction résultante (R') est la résultante de la réaction normale $\overrightarrow{R}$ et la force de frottement $\overrightarrow{F_s}$

Angle de frottement : c'est l'angle compris entre la réaction normale et la réaction résultante, atteigne sa valeur maximale quand le frottement est limite .

Relation entre le coefficient du frottement et l'angle du frottement : Si le frottement est limite, alors le coefficient de frottement est égal à la tangente de l'angle de frottement.

Relation entre la mesure de l'angle de frottement et la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal : Si un corps posé sur un plan rugueux incliné est sur le point de se glisser, alors la mesure de l'angle de frottement est égale à la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal

Choisissiez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

1. L'angle de frottement est :
   - a) L'angle compris entre la réaction résultante et la réaction normale dans le cas du frottement limite .
   - b) L'angle compris entre la réaction résultante et la force de frottement limite .
   - c) Le rapport de la réaction normale et la force de frottement limite.
   - d) Le rapport du coefficient de frottement statique et le coefficient de frottement dynamique.

2. Le coefficient dépend de :
   - a) L'aire de la surface tangentielle.
   - b) La figure de deux corps.
   - c) la nature de deux corps.
   - d) tout ce qui est passé.

3. Si μ_s , μ_D sont les coefficients de frottement statique et dynamique respectivement de deux corps touchés, alors :
   - a) $\mu_s = \mu_D$
   - b) $\mu_s < \mu_D$
   - c) $\mu_s > \mu_D$
   - d) Il n y'a pas de relation entre eux .

Répondez aux questions suivantes :

4. Un corps de 13,5 kgp est placé sur un plan rugueux horizontal. Le coefficient de frottement entre le corps et le plan est $\frac{2}{3}$. Une force horizontale d'intensité 7,5 kgp. agit sur le corps. Montrez si le corps est sur le point de se mouvoir ou non? Vérifiez votre réponse.

5. Un corps de 45 kgp est posé sur un plan horizontal rugueux dont le coefficient de frottement avec le corps est $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Déterminez:
   - a) L'intensité de la plus petite force nécessaire pour déplacer le corps sur le plan.
   - b) l'intensité et le sens de la réaction résultante.

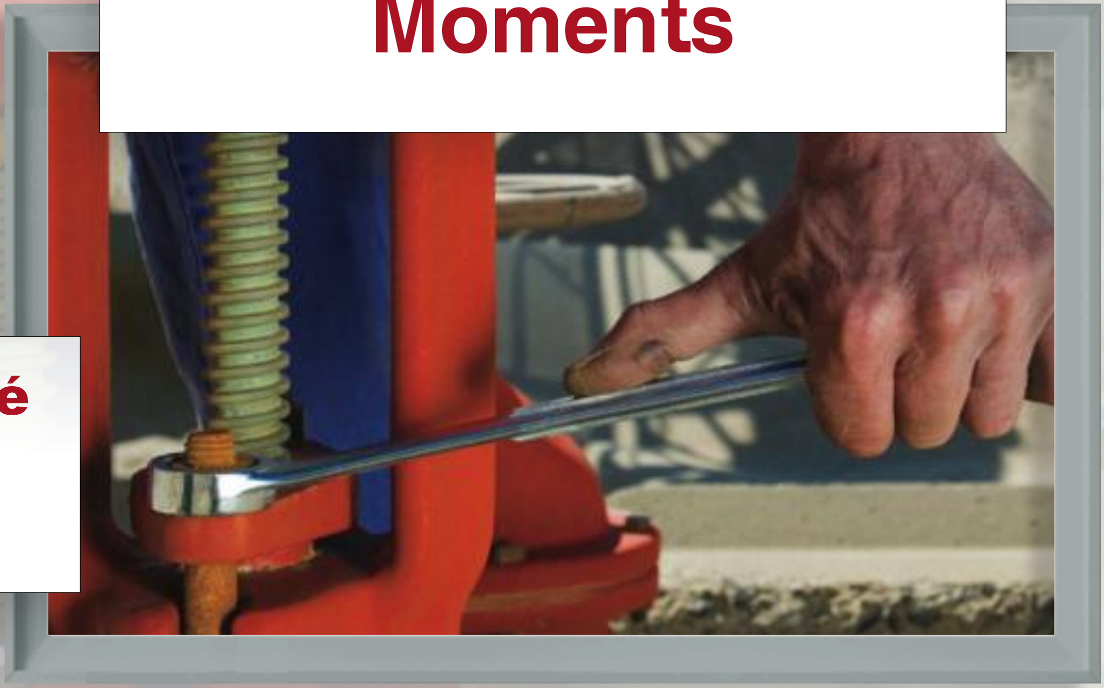
6. Un corps de 26 N est posé sur un plan horizontal rugueux. Il devient sur le point de mouvoir quand deux forces horizontales d'intensités 7 ; 8 N formant un angle de mesure 60° agissent sur lui. Déterminez le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan.

7. Un corps de 10 kgp de poids est posé sur un plan incliné d'un angle de mesure 30° sur l'horizontal. Si le corps est sur le point de se mouvoir. Déterminez une force agit sur le corps suivant la ligne de la plus grande pente du plan qui rend le corps sur le point de se mouvoir vers le haut du plan.

8. Un corps de 6 N de poids est posé sur un plan rugueux incliné d'un angle dont le cos est $\frac{4}{5}$ sur l'horizontal. La mesure de l'angle de frottement est 45°. Montrez que le corps reste en équilibre, puis déterminez l'intensité d la plus petite force agit sur le corps suivant la ligne de plus grande pente du plan vers le bas qui le rend le sur le point de se mouvoir.

Pour plus d'activités, visiter le site www.sec3mathematics.com.eg

Moments



Unité 2

Introduction de l'unité

Les hommes ont dépondu à l'idée de leviers pour lui permettre de transporter et de déplacer les choses d'un endroit à un autre. Le système locomoteur de l'homme ressemble l'idée de leviers. L'os est l'objet solide affecté par la puissance de muscle pour tourner autour d'un point fixe (au centre), et que nous comprenons l'effet de la force de rotation (moment de la force). Dans cet unité, on mettra l'accent sur la notion du moment d'une force par rapport à un point dans un repère de trois dimensions.

Objectifs de l'unité

A la fin de l'étude de cette unité, l'élève doit être capable de :

- Savoir faire et déterminer le moment d'une force par rapport à un point dans l'espace.
- Déterminer la norme et le sens du moment d'une force par rapport à un point.
- Déterminer le moment des forces coplanaires par rapport à un point situé au même plan.
- Savoir faire le théorème général du moment "si un ensemble des forces coplanaires agissant sur un corps rigide a une résultante, alors la somme algébrique des moments par rapport à un point est égale au moment de la résultante par rapport au même point".
- Résoudre des applications divers de moment.

Vocabulaires de base

- Moment
- Centre du Moment
- Axe du Moment
- Bras du moment
- Rotation
- Résultante
- Composante du moment
- Sens opposé des aiguilles d'une montre
- Même Sens des aiguilles d'une montre
- Mesure algébrique du moment
- Norme du moment

Leçons de l'unité

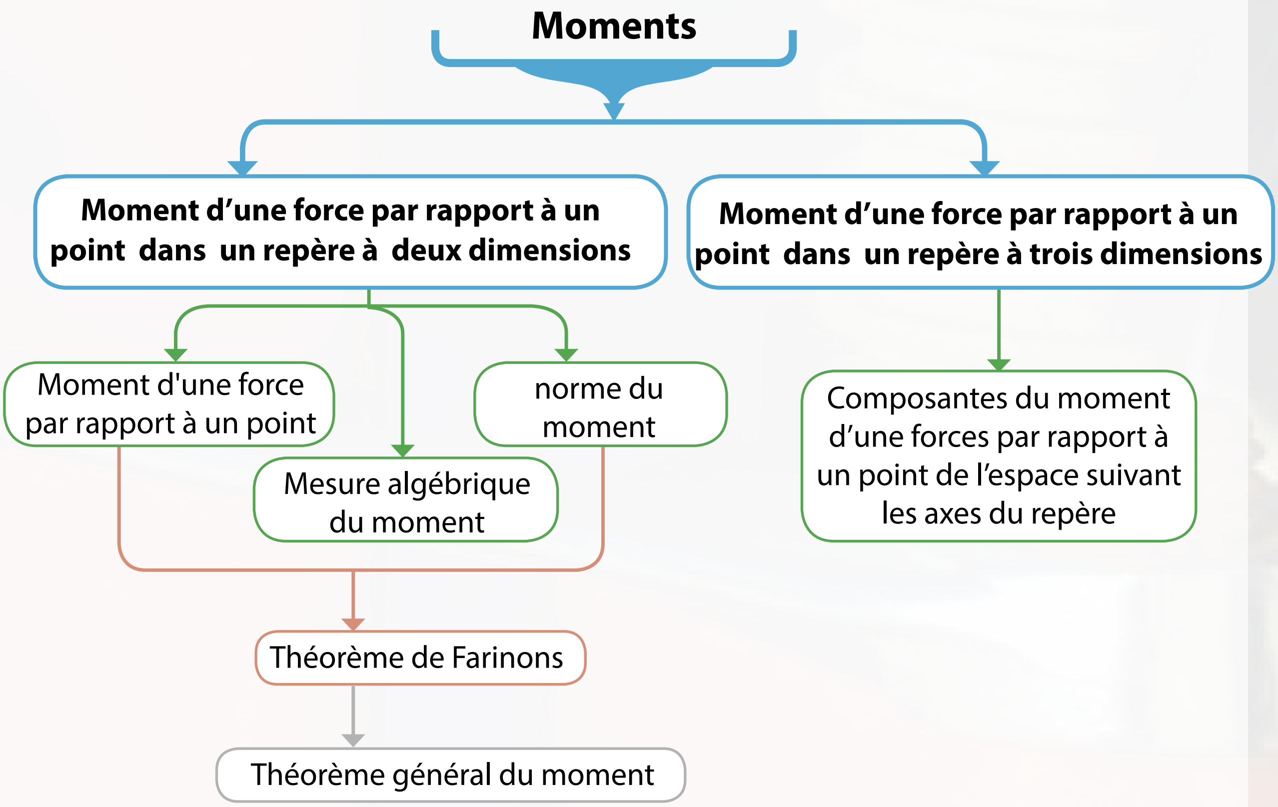
.**Lesson (2 -1):** Moment d'une force par rapport à un point dans un repère à deux dimensions

Lesson (2 -2): Moment d'une force par rapport à un point dans un repère à trois dimensions

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique
- Logiciel de graphisme

Organigramme de l'unité



Unité 2

2 - 1

Moment d'une force par rapport à un point dans un repère à deux dimensions

Apprendre

- Moment d'une force par rapport à un point
- Moment des forces plaines par rapport à un point du plan

Vocabulaire de base

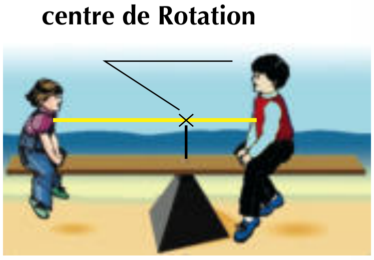
- Moment
- Centre du moment
- Axe du moment
- bras du moment

Aide Pédagogique

- Calculatrice scientifique

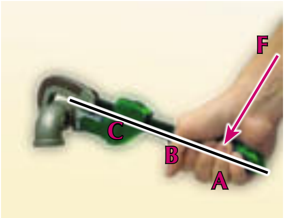
On a déjà appris que la force est produite par l'effet d'un corps à un autre. Cette action produit différentes sortes (mouvement – changement de forme ...). Si le corps se déplace d'une position à une autre, alors l'effet est cinesthésique. Si le corps fait un mouvement rotationnel autour d'un point, alors l'effet est rotationnel. En ce moment, on dit que la force peut tourner le corps autour d'un point ce qui est 'appelé moment par rapport à un point. L'effet rotationnel (moment) dépend à de l'intensité de la force et la distance de la ligne d'action de la force du point (bras levier).

Réfléchissez et discutez



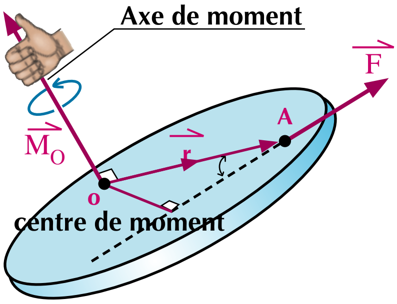
(1) La figure ci-contre indique deux enfants sur une balançoire en position d' équilibre horizontalement. Lequel des deux enfants est – il le plus (lourd – léger), le quel est le plus proche du centre des la rotation? Qu'est ce qu'il fait le plus lourd pour que le plus léger se lève vers le haut?

(2) La figure ci – contre indique la main d'un homme qui veut serrer un tuyau. La position la plus convenable est ... (A ; B ; C).

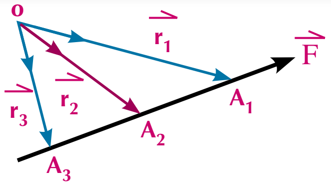


Apprendre

Le moment d'une force par rapport à un point dans un repère orthogonal à deux dimensions



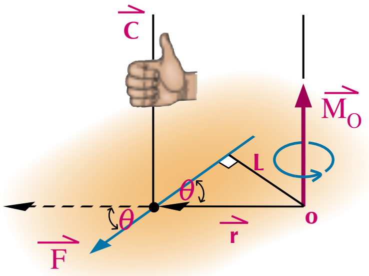
Le moment d'une force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point O est défini par la puissance de faire tourner un corps autour d'un point O. On peut mesure l'effet rotationnel par la relation $\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$ où $\overrightarrow{r}$ est le vecteur position du point A par rapport au point O. Le point O est appelé le centre du moment. La ligne perpendiculaire au plan contenant la force ($\overrightarrow{F}$) et le point (O) est appelée l'axe du moment: On remarque que le moment est une quantité vectorielle. Selon la règle de main droite du produit vectoriel, le sens du moment de la force par rapport au point O est perpendiculaire au plan contenant la force $\overrightarrow{F}$ et le point O.



Réflexion critique: Est-ce - que le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point O dépend de la position du point A sur la ligne d'action de la force?

Notions de base (Moment d'une force – Norme du moment – Mesure algébrique du moment – Unité de mesure du moment)

(1) Moment d'une force par rapport à un point



De la définition du produit vectoriel de deux vecteurs:

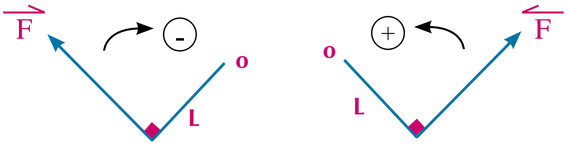
$\vec{M_O} = (\|\vec{r}\| \ \|\vec{F}\| \ \sin\theta) \ \vec{e}$ où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire perpendiculaire au plan de $\vec{F}$; $\vec{r}$ où la rotation de $\vec{r}$ vers $\vec{F}$ est dans le même sens de $\vec{e}$; θ est la mesure de l'angle entre $\vec{r}$ et $\vec{F}$

Soit $\|\vec{F}\| = F$ et $\|\vec{r}\| \sin\theta = d$

où d est la longueur de la hauteur issue de O sur la ligne d'action de la force $\vec{F}$ (est appelé le bras du moment); alors le moment de $\vec{F}$ par rapport au point O est

$\vec{M_O} = (Fd) \ \vec{e}$ **(1)**

(2) Mesure algébrique du moment



Si la force $\vec{F}$ agit sur la rotation autour du point O dans le sens opposé des aiguilles d'une montre, alors la mesure algébrique est positive (le vecteur du moment est dans le même sens du vecteur $\vec{e}$) et si la force $\vec{F}$ agit sur la rotation autour le point O dans le même sens des aiguilles d'une montre, alors la mesure algébrique est négative. (le vecteur du moment est dans le sens opposé du vecteur $\vec{e}$)

(3) Norme du moment La norme du moment est $\|\vec{M_O}\| = Fd$ **(2)**

(4) Moment d'une force par rapport à un point sur sa ligne d'action = zéro

(5) Unité de mesure du moment :

L'Unité de mesure du moment = unité de mesure de l'intensité de la force × unité de mesure de la longueur. Par exemple Newton. m, Dyne. Km, kgp. m …

la ligne d'action de la force passe par le point O

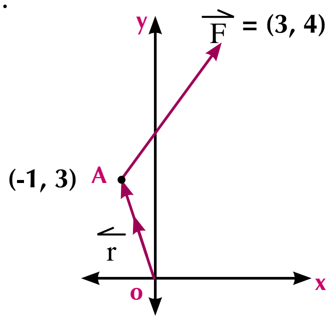
∴ M_O = Zero

Exemple

① Si $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont les vecteurs unitaires de base et la force $\vec{F} = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ agit sur le point A(-1; 3) d'un corps. Détermine :

a le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point d'origine O (0 ; 0)

b La longueur de la perpendiculaire issue du point O sur la ligne d'action de la force $\vec{F}$



Solution

a $\vec{r} = \overrightarrow{OA} = \vec{A} - \vec{O}$

$= (-1, 3) - (0 , 0) = (-1, 3)$

$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$

$= (-1, 3) \times (3, 4) = (-1 \times 4 - 3 \times 3)\ \overrightarrow{k}$

$= -13\ \overrightarrow{k}$

La norme du moment = 13 unités du moment , la mesure algébrique du vecteur du moment = -13 unités du moment

Interprétions du résulat: c-à-d la force $\overrightarrow{F}$ fait tourner le corps auteur du point O dans le même seus des aiguilles d'une montre. (La direction du moment est - $\overrightarrow{k}$)

b Pour déterminer la longueur de la perpendiculaire issue de O sur la ligne d'action de la force F

$\because \| \overrightarrow{M_O} \| = F\, d \qquad \therefore d = \frac{\|\overrightarrow{M_O}\|}{F} = \frac{13}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{13}{5}$ unités de longueur.

Essayez de résoudre

1 Si $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ and $\overrightarrow{k}$ sont les vecteurs unitaires de base et la force $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}$ agit au point A (2, 3) Déterminez :

a le moment de la force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point B (2 ; 1)

b La longueur de la perpendiculaire issue du point B sur la ligne d'action de la force F .

Réflexion critique : Si le moment d'une force par rapport à un point s'annule, citez la signification

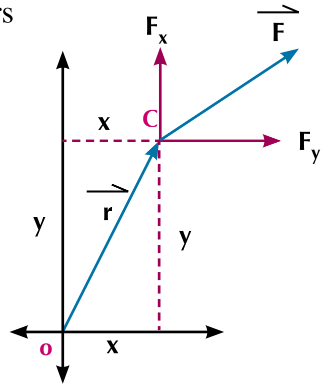
Apprendre

Principe du moment (Théorème de Farinons)

Moment de la force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point est égal à la somme des moments des ses composantes par rapport au même point.

Si la force $\overrightarrow{F} = F_x\ \overrightarrow{i} + F_y\ \overrightarrow{j}$ appliqué au point A

dont le vecteur de position par rapport au point O est $\overrightarrow{r} = (x, y)$ alors



$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$

$= (x, y) \times (F_x, F_y)$

$= (x\, F_y)\ \overrightarrow{k} + (-y\, F_x)\ \overrightarrow{k}$

moment de F_y par rapport à O + le moment de F_x par rapport à O

Exemple

2 **Dans la figure ci- contre:**

Déterminez la mesure algébrique du moment de la force par rapport au point O.

Première solution :

On décompose la force 200 N en deux composantes

$F_1 = 200 \cos 30 = 100\sqrt{3}$ Newton

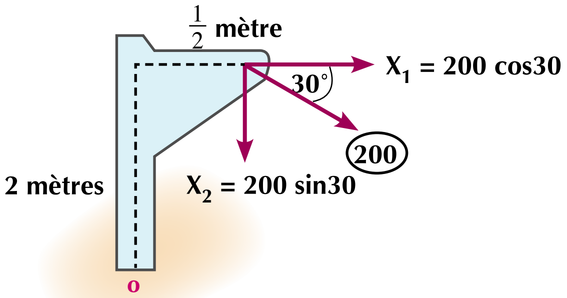
$F_2 = 200 \sin 30 = 100$ Newton

Par le théorème de Farinons

$M_O = -F_1 \times 2 - F_2 \times \frac{1}{2}$

$= -100\sqrt{3} \times 2 - 100 \times \frac{1}{2}$

$= (-200\sqrt{3} - 50)$ Newton . mètre



Deuxième solution :

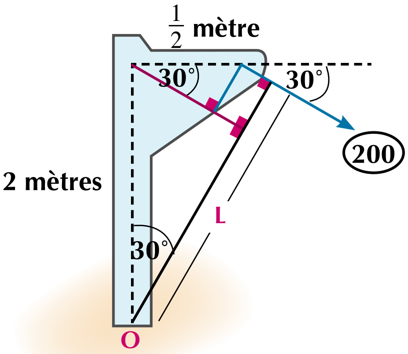
La longueur de la perpendiculaire issue de O sur la ligne d'action de la force = d

où $d = 2 \cos 30 + \frac{1}{2} \sin 30 = (\sqrt{3} + \frac{1}{4})$ mètre

∵ La force fait une rotation autour de O dans le même sens des aiguilles de la montre

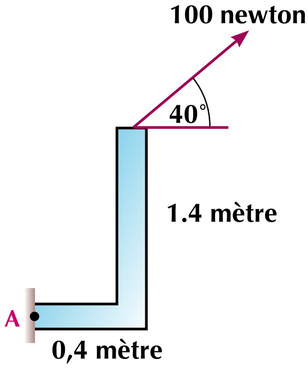
∴ La mesure algébrique du moment est négative

∴ $M_O = -200 \times (\sqrt{3} + \frac{1}{4}) = (-200\sqrt{3} - 50)$ Newton.métre



Essayez de résoudre

2 **Dans la figure ci – contre :** Calculez la mesure algébrique du moment de la force 100 N par rapport au point A .



Théorème

La somme des moments de plusieurs forces concourantes par rapport à un point de l'espace est égale au moment de leur résultante par rapport au même point

Démonstration

Soient $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, ..., $\overrightarrow{F_n}$ est un ensemble limité des forces agissant au point A,

O est le point auquel on calcule le moment

∴ $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OA}$

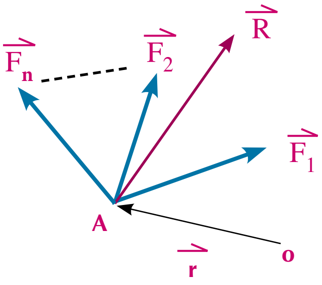
La somme des moments des forces par rapport au point O

$= \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{R} \times \overrightarrow{F_2} + \dots + \overrightarrow{R} \times \overrightarrow{F_n}$

$= \overrightarrow{r} \times (\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \dots + \overrightarrow{F_n})$

$= \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{R}$

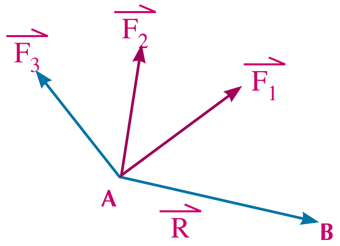
= le moment de leur résultante par rapport au même point O



Exemple **(Moment des forces coplanaires concourantes)**

(3) Les forces $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = (1; 3)$ et $\overrightarrow{F_3} = 4\,\overrightarrow{i} + 4\,\overrightarrow{j}$ agissant au point A (- 2 ; 1). Déterminez la somme des moments des ces forces par rapport au point B (0 ; 2), puis déterminez le moment de leur résultante par rapport au point B. Que remarquez – vous?

Solution



$\overrightarrow{r} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = (-2, -1)$

$\overrightarrow{M_1} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F_1}$

$= (-2, -1) \times (1, 2)$

$= (-4 + 1)\ \hat{k} \quad = -3\ \hat{k}$

$\overrightarrow{M_2} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F_2} \quad = (-2, -1) \times (1, 3) \ = \ (-6 + 1)\ \overrightarrow{k} = -5\ \overrightarrow{k}$

$\overrightarrow{M_3} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F_3} \quad = (-2, -1) \times (4, 4) \ = \ (-8 + 4)\ \overrightarrow{k} = -\ 4\ \overrightarrow{k}$

$\therefore$ La somme des moments des forces par rapport au point B

$= \overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2} + \overrightarrow{M_3}$

$= -3\,\overrightarrow{k} - 5\,\overrightarrow{k} - 4\,\overrightarrow{k} = -12\ \overrightarrow{k}$

La résultante des forces: $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} \ = \ (1, 2) + (1, 3) + (4, 4) = (6, 9)$

$\therefore$ Le moment de la résultante $= \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{R}$

$= (-2, -1) \times (6, 9)$

$= (-18 + 6)\ \overrightarrow{k} = -12\ \overrightarrow{k}$

On remarque que La somme des moments des forces par rapport à un point est égale au moment de leur résultante par rapport au même point.

Théorème général de moments

Théorème

La somme des mesures algébriques des moments des forces par rapport à un point est égale à la mesure algébrique au moment de leur résultante par rapport au même point

Essayez de résoudre

(3) Les forces $\overrightarrow{F_1} = 3\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = -2\,\overrightarrow{j} - 3\,\overrightarrow{j}$ agissent au point A (- 1 ; 4). Déterminez la somme des moments des ces forces par rapport au point B (1 ; 1), puis déterminez le moment de leur résultante par rapport au point B.

Exemple

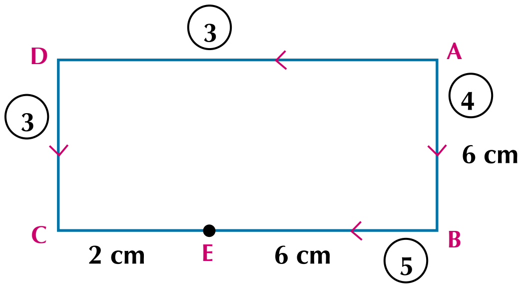
(4) ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm, BC = 8 cm, des forces d'intensités 4 ; 5 ; 3 ; 3 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD}$ où E ∈ $\overline{BC}$, BE = 6cm. Démontrez que la résultante des forces passe par le point E.

Solution

La somme des mesures algébriques des moments des forces par rapport au point E = $-4 \times 6 + 3 \times 2 + 3 \times 6$ = zero

Selon le théorème du moment, alors le moment de la résultante par rapport au point E est égale à = 0

Alors la résultante passe par le point E

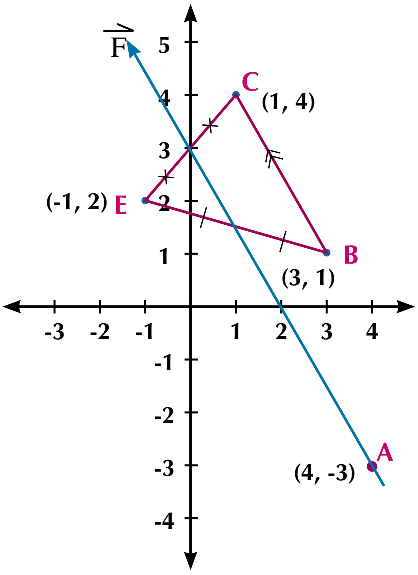


Essayez de résoudre

(4) ABCD est un carré de 6 cm de longueur E ∈ $\overline{BC}$ où BE = 1 cm, des forces d'intensités 1, 2, 3, 4, et F agissent suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{AC}$ respectivement . Si la ligne d'action de la résultante passe par le point E , trouvez la valeur de F.

Exemple

(5) La force $\vec{F} = -2\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$ agit sur le point A (4 ; - 3). Déterminez le moment de $\vec{F}$ par rapport chacun des points B (3 ; 1) ; C (1 ; 4) ; D (- 1 ; 2)



Solution

$\vec{r_1} = \vec{BA} = \vec{A} - \vec{B} = (1; -4)$

$\therefore \vec{M_B} = \vec{r_1} \times \vec{F} = (1; -4) \times (-2; 3) = (3 - 8)\,\vec{k} = -5\,\vec{k}$

$\vec{R_2} = \vec{CA} = \vec{A} - \vec{C} = (3; -7)$

$\therefore \vec{M_C} = \vec{r_2} \times \vec{F} = (3, -7) \times (-2; 3) = (9 - 14)\,\vec{k} = -5\,\vec{k}$

$\vec{R_3} = \vec{DA} = \vec{A} - \vec{D} = (5; -5)$

$\therefore \vec{M_D} = \vec{r_3} \times \vec{F} = (5; -5) \times (-2; 3) = (15 - 10)\,\vec{k} = 5\,\vec{k}$

De l'exemple précédent, on déduit que :

(1) Si le moment d'une force par rapport au point B = Le moment de cette force par rapport au point C, alors la ligne d'action de la force // $\overleftrightarrow{BC}$

(2) Si le moment d'une force par rapport au point B = – Le moment de cette force par rapport au point D, alors la ligne d'action de la force passe par le milieu de $\overline{BD}$

Essayez de résoudre

(5) La force $\vec{F}$ agit sur le point A (- 3;2). Si le moment de $\vec{F}$ par rapport à chacun des deux points B (3 ; 1) ; C (-1 ; 4) est égale à 28 $\vec{k}$. Déterminez $\vec{F}$.

Généralisation de résultat précédent

Soient plusieurs forces agissant à un corps et A ; B deux points de même plan:

(1) Si la somme des moments des forces par rapport au point A = la somme de leurs moments par rapport au point B, alors la ligne d'action de leur résultante // $\overleftrightarrow{AB}$.

(2) Si la somme des moments des forces par rapport au point A = – la somme de leurs moment par rapport au point B, alors la ligne d'action de leur résultante passe par le milieu de $\overline{AB}$

Remarque : Si la somme des moments des forces par rapport à un point C soit nulle, alors C est situé sur la ligne d'action de leur résultante ou la résultante soit le vecteur nul.

Exemple

6 Les forces $\overrightarrow{F_1} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 5\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = -3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ agissent au point (1 ; 1). Démontre en utilisant le moment que la ligne de leur résultante est parallèle à la ligne passant par les deux points B (2 ; 1) , C (6 ; 4).

Solution

$\because \overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = 4\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$

$\overrightarrow{r_1} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = (-1; 0)$ $\qquad \overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{r_1} \times \overrightarrow{F} = (-1; 0) \times (4; 3) = -3\overrightarrow{k}$

$\overrightarrow{r_2} = \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{C} = (-5; -3)$ $\qquad \overrightarrow{M_C} = \overrightarrow{R_2} \times \overrightarrow{F} = (-5; -3) \times (4; 3) = -3\overrightarrow{k}$

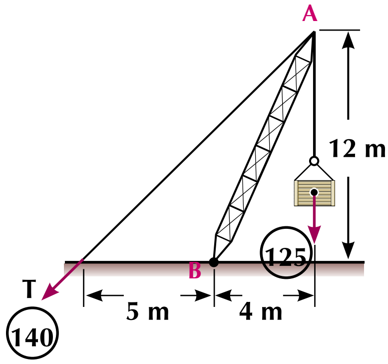
$\because \overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{M_C}$, $\overrightarrow{R} \neq \overrightarrow{0}$ $\qquad \therefore$ la ligne d'action de $\overrightarrow{R}$ // $\overleftrightarrow{BC}$

Essayez de résoudre

6 Les forces $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 3\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$ agissent au point (- 2 ; 3). Démontrez en utilisant le moment que la ligne de leur résultante passe par le milieu du segment reliant les deux points B (- 1 ; 5) , C (1 ; 2).

Essayez de résoudre

7 **Dans la figure ci-contre:** $\overline{AB}$ représente un levier pour levage des marchandises. Si la tension dans le fil est égale à 140 N et le poids de la boite est 125 N. Déterminez la somme des moments de deux forces par rapport au point B.

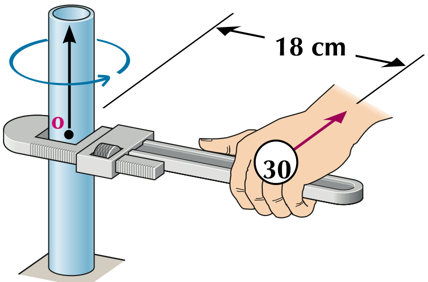


Exercises 2 - 1

Complétez ce qui suit

1. Une force d'intensité 50 N distante 8 cm d'un point A, alors la norme du moment de la force par rapport au point A est égale à .... N.cm

2. **Dans la figure ci-contre:** la norme du moment par rapport au point d'origine (O) est égale à ....

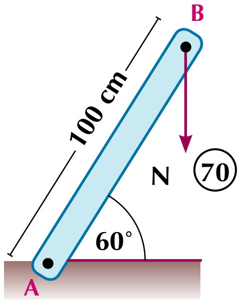


3. La force 4 $\vec{j}$ Newton agit sur un point dont le vecteur de position par rapport à l'origine est 5 $\vec{i}$ mètre, alors le moment de la force par rapport à l'origine est égal à ....

4. Si le moment d'une force par rapport à un point quelconque est égal à zéro, alors ça signifie que ....

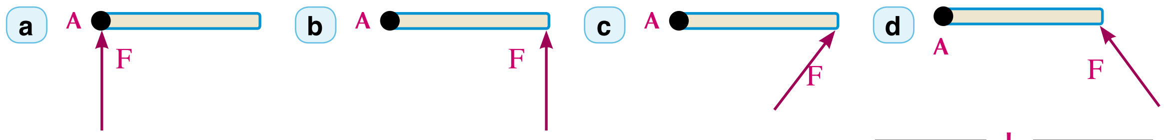
5. Si le moment d'une force est constant, alors l'intensité de la force est inversement proportionnelle à ....

6. **La figure ci- contre :** une barre fixée par une charnière au point A, une force verticale d'intensité 70 N agit sur le point B vers le bas. alors, le moment de la force par rapport au point A est égal à .... N.m

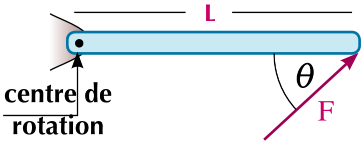


Choisissiez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

7. La figure ci contre représente une porte fixée par une charnière en A. Une force $\vec{F}$ agit sur la porte, dans quelle figure la force $\vec{F}$ a le plus grand moment par rapport à A?



8. Une barre de longueur d peut tourner facilement autour d'un point à son extrémité. Une force, d'intensité F est inclinée à un angle de mesure θ à pa barre, agit à son autre extrémité. Si $\vec{F}$ est perpendiculaire à la barre alors à quelle position du centre de rotation, la force doit agir pour qu'elle cue le même moment?



a) d sin θ b) d cos θ c) d d) d tan θ

9. Si le moment de la force $\vec{F}$ point A est égal à son moment par rapport au point B alors ....

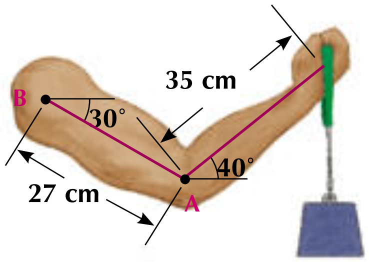
a) $\vec{F} \perp \overline{AB}$
b) $\vec{F}$ passe par le milieu de $\overline{AB}$
c) $\vec{F} \,//\, \overline{AB}$
d) Il n'y a pas de relation entre $\overline{AB}$ and $\vec{F}$

Répondez aux questions suivantes

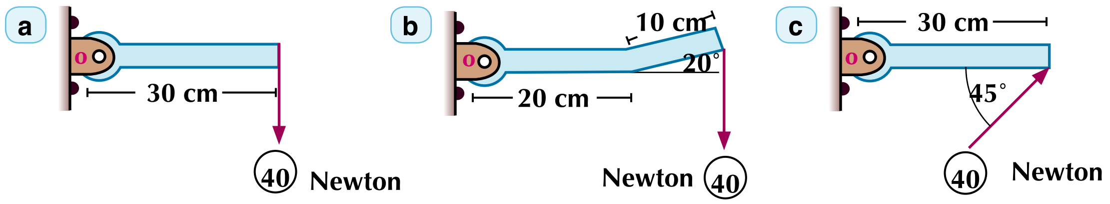
10 Les forces $\overrightarrow{F_1} = M\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{F_2} = L\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$ agissent aux points A_1 (1, 1), A_2 (-1, -2) respectivement. Déterminez les valeurs des constantes L et M pour que la somme des moments de deux forces par rapport à l'origine et par rapport au point B (2 ; 3) soit nulle.

11 Les forces $\overrightarrow{F_1} = 2\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 5\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = -3\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ agissent au point A (1 ; 1). Démontrez en utilisant le moment que la ligne d'action de leur résultante est parallèle à la ligne passant par les deux points (2 ; 1) ; (6 ; 4)

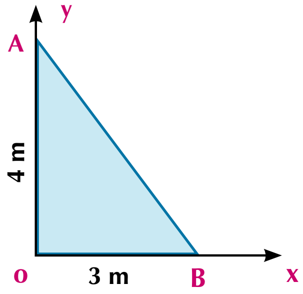
12 **La figure ci-contre** représente un homme qui porte un poids. Si la norme du moment du poids par rapport au point A est égale à 80 N.m. Déterminez le moment du poids par rapport au point B



13 Dans chacune des figures suivantes: déterminez la mesure algébrique du moment par rapport au point O



14 La force $\overrightarrow{F}$ dans le plan XOY agit sur le triangle AOB. Si la mesure algébrique du moment de la force par rapport au point A est égale à – 100 N.m, et la mesure algébrique du moment de la force par rapport au point B est nulle. Déterminez $\overrightarrow{F}$



Moment d'une force par rapport à un point dans un repère à trois dimensions

Unité 2

2 - 2

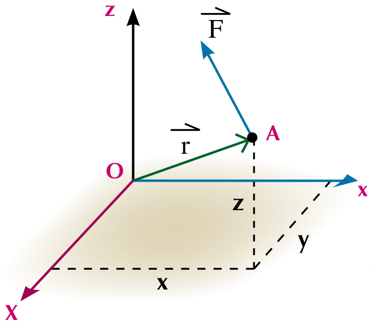
On a déjà appris la détermination du moment d'une force par rapport à un point dans le plan. Dans cette leçon on apprendra la détermination du moment d'une force par rapport à un point dans l'espace.

Apprendre

Moment d'une force par rapport à un point dans l'espace

Si $\vec{F} = (F_x , F_y , F_z)$ agit au point A (x ; y ; z) dont le vecteur position par rapport au point O (0 ; 0 ; 0) est $\vec{r} = (x , y , z)$ alors le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point O est égal à

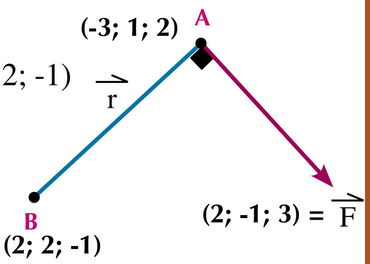
$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$



Exemple

1 La force $\vec{F} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ sur le point A (- 3 ; 1 ; 2). Déterminez le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point B (2 ; 2 ; -1) puis calculez la longueur de la perpendiculaire issue de B sur la ligne d'action de la force

Solution



$$\vec{r} = \vec{BA} = \vec{A} - \vec{B} = (-3; 1; 2) - (2; 2; -1) = (-5; -1; 3)$$

$$\vec{M}_B = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= (-5 ; -1 ; 3) \times (2 ; -1 ; 3)$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -5 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (-1 \times 3 - 3 \times -1)\,\vec{i} - (-5 \times 3 - 3 \times 2)\,\vec{j} + (-5 \times -1 - 2 \times -1)\,\vec{k}$$

$$= 21\,\vec{i} + 7\,\vec{k} \text{ Unité du moment}$$

$$d = \frac{\|\vec{M}_B\|}{\|\vec{F}\|} = \frac{\sqrt{0^2 + 21^2 + 7^2}}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2}} = \sqrt{35} \text{ Unité de longueur}$$

Apprendre

- Moment d'une force par rapport à un point à trois dimensions
- Les composantes du moment d'une force par rapport à un point de l'espace.

Vocabulaire de base

- Espace
- Composantes
- Rotation
- Axe

Aide Pédagogique

- Calculatrice scientifique
- Logiciel de graphisme

Essayez de résoudre

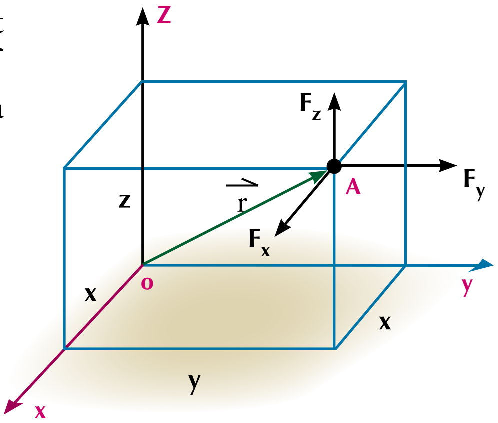
(1) Déterminez le moment de la force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point d'origine où $\overrightarrow{F} = -2\,\overrightarrow{i} + 3\,\overrightarrow{j} + 5\,\overrightarrow{k}$ agit au point A dont le vecteur position par rapport à l'origine est $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$ puis déterminez la longueur de la perpendiculaire issue de l'origine sur la ligne d'action de la force $\overrightarrow{F}$

Composantes suivant les axes du moment d'une force par rapport à un point

Si la force $\overrightarrow{F} = F_x\,\overrightarrow{i} + F_y\,\overrightarrow{j} + F_z\,\overrightarrow{k}$ agit sur le point A dont le vecteur position par rapport à l'origine est $\overrightarrow{r}$ = (x, y, z) alors, le moment de la force $\overrightarrow{F}$ par rapport à l'origine O est égal à $\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$

$$= \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= (y\,F_z - z\,F_y)\,\overrightarrow{i} + (z\,F_x - x\,F_z)\,\overrightarrow{j} + (x\,F_y - y\,F_x)\,\overrightarrow{k}$$



c.-à-d. le moment de la force $\overrightarrow{F}$ a trois composantes :

La composante du moment dans le sens de $\overrightarrow{i}$ qu'on peut calculer en déterminant le moment des composantes F_x , F_y et F_z autour l'axe de x.

La composante F_x n'a pas de moment autour l'axe de x car elle est parallèle à l'axe, Mais la composante F_y fait une rotation autour l'axe de x dans le même sens que les aiguilles d'une montre, alors son moment est $- z \times F_y$.

La composante F_z fait une rotation autour l'axe de x dans le sens opposé des aiguilles d'une montre, alors son moment est $y \times F_z$. La somme des moments des composantes autour l'axe des x est égale à $y \times F_z - z \times F_y$

De même pour les composantes de moments dans le sens $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{k}$

Exemple

(2) Si la force $\overrightarrow{F} = K\,\overrightarrow{i} + 4\,\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$ agit au point A dont le vecteur position par rapport à l'origine est $\overrightarrow{r}$ = (1 , 2 , 2) et la composante du moment de la force $\overrightarrow{F}$ autour l'axe des y est égale à 7 unités de moment. Déterminez la valeur de K puis déterminez la longueur de la perpendiculaire issue de O sur la ligne d'action de $\overrightarrow{F}$

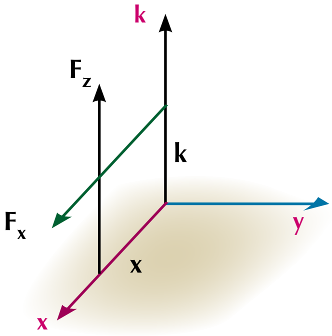
Solution

$\overrightarrow{F} = (K, 4\,, -1) \longleftarrow F_x = K\,,\ F_y = 4\,,\ F_z = -1$

$\overrightarrow{R} = (1, 2\,, 2) \longleftarrow x = 1,\ y = 2,\ k = 2$

La composante du moment de la force autour à l'axe de x = $z\,F_x - x\,F_z$

$\therefore 2K - 1\,(-1) = 7$



$\therefore 2K + 1 = 7 \longrightarrow K = 3$

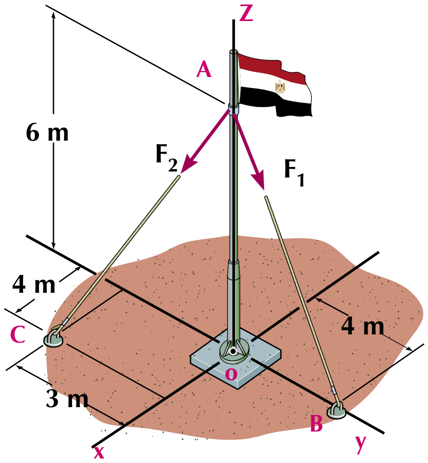
$$\therefore \overrightarrow{M_O} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = -10\,\vec{i} + 7\,\vec{j} - 2\,\vec{k}$$

$\therefore$ la longueur de la perpendiculaire issue de O sur la ligne d'action de F $= \dfrac{\|\overrightarrow{M_O}\|}{\|\vec{F}\|}$

$$\frac{\sqrt{(-10)^2 + (7)^2 + (-2)^2}}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{3\sqrt{442}}{26} \text{ unité de longueur}$$

Essayez de résoudre

2) Si la force $\vec{F} = K\,\vec{i} + m\,\vec{j} - 2\,\vec{k}$ agit sur le point A dont le vecteur position par rapport à l'origine est $\vec{r} = (3, 1, 1)$ et la composante du moment de la force $\vec{F}$ autour les axes de x ; y sont - 1 ; - 8 respectivement. Déterminez la valeur de K ; m.



Exemple

3) Les forces $F_1 = 6\sqrt{13}$ Newton et, $F_2 = \sqrt{61}$ N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme la figure indique. Déterminez:

a) La somme de moments des forces par rapport au point O.

b) Le moment de la résultante de deux forces par rapport au point O. Que déduisez vous?

Solution

De la figure, les coordonnées des points sont :

A (0 ; 0 ; 6) , B (0 ; 4 ; 0), C (4 ; - 3 ; 0)

$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (0 ; 4 ; 0) - (0 ; 0 ; 6) = (0 ; 4 ; - 6)$

$$\overrightarrow{F_1} = F_1\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}\right) = 6\sqrt{13}\left(\frac{(0 ; 4 ; -6)}{\sqrt{0^2 + 4^2 + (-6)^2}}\right) = 6\sqrt{13} \times \frac{(0, 4, -6)}{2\sqrt{13}}$$

$\therefore \overrightarrow{F_1} = (0, 12, -18)$

$\overrightarrow{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (4 ; -3; 0) - (0 ; 0 ; 6) = (4 ; -3; -6)$

$$\overrightarrow{F_2} = F_2\left(\frac{\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AC}\|}\right) = \sqrt{61}\left(\frac{(4 ; -3 ; -6)}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + (-6)^2}}\right) = \sqrt{61} \times \left(\frac{(4; -3; -6)}{\sqrt{61}}\right)$$

$\therefore \overrightarrow{F_2} = (4; -3; -6)$

Le moment de la force $\overrightarrow{F_1}$ par rapport au point O $= \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{F_1} = (0, 0, 6) \times (0, 12, -18)$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 12 & -18 \end{vmatrix} = -72\,\vec{i}$$

Le moment de la force $\vec{F_2}$ par rapport au point O = $\vec{OA} \times \vec{F_2}$ = (0 , 0 , 6) × (4 , - 3 , - 6)

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 6 \\ 4 & -3 & -6 \end{vmatrix} = 18\ \vec{i} + 24\ \vec{j}$$

a La somme de moment des forces par rapport à O

$= -72\ \vec{i} + 18\ \vec{i} + 24\ \vec{j} = -54\ \vec{i} + 24\ \vec{j}$ **(1)**

la résultante de deux forces $\vec{F}$ $= \vec{F_1} + \vec{F_2}$ = (0 ; 12 ; - 18) + (4 ; - 3 ; - 6)
= (4; 9; -24) agit au point A

b Le moment de la résultante par rapport au point O = $\vec{OA} \times \vec{R}$ = (0, 0, 6) × (4, 9, -24)

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 6 \\ 4 & 9 & -24 \end{vmatrix} = -54\ \vec{i} + 24\ \vec{j} \quad (2)$$

de 1 et 2, on remarque que

La somme des moments des forces par rapport à un point de l'espace est égale au moment de leur resultante par rapport au même point.

Exercises 2 - 2

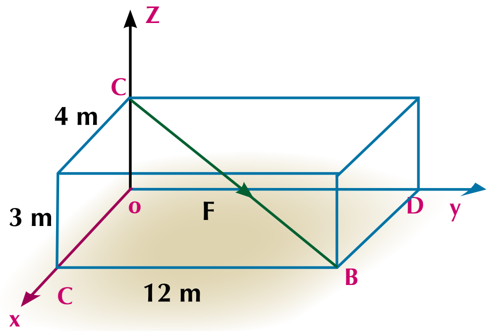
1. Si $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ sont les vecteurs unitaires de base. La force $\vec{F} = 2\ \vec{i} + 3\ \vec{j} - \vec{k}$ agit sur le point A(1, -1, 4), Déterminez :

   a Le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point d'origine O (0 ; 0 ; 0).

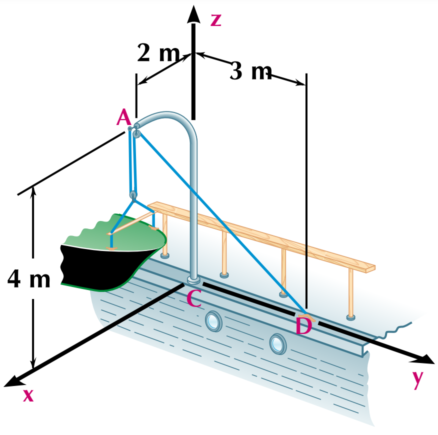
   b Le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point B (2 ; - 3 ; 1) puis déduisez la longueur de la perpendiculaire issue de B sur la ligne d'action de la force.

2. Si $\vec{F} = 2\ \vec{i} + L\ \vec{j} - \vec{k}$ agit sur le point A (4 ; - 2 ; 0) et le moment de $\vec{F}$ par rapport au point d'origine est égal à $2\ \vec{i} + 4\ \vec{j} + 16\ \vec{k}$, alors quel est la valeur de L .

3. **Dans la figure ci – contre** , Une force d'intensité 130 N agit sur le diamètre $\overline{AB}$ de parallélépipède de dimensions 3 m; 4 m; 12 m comme indique la figure. Déterminez le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point D.



4) **Dans la figure ci-contre:** Une corde fixée au point D passant par une poulie lisse en A. un petit canot est suspendue à l'autre extrémité. Si l'intensité de la tension dans la corde $\overline{DA}$ est égale à $10\sqrt{29}$ N, déterminez le moment de la tension dans la corde par rapport au point C.



5) Une force $\vec{F}$ agit sur le point A (2 ; - 1 ; 3). Si le moment de $\vec{F}$ par rapport au point d'origine est égal à $21 \vec{j} + 7 \vec{k}$. Déterminez $\vec{F}$.

6) Si la force $\vec{F} = 2 \vec{i} + B \vec{j} + \vec{k}$ agit sur le point A (- 1 ; 3 ; - 2) et la composante du moment de $\vec{F}$ autour l'axe des x est égale à – 3 unités de moment. Déterminez la longueur de la perpendiculaire issue de l'origine sur la ligne d'action de la force.

7) ABCD est un trapèze rectangle en B, telque $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, AB = 8 cm, BC = 15 cm, AD = 9cm. $\overline{DE} \perp$ au plan du trapèze où DE = 12 cm. Une force d'intensité 75 N agit sur $\overrightarrow{AE}$. Déterminez le moment de la force par rapport à B.

8) Si le moment de la force $\vec{F} = 2 \vec{i} + 3 \vec{j} - \vec{k}$ par rapport à l'origine O est égal à $\vec{M}_O = - 5 \vec{i} + 3 \vec{j} - \vec{k}$ et cette force passe par le point d'ordonnée y est égale à 2. Déterminez les coordonnées x et z du point ainsi la longueur de la perpendiculaire issue de l'origine sur la ligne d'action de la force.

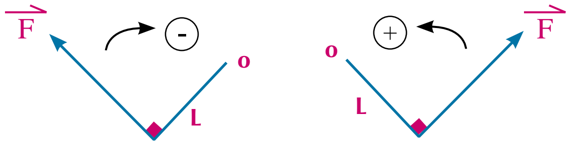
9) La force $\vec{F} = 15 \vec{i} - 25 \vec{j} + 40 \vec{k}$ agit sur le point A (- 3 ; - 3 ; 2). Déterminez la composente du moment de la force $\vec{F}$ par rapport à l'axe des y.

Résumé de l'unité

1 *Moment d'une force F par rapport à un point* : Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport au point O est la puissance de la force $\vec{F}$ à faire une rotation du corps par rapport à O. Le moment est déterminé par la relation $\vec{M_o} = \vec{r} \times \vec{F}$ où $\vec{r}$ est le vecteur position d'un point de la ligne d'action de la force par rapport au point (O) et la direction du moment est perpendiculaire au plan contenant $\vec{F}$ et $\vec{r}$.

2 *Norme du moment d'une force par rapport à un point:* si F est la norme de F, d est la longueur de la perpendiculaire issue du point O sur la ligne d'action de la force, alors la norme du moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point O est déterminée par la relation $\|\vec{M_o}\| = Fd$.

3 *La mesure algébrique du moment d'une force par rapport à un point:* Si la force fait tourner le corps autour de O, suivant le sens opposé des aiguilles de la montre , alors la mesure algébrique du moment de la force est positive et si la force fait tourner le corps autour de O, suivant le même sens des aiguilles de la montre , alors la mesure algébrique du moment de la force est négative.



4 la longueur de la perpendiculaire issue du point O sur la ligne d'action de la force est d où

$$d = \frac{\|\vec{M_o}\|}{\|\vec{F}\|}$$

5 Si le moment d'une force non nulle par rapport à un point est nul, alors la ligne d'action de la force passe par ce point.

6 *Principe du moment (théorème de Farinons)* le moment la force $\vec{F}$ par rapport à un point est égal à la somme des moments des ses composantes par rapport au même point

7 *Théorème:* La somme de moments d'un ensemble des forces coplanaires concourantes par rapport à un point de l'espace est égale au moment de leur résultante par rapport au même point

8 Si la somme de moments d'un ensemble des forces coplanaires par rapport au point A = la somme de moments de ces forces par rapport au point B, alors la ligne d'action de leur résultante est parallèle à $\overleftrightarrow{AB}$

9 Si la somme de moments d'un ensemble de forces coplanaires par rapport au point A = - la somme de moments de ces forces par rapport au point B, alors la ligne d'action de leur résultante passe par le milieu de $\overline{AB}$

10 *Le moment d'une force par rapport à un point de l'espace est égal à* $\vec{M_o} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

où $\vec{r}$ est le vecteur position d'un point de la ligne d'action de la force par rapport au point O

11 *Les composantes de moment d'une force suivant les axes* si la force $\vec{F} = (F_x\ ;\ F_{y;}\ F_z)$ agit à un point dont le vecteur position par rapport à l'origine $\vec{r} = (x; y; z)$ alors:

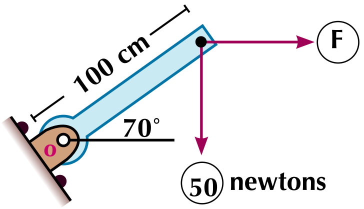
$(y F_z - z F_y) \longrightarrow$ La composante de $\vec{F}$ suivant l'axe de x

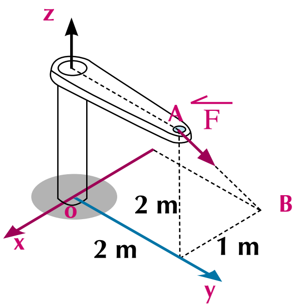
$(z F_x - x F_z) \longrightarrow$ La composante de $\vec{F}$ suivant l'axe de y

$(x F_y - y F_x) \longrightarrow$ La composante de $\vec{F}$ suivant l'axe de z

Exercices Généraux

1) Si le moment de la force horizontale F par rapport au point O est égal au moment de la force verticale 50 N par rapport au point O, alors quelle est l'intensité de F?.





2) **Dans la figure ci-contre**

Calculez le moment de la force $F = 14\sqrt{5}$ N par rapport au point O

3) La force $\vec{F} = 7\,\vec{j}$ agit au point (- 3 ; 0). Déterminez le moment de la force par rapport au point (1 ; - 2)

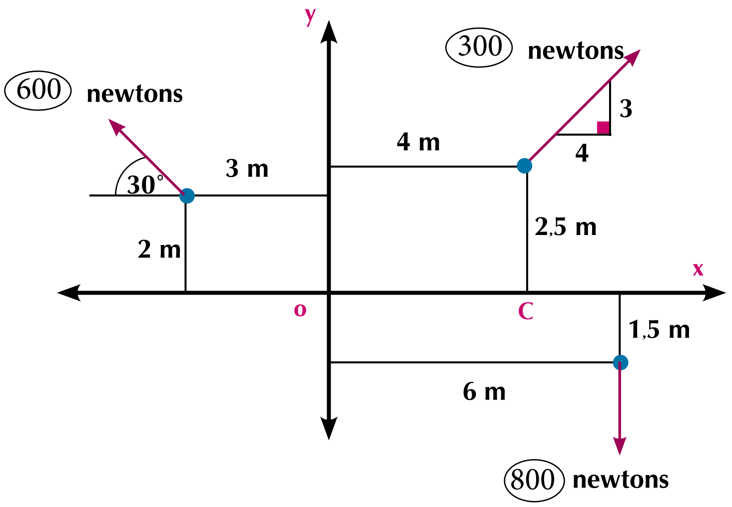
4) La force $\vec{F_1} = 2\,\vec{i} + \vec{j}$ Newton agit sur un point dont le vecteur position est $2\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ mètre et une autre force $\vec{F_2} = 5\,\vec{i}$ N agit à un point dont le vecteur position est $-2\,\vec{i} + \vec{j}$ mètre. Déterminez la somme des moments de ces forces par rapport au point d'origine

5) Si $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont les vecteurs unitaires de base,

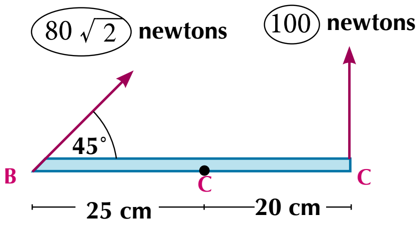
la force $\vec{F} = 3\,\vec{i} + K\,\vec{j} + 4\,\vec{k}$ agit sur le point A (1 ; 0 ; - 1) et le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point B (2 ; - 1 ; 3) est égal à $-4\,\vec{i} - 8\,\vec{j} - 5\,\vec{k}$. Alors quelle est la valeur de K?

6) **Dans la figure ci-contre,**

Déterminez la mesure algébrique de la somme des moments des forces par rapport au point C.

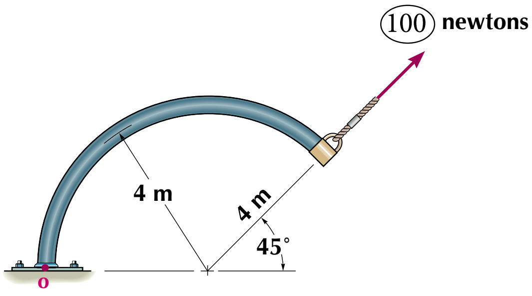


7 **Dans la figure ci-contre,** Démontrez que la résultante de deux forces 100 Newton et 80 $\sqrt{2}$ Newton passe par le point C



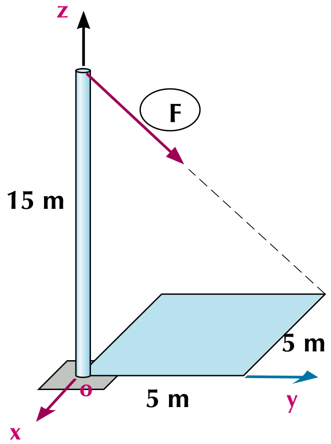
8 **Dans la figure ci-contre**

Détermine la mesure algébrique du moment de la force 100 newton par rapport au point O.



9 **Dans la figure ci-contre**

Déterminez le moment de la force F = 15 $\sqrt{11}$ Newtons par rapport au point O.



Pour plus d'activités visitez le site www.sec3mathematics.com.eg

Epreuve cumulative

Choisissiez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

1) ABC est un triangle rectangle en B , AC = 10 cm et m($\angle BCA$) = θ alors BC =

a) 10 sin θ b) 10 cos θ c) 10 tan θ d) 5

2) La distance entre les deux points (2 ; -1) et (-1 ; 3) est égale à

a) 4 b) 5 c) $\sqrt{5}$ d) 2

3) Les cosinus des angles d'inclinaison du vecteur (- 2 ; 2 ; 3) suivant les axes sont:

a) 2 , -2 , -1 b) $\frac{-2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ d) $\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}$

4) ABC est un triangle telque AB = 8 cm , m($\angle ABC$) = 70° alors la longueur de la perpendiculaire issue de A sur $\overleftrightarrow{BC}$ est égale à :

a) 8 cos 70 b) 8 sin 70 c) 8 tan 70 d) $\sqrt{8}$

5) Si $\overrightarrow{A}$ = (2 ; -1) , $\overrightarrow{B}$ = (3 ; 2) alors $\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B}$ =

a) 7 b) $\sqrt{65}$ c) 4 d) 8

6) Si $\overrightarrow{A}$ = (-1 ; 2 , 3) , $\overrightarrow{B}$ = (2 ; 2 ; 1) alors $\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}$ =

a) (4; 7; -6) b) (-4; -7; -6) c) (-4 ; 7; -6) d) 5

7) Si $\overrightarrow{F}$ = (2 ; -3 ; 4) , agit sur le point (1 , 1 , 1) alors la composante du moment de $\overrightarrow{F}$ par rapport l'axe dex est égale à

a) 7 b) -2 c) -5 d) 2

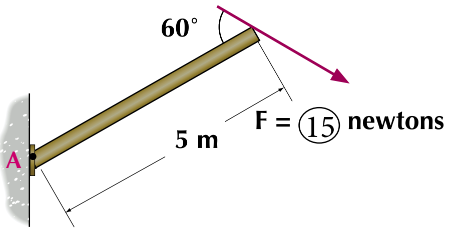
Répondez aux questions suivantes :

8) ABCD est un carré de 10 cm de longueur de côté .Des forces d'intensités 3, 5, 8, $5\sqrt{2}$ kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC}$ respectivement. Déterminez la mesure algébrique de la somme des moments des forces:

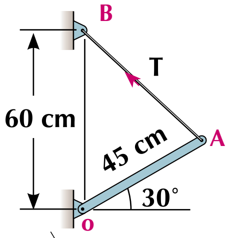
a) par rapport au point A b) par rapport au point B

c) par rapport au centre du carré

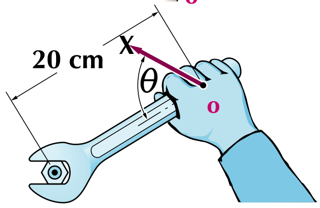
9) **Dans la figure ci - contre** Une force d'intensité 15 N agit sur une barre fixée par une charnière en A. Déterminez la mesure algébrique du moment de la force par rapport au point A.



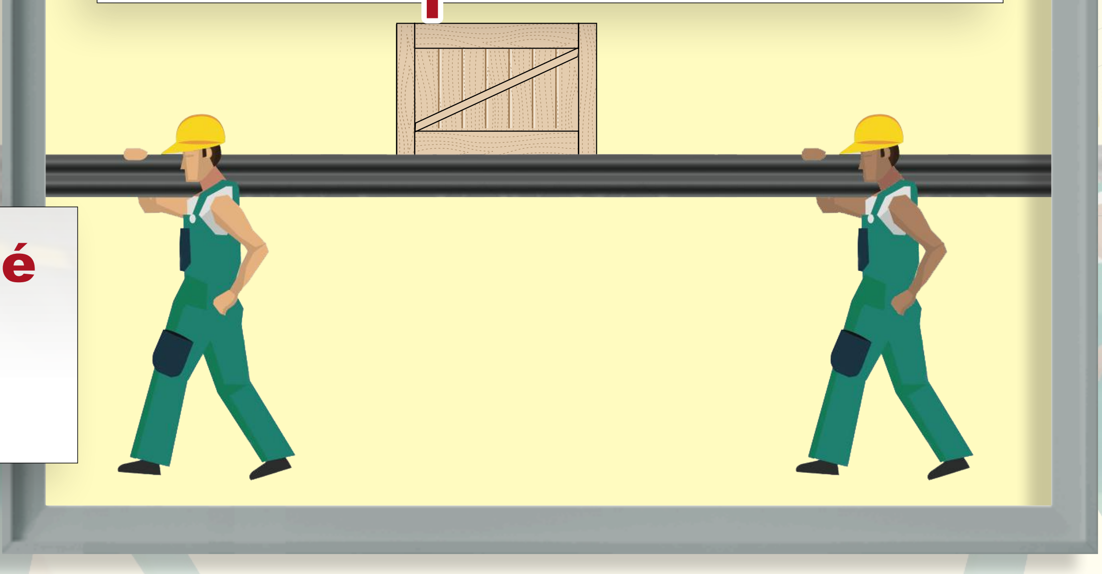
10) **Dans la figure ci - contre** L'intensité de la tension dans le fil $\overline{AB}$ est 150 N. Déterminez la mesure algébrique du moment de la tension par rapport au point O.



11) Si le moment nécessaire pour faire tourner le clou autour O est égal à 400 N.cm. Déterminez la plus petite intensité de la force F et la valeur de θ qui vérifie le tour du clou.



Forces parallèles coplanaires



Unité 3

Introduction

Dans notre étude précédente d'un ensemble des forces coplanaires agissant sur un point matériel, on sait que les lignes d'actions de ces forces se rencontrent en un seul point. Par conséquent la ligne d'action de la résultante de ces forces passe par ce même point. Dans cette unité, on va étudier un ensemble des forces agissant sur un corps ou leur ligne d'action ne se rencontre forcement pas en un seul point.

Cette unité est limitée à l'étude des forces dont les lignes d'action sont parallèles et situées dans un même plan ce qu'on appelle « Forces parallèles coplanaires ». Dans cette unité, on va chercher la résultante des forces parallèles en fonction de (intensité, directions, point d'application).

Objectifs de l'unité

A la fin de l'étude de cette unité, l'élève doit être capable de :

- Reconnaitre les forces parallèles coplanaires
- Déterminer la ligne d'action de la résultante de deux forces parallèles de même sens ou de sens contraire
- Déterminer l'une des deux forces parallèles en connaissant l'autre force et leur résultante
- Déterminer le moment d'un ensemble des forces parallèles coplanaires par rapport un point
- Déterminer la résultante d'un ensemble des forces parallèles coplanaires
- Déduire que la somme des moments de plusieurs forces par rapport à un point est égale au moment de leur résultante par rapport au même point
- Déduire que la somme des moments de plusieurs forces par rapport à un point est égale à zéro si la ligne d'action de la résultante passe par ce point
- Déduire que la somme des moments de plusieurs forces par rapport un point est égale à zéro si leur résultante s'annule

Vocabulaires de base

- Forces parallèles
- Résultante
- Intensité
- Norme
- Point d'application
- Réaction
- Poids
- Parallèles
- Support
- faisceau
- Tension
- Poulie

Leçons de l'unité

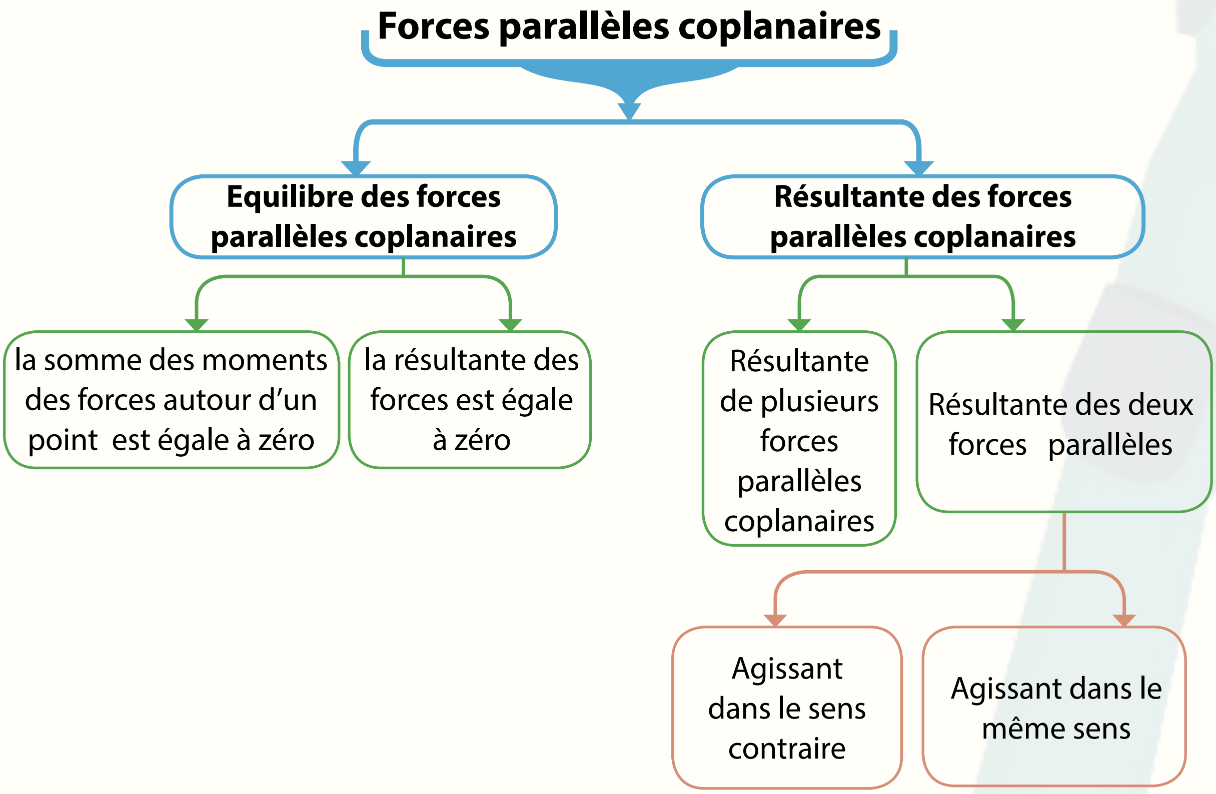
Lesson (3 - 1): La résultante d'un ensemble des forces parallèles coplanaires.

Lesson (3 - 2): Equilibre d'un ensemble des forces parallèles coplanaires.

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

Organigramme de l'unité



Unité 3

3 - 1

Résultante des forces parallèles coplanaires

A apprendre

- Résultante des deux forces parallèles agissant dans le même sens
- Résultante des deux forces parallèles agissant dans le sens contraire
- Résultante de plusieurs forces parallèles coplanaires.

Vocabulaires de base

- Forces parallèles
- Résultante
- Intensité
- Norme
- Point d'application

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

Travail collectif

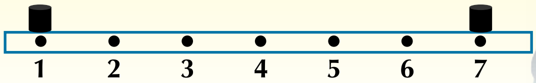


Figure (1)

Deux pierres identiques sont situées sur une règle graduée de 1 à 7 comme indique la figure (1).

(1) Déterminez un point de la règle sur lequel on peut la suspendre pour qu'elle soit en équilibre .

(2) Si on met deux poids sur l'une de ses extrémistes, la position du point de suspension a-t-elle changé?

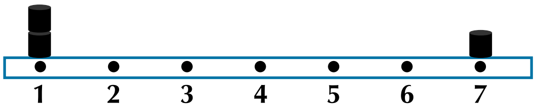


Figure (2)

Déterminez la nouvelle position de suspension.

La résultante de deux forces parallèles et de même sens

Vous savez que la résultantes de plusieurs forces coplanaires et concourantes $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$, ..., $\overrightarrow{F_n}$ est une force $\overrightarrow{R}$ où $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + ... + \overrightarrow{F_n}$ et sa ligne d'action passe par ce point.

Dans cette leçon, on va apprendre comment trouver la résultante de plusieurs forces parallèles coplanaires.

Détermination de la résultante de deux forces parallèles coplanaires et de même sens. Si $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$ sont deux forces parallèles, de même sens agissant sur un corps en deux points A et B, alors la résultante est $\overrightarrow{R}$ où: $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$.

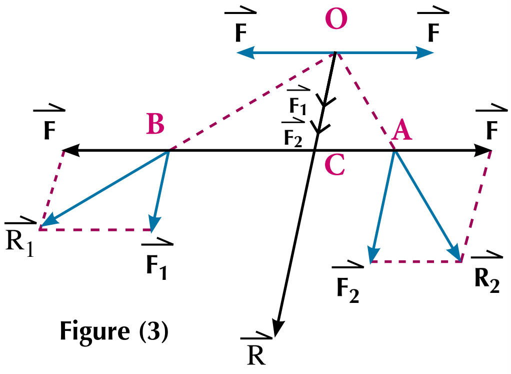


Figure (3)

Pour déterminer le point d'application de la résultante, on suppose que deux forces de même intensité, de sens contraire agissant en A et B ne changerons en aucun cas l'effet des deux forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$.

Soit R_1 est la résultante des deux forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F}$ agissant en A qui représente la diagonale du parallélogramme ainsi que $\overrightarrow{R_2}$ est la résultante de $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{F_2}$ agissant en B, alors les lignes d'action des deux résultante $\overrightarrow{R_1}$ et $\overrightarrow{R_2}$ se coupent au point O.

On peut remplacer la force $\vec{R_1}$ par ses composantes $\vec{F_1}$ et $\vec{F}$ ainsi que $\vec{R_2}$ par ses composantes $\vec{F_2}$ et $\vec{F}$. Les forces agissant au point O sont $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ agissant dans la direction $\vec{OC}$ parallele à la droite d'action des deux forces d'origine). Les forces $\vec{F}$ et $\vec{F}$ de sens contraire sont supprimables sans aucun changement dans les forces d'origine $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ au point O. Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ agissant au point O dans la direction $\vec{OC}$ ont le même effet que les deux forces $\vec{F_2}$ et $\vec{F_2}$ agissant en A et B par conséquence

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \text{ et agit dans la direction de } \vec{OC}$$

agissant dans la direction $\vec{OC}$ Puisque les forces $\vec{F_1}$; $\vec{F_2}$ et $\vec{R}$ sont parallèles, alors

$$\frac{F}{F_1} = \frac{AC}{OC} \qquad \textbf{(1)} \qquad\qquad \frac{F}{F_2} = \frac{BC}{OC} \qquad \textbf{(2)}$$

En divisant (2) par (1) , alors $\frac{F}{F_2} \times \frac{F_1}{F} = \frac{BC}{OC} \times \frac{OC}{AC}$ c-a-d $\frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}$

D'où $$F_1 \times AC = F_2 \times BC$$

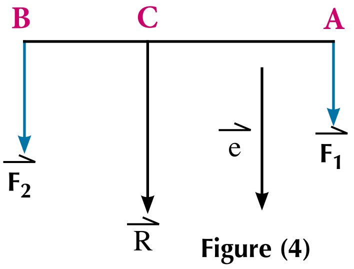


Figure (4)

Dans la figure 4, le vecteur unitaire $\vec{e}$; $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ ont le même sens

$\vec{F_1} = F_1 \vec{e}$, $\vec{F_2} = F_2 \vec{e}$

Donc $\vec{R} = (F_1 + F_2)\vec{e}$ cela signifie que l'intensité de la résultante est égale à la somme des intensités

Règle : La résultante de deux forces parallèles de même sens est une force de même sens et d'intensité égale à la somme des intensités. Sa ligne d'action partage la distance entre les lignes d'action des deux forces dans un rapport inverse au rapport de leurs intensités.

Exemple **Détermination de la résultante de deux forces parallèles de même sens**

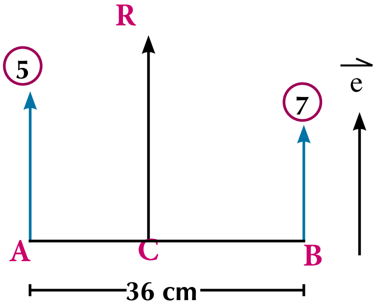


Figure (5)

1 Deux forces parallèles de même sens et d'intensités 5 ; 7 N sont appliquées en deux points A et B où AB = 36 cm. Trouvez leur résultante.

Solution

Soit $\vec{C}$ le vecteur unitaire de même sens que les deux forces

$\therefore \vec{F_1} = 5\vec{e}$ and $\vec{F_2} = 7\vec{e}$

Détermination du point d'application de la résultante:

$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = 5\vec{e} + 7\vec{e} = 12\vec{e}$

On suppose que la résultante agit au point

Let the resultant acts at point $C \in \overline{AB}$ $\therefore \frac{AC}{CB} = \frac{7}{5}$ **c-à-d** $\frac{AC}{36 - AC} = \frac{7}{5}$

$\therefore 5\,AC = 252 - 7\,AC$ **i.e** $AC = 21cm$

c-à-d l'intensité de la résultante est égale à 21 Net de même sens que les deux forces agissant au point distante de 21 cm de A

Essayez de résoudre

(1) Deux forces parallèles de même sens et d'intensités 4 ; 6 N sont appliquées en deux points A et B où AB = 25 cm. Trouvez leur résultante

Réflexion critique : Si les deux forces sont parallèles de même intensité, de même sens où se trouve-le point d'application de la résultante?

A apprendre

Résultante de deux forces parallèles et de sens contraires

Si $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ sont deux forces parallèles et d'intensités différentes de sens contraires et agissant aux points A et B d'un corps rigide, alors la résultante est $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$ agissant au point C qui partage $\overline{AB}$ extérieurement dans un rapport inverse au rapport de leurs intensités.

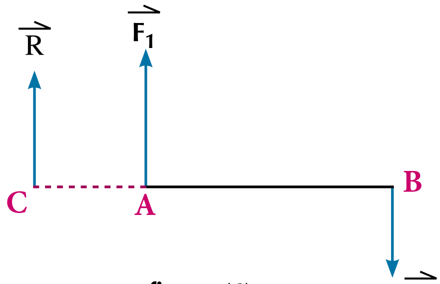


figure (6)

Si $F_1 > F_2$ **alors** $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{F_2}{F_1}$ d'où $F_1 \times AC = F_2 \times BC$

Règle: La résultante de deux forces parallèle de sens contraires a pour sens celui de la force de la plus grande intensité. Son intensité est égale à la différence de leurs intensités et sa ligne d'action partage la distance entre les lignes d'action des deux forces extérieurement du côté de la force de plus grande intensité dans un rapport inverse au rapport de leurs intensités.

Exemple

Détermination de la résultante de deux forces parallèles de sens contraires

(2) Deux forces parallèles de sens contraires et d'intensités 40 ; 100 N distantes l'une de l'autre de 240 cm. Trouvez leur résultante.

Solution:

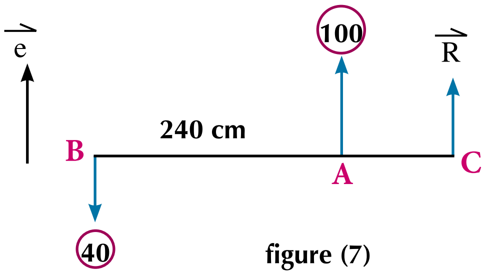


figure (7)

Soit $\overrightarrow{e}$ le vecteur unitaire de même sens que la force de plus grande intensité

$\therefore \overrightarrow{F_1} = 100\,\overrightarrow{e}$, $\overrightarrow{F_2} = -40\,\overrightarrow{e}$

Détermination du point d'application de la résultante

$\therefore \overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 100\,\overrightarrow{C} - 40\,\overrightarrow{e} = 60\,\overrightarrow{e}$

On suppose que la résultante agit au point $C \in \overrightarrow{BA}$ where $\dfrac{CA}{CB} = \dfrac{40}{100}$

$\therefore \dfrac{CA}{240 + CA} = \dfrac{2}{5}$ $\therefore$ $5\,AC = 480 + 2\,AC$ $\therefore AC = 160$ cm

c-a-d l'intensité de la résultante est égale à 60 N et de même sens que la force d'intensité 100 N agissant au point $\in \overrightarrow{BA}$ et $\notin \overline{AB}$ distante de 160 cm de A

Essayez de résoudre

(2) Deux forces parallèles de même sens et d'intensités 7 ; 12 N sont appliquées en deux points A et B où AB = 20 cm. Trouvez leur résultante

Réflexion critique : Si les deux forces sont parallèles de même intensité de sens contraires ou se trouve le point d'application de la résultante?

Théorème

La somme des moments d'un nombre fini de forces parallèles coplanaires par rapport à un point quelconque est égale au moment de leur résultante par rapport à ce même point

Démonstration : (la démonstration ne peut pas faire l'objet d'une question d'examen)

Commençons par démontrer le théorème dans le cas particulier d'un système composé de deux forces.

(1) Si les deux forces sont de même sens

Considérons un point quelconque O, appartenant au plan des forces et traçons de ce point la perpendiculaire commune aux lignes d'action des forces $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$ et leur résultante $\overrightarrow{R}$ Elle les coupe en A ; B ; C

La somme algébrique des moments des forces par rapport à O

$= - F_1 \times AO - F_2 \times OB = - F_1 (OC - AC) - F_2 (OC + CB)$

$= - F_1 \times OC + F_1 \times AC - F_2 \times OC - F_2 \times CB$ **(1)**

Mais : $\dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{BC}{AC}$ = c-a-d $F_1 \times AC = F_2 \times BC$

En substituant en **(1)** $\therefore M_O = - F_1 \times OC - F_2 \times OC$

$= - (F_1 + F_2) \times OC$

$= - R \times OC$ = le moment de la résultante par rapport à O

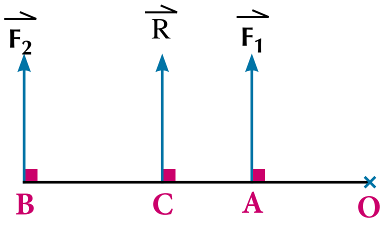


figure (8)

(2) Si les deux forces sont de sens contraires

Supposons que $F_1 > F_2$ la somme algébrique des moments des forces par rapport à O

$= F_1 \times OA - F_2 \times OB$

$= F_1 (OC + AC) - F_2 (OC + CB)$

$= F_1 \times OC + F_1 \times CA - F_2 \times OC - F_2 \times CB$ **(2)**

Mais: $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{CB}{CA}$ i.e $F_1 \times CA = F_2 \times CB$

En substituant en **(2)**

$\therefore M_O = F_1 \times OC - F_2 \times OC = (F_1 - F_2) \times OC$

$= R \times OC$ = le moment de la résultante par rapport à O

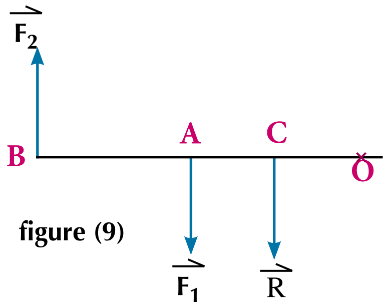


figure (9)

(3) Pour un système de forces donnés, composé d'un nombre fini (> 2) de forces ayant une résultante non nulle

le théorème peut être démontré comme suit : on commence par déterminer la résultante de deux forces (ayant une résultante non nulle) du système en appliquant le théorème, puis on ajoute au résultat une troisième force, etc …. jusqu'à épuisement de toutes les forces du système.

Exemple **Détermination l'une des deux forces parallèles en connaissant l'autre force et la résultante**

3 Deux forces parallèles d'intensités 20 ; F N sont appliquées au point A ; B. Sachant que l'intensité de leur résultante est de 35 N et la ligne d'action est distante de 15 cm de la force connue. Trouvez $\vec{F}$ Dans chacun des cas suivants:

a la force connue et la résultante sont de même sens.

b force connue et la résultante sont de sens contraires.

Solution:

a Soit $\vec{e}$ le vecteur unitaire de même sens que la résultante

$\therefore \vec{R} = 35\ \vec{e}\ ,\ \vec{F_1} = 20\ \vec{e}$

$\because \vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ c-a-d $35\ \vec{e} = 20\ \vec{e} + \vec{F_2}$

$\therefore \vec{F_2} = 15\ \vec{e}$

c-à-d $\vec{F_2} = 15$ et de même sens de la force connue et la résultante

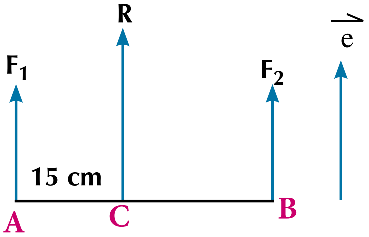


figure (10)

$\because$ la somme des moments des forces par rapport au point C est égale au moment de la résultante par rapport au point C = 0

$\therefore 20 \times 15 - 15 \times BC = 0$

$\therefore \vec{F_2}$ est appliqué au point B distante de 35 cm de A

b Soit $\vec{C}$ le vecteur unitaire de même sens que la résultante

$\therefore \vec{R} = 35\ \vec{e}\ ,\ \vec{F_1} = -20\ \vec{e}$

$\therefore \vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ i.e $35\ \vec{e} = -20\ \vec{e} + \vec{F_2}$

$\therefore \vec{F_2} = 55\ \vec{e}$

c-a-d $\vec{F} = 15$ et de même sens de la résultante

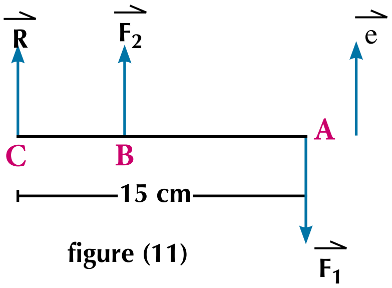


figure (11)

$\because$ la somme des moments des forces par rapport au point C est égale au moment de la résultante par rapport au point C = 0

$\therefore 20 \times 15 - 55 \times BC =$ zero c-à-d $BC = \frac{60}{11}$ cm

$\therefore F_2$ est appliqué au point B distante de $\frac{105}{11}$ cm de A

Essayez de résoudre

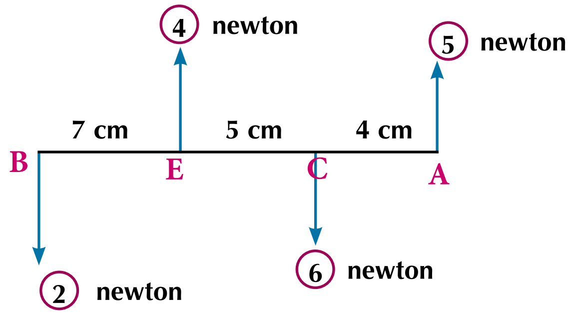
3 L'intensité de la résultante de deux forces parallèles est 350 N. L'intensité de l'une des deux forces est de 500 N, sa ligne d'action est distante de 51 cm de celle de la résultante. Trouvez la deuxième force ainsi que la distance entre les lignes d'action des deux forces sachant que la force connue et la résultante sont

(a) de même sens (b) de sens contraires

Exemple Moment des forces parallèles coplanaires par rapport à un point

(4) La figure ci-contre représente un ensemble des forces parallèles, perpendiculaires à $\overline{AB}$. Trouvez la somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport :

a au point A **b** au point C



Solution

a La force 5 est appliquée au point A, alors son moment par rapport au point A est égal à zéro En respectant la rotation des forces par rapport au point A (avec ou contre le sens de rotation des aiguilles d'une montre) La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point A

$= 6 \times 4 - 4 \times 9 + 2 \times 16 = 20$ N.cm

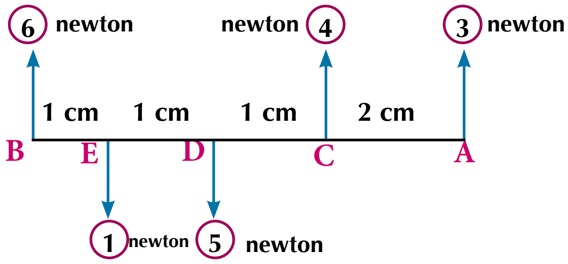
b La force 6 est appliquée au point C, alors son moment par rapport au point C est égal à zéro La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point C

$= 5 \times 4 - 4 \times 5 + 2 \times 12 = 24$ N.cm

Essayez de résoudre

(4) La figure ci-contre représente un ensemble des forces parallèles, perpendiculaires à $\overline{AB}$ Trouvez la somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport

a au point A **b** au milieu de $\overline{AB}$



Exemple Résultante d'un ensemble des forces parallèles coplanaires

(5) A ; B ; C ; D ; E sont cinq points alignés tel que AB : BC : CD : DE = 2 : 3 : 4 : 7.Cinq forces parallèles, de même sens, d'intensités 30 ; 50 ; 20 ; 70 ; 40 N sont appliquées aux points A ; B ; C ; D ; E respectivement. Trouvez la résultante de ces forces.

Solution:

Supposons que AB = 2x , BC = 3x

CD = 4x , DE = 7x

et $\vec{e}$ vecteur unitaire de même sens que ces forces

$\therefore \vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} + \vec{F_5}$

$= 30\ \vec{C} + 50\ \vec{e} + 20\ \vec{e} + 70\ \vec{e} + 40\ \vec{e} = 210\ \vec{C}$ newtons

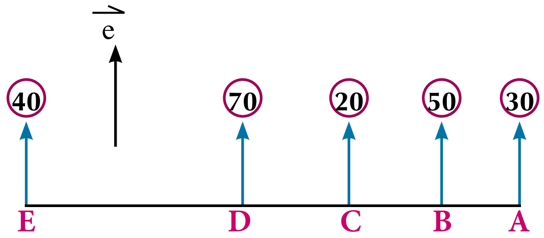


figure (12)

Donc l'intensité de la résultante est de 210 N dans le même sens de ces forces.

Pour déterminer le point d'application de la résultante, on pose que la résultante est appliquée au point $O \in \overline{AE}$

∵ la somme des moments des forces par rapport au point A est égale au moment de la résultante par rapport au point A

∴ $-50 \times 2x - 20 \times 5x - 70 \times 9x - 40 \times 16x = -210 \times AO$

∴ $AO = \frac{1470x}{210} = 7x$ cm

$\frac{AO}{AE} = \frac{7x}{16x} = \frac{7}{16}$ c-à-d la résultante est appliqué au point O qui partage $\overline{AE}$ intérieurement dans le rapport 7 : 16 du côté de A

Essayez de résoudre

5 Si C , D et E ∈ $\overline{AB}$ tel que AC : CD : DE : EB = 1 : 3 : 5 : 7. Des forces parallèles, de même sens, de même intensités sont appliquées aux points A ; C ; D ; E ; B respectivement. Démontrez que la résultante partage $\overline{AB}$ dans le rapport 3 : 5

Exemple Résultante de plusieurs forces parallèles

6 ans la figure ci-contre (figure 13) : Cinq point A ; B ; C ; D ; E sont alignés. Deux forces parallèles et de même sens d'intensités 20 et 30 N sont appliquées au points B et D verticalement vers le haut. Deux forces d'intensités 40 et 60 N sont appliquées aux points A et C et agissant en sens contraires des forces appliquées en B et D. Trouvez l'intensité, le sens de la résultante et son point d'application.

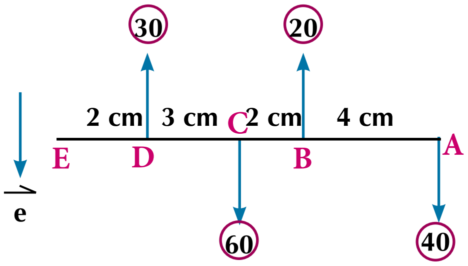


Figure (13)

Solution

Supposons que $\vec{e}$ est un vecteur unitaire dirigé vers le bas

∴ $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}$

$= -30\vec{e} + 60\vec{e} - 20\vec{e} + 40\vec{e} = 50\vec{e}$ N

La résultante est appliquée au point distant de x cm de A. $\overleftrightarrow{AE}$ and is distant x cm from A

∵ la somme des moments des forces par rapport au point A est égale au moment de la résultante par rapport au point A

∴ X = 0,2

$-30 \times 9 + 60 \times 6 - 20 \times 4 = 50 \times X$

Donc la résultante est appliquée au point distant de 0,2 de A

Essayez de résoudre

6 Dans la figure ci-contre : Des forces parallèles agissent sur une barre légère $\overline{AB}$. Si l'intensité de la résultante est 300 N. La résultante est appliquée à un point de la barre distant de 4 mètres de A vers le haut.

Trouvez F et K

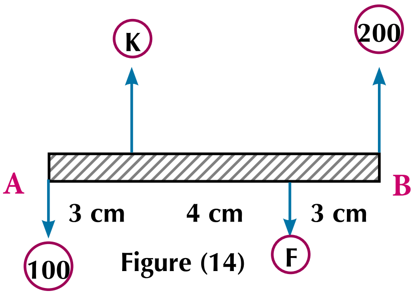


Figure (14)

Exemple Démonstration théorique

7 L'intensité de la résultante de deux forces parallèles, de même sens, $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ appliquées aux points A et B est $\overrightarrow{R}$ Si $\overrightarrow{F_2}$ se déplace parallèlement dans la direction $\overrightarrow{AB}$ une distance de x cm. Démontrez que la résultante se déplace dans la direction $\overrightarrow{AB}$ une distance de $(\frac{F_2}{F_1 + F_2})\ x$

Solution

1er cas:

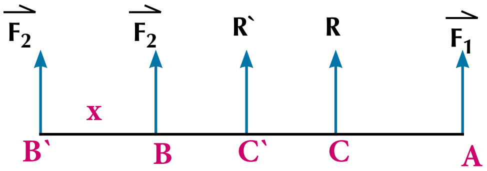


Figure (15)

Supposons que la résultante est appliquée au point C

$\because$ Moment de la résultante par rapport à A = Somme des moments par rapport à A

$\therefore\ R \times AC = F_2 \times AB$ **(1)**

2ème cas:

Si la force $\overrightarrow{F_2}$ se déplace parallèlement dans la direction $\overrightarrow{AB}$ une distance de x cm, on suppose que la résultante agit au point C '

$\because$ Moment de la résultante par rapport à A = Somme des moments par rapport à A

$\therefore R \times AC` = F_2 \times AB`$ **(2)**

De **(1)** et **(2)** par soustraction $\frac{F_2}{R}$

$\therefore R\,(AC` - AC) = F_2\,(AB` - AB)$ $\therefore R \times CC` = F_2 \times x$

$\therefore CC` = \frac{F_2}{R} \times x = (\frac{F_2}{F_1 + F_2})x$

Essayez de résoudre

7 Les intensités des deux forces parallèles, de même sens, appliquées aux points A et B sont F et 2F. Si $\overleftarrow{F_2}$ se déplace parallèlement dans la direction $\overrightarrow{AB}$ une distance de x cm. Démontrez que la résultante se déplace dans la même direction une distance de $\frac{2}{3}$ x

Exemple

8 Les forces $\overrightarrow{F_1} = 2\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$ and $\overrightarrow{F_2} = 4\overrightarrow{i} - 6\overrightarrow{j}$ sont appliques aux points A (1, 3) ; B(4, 9) respectivement. Trouvez leur résultante et son point d'application.

Solution

$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 6\overrightarrow{i} - 9\overrightarrow{j}$

On remarque que $\overrightarrow{F_2} = 2\overrightarrow{F_1}$ donc les deux forces sont parallèles , de même sens.

On suppose que la résultante agit au point $C \in \overline{AB}$ où $\frac{AC}{CB} = \frac{2}{1}$

From the rule of the dividing a line segment internally point

$C = (\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2})$ $\therefore\ C = (\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, \frac{2 \times 9 + 1 \times 3}{2 + 1}) = (3, 7)$

Essayez de résoudre

8. Les forces $\vec{F_1} = 3\vec{i} - \vec{j}$; $\vec{F_2} = -9\vec{i} + 3\vec{j}$ sont appliques aux points A (-1 ; 0) ; B (1 ; 2) respectivement. Trouvez leur résultante et son point d'application.

Exercices 3 - 1

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées:

1. Si les intensités de deux forces parallèles, de sens contraires, sont 7 ; 12 N, alors l'intensité de leur résultante est égale à :
   a) 19 N   b) 12 N   c) 7 N   d) 5 N
2. Les intensités des deux forces parallèles, de même sens, appliquées aux points A et B où AB = 51 cm sont F et 2F.Si leur résultante agit au point C, alors AC = ...
   a) 30 cm   b) 27 cm   c) 21 cm   d) 12 cm
3. Si les intensités de deux forces parallèles, de sens contraires, sont 5 ; 7 N, alors l'intensité de leur résultante est égale à
   a) 12   b) 6   c) 2   d) 1

Répondez aux questions suivantes:

Ans les exercices de 4 - 6, $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont deux forces parallèles, agissant aux points A et B, si leur résultante agit au point C ∈ $\overleftrightarrow{AB}$

4. Dans ce qui suit, trouvez l'intensité, la direction et la longueur de $\overline{AC}$ (les deux forces sont de même sens)
   a) $F_1 = 9$ N , $F_2 = 17$ N , AB = 13 cm
   b) $F_1 = 23$ N , $F_2 = 15$ N , AB = 57 cm
   c) $F_1 = 16$ N , $F_2 = 10$ N , AB = 30 cm
5. Si $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont de même sens, répondez à ce qui suit:
   a) $F_1 = 8$ newton , R = 13 newton et AC = 10 cm trouvez F_2 et A B
   b) $F_2 = 6$ newton , AC = 24 cm et AB = 56 cm trouvez F_1 et R
   c) $F_1 = 6$ newton , AC = 9 cm , CB = 8 cm trouvez F_2 et R
6. Si $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont de sens contraires, répondez à ce qui suit:
   a) $F_1 = 15$ newton , R = 20 newton et AC = 70 cm trouvez F_2 , AB
   b) $F_2 = 6$ newton , AC = 24 cm et C ∉ $\overline{AB}$, AB = 56 cm trouvez F_1 , R
   c) $F_1 = 6$ newton , AC = 9 cm et C ∉ $\overline{AB}$, CB = 8 cm trouvez F_2 , R
7. Dans ce qui suit, trouvez l'intensité, la direction de la résultante et la distance de son point d'application au point A

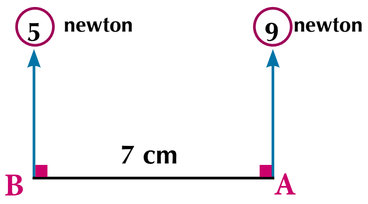


figure (16)

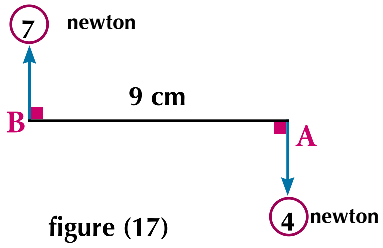


figure (17)

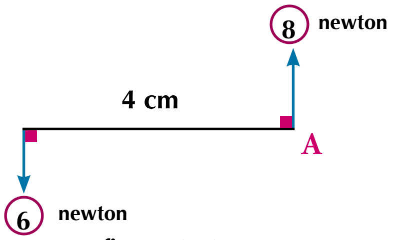


figure (18)

8 Deux forces parallèles, de sens contraires d'intensités 4 ; 9 N sont appliquées aux points A et B où AB = 15 cm. Trouvez leur résultante.

9 Si la résultante des deux forces parallèles 7 $\vec{e}$ et 5 $\vec{e}$ est appliquée à un point distant de $2\frac{1}{3}$ mètres à la ligne d'action de la plus petite force. Trouvez la distance entre les lignes d'action des deux forces.

10 Deux forces parallèles, l'intensité de la plus petite est 30 N agissant à l'extrémité A d'une barre légère $\overline{AB}$ et la plus grande agit à l'extrémité B. Si l'intensité de la résultante est 10 N et sa ligne d'action distante de 90 cm de l'extrémité B. Trouvez al longueur de la barre.

11 Cinq points A ; B ; C ; D et E sont alignés de sorte que AB = 4cm ; BC = 6cm ; CD = 8 cm et DE = 10 cm. Cinq forces d'intensités 60 ; 30 ; 50 ; 80 et 40 kgp sont appliquées aux points A ; B ; C ; D et E respectivement, perpendiculairement à $\overleftrightarrow{AE}$ les trois premières forces sont de même sens, les deux dernières agissant en sens contraire. Trouvez la résultante de ce système.

12 Dans la figure (19), la barre porte quatre poids de 1 ; 7 ; 5 ; 3 kgp comme indique la figure.

Déterminez le point de la suspension de la barre pour qu'elle reste horizontale.

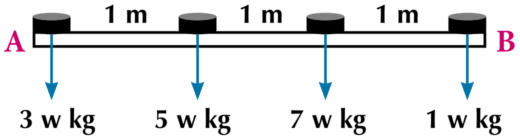


figure (19)

13 Deux forces parallèles, de même sens, d'intensités 5 et 8 N sont appliquées aux points A et B où AB = 39 cm. Si on ajoute une force d'intensité F à la première force et dans le même sens, alors la résultante se déplace 8 unités. Trouvez F.

14 A ; B ; C sont trois points alignes de sorte que AB = 1 mètre ; AC = 3 mètres ; $B \in \overline{AC}$. Des forces d'intensité $2\frac{1}{2}$ N sont appliquées verticalement vers le bas aux points A et C respectivement. Une force d'intensité 4 N agit au point B à l'extrémité vers le haut. Trouvez l'intensité, la direction de la résultante et la distance de son point d'application du point A.

Unité 3

3 - 2 Equilibre d'un système des forces parallèles coplanaires

A apprendre

- *Equilibre d'un corps sous l'action d'un ensemble des forces parallèles coplanaires*

Key terms

- *réaction*
- *poids*
- *parallèles*
- *support*
- *faisceau*
- *tension*
- *poulie*
- *rotation*

Materials

- *calculatrice scientifique*
- *laboratoire de mécanique*

Réfléchissez et discute

➢ Un corps est soumis sous l'action de deux forces, de mêm intensité, de sens contraires, ayant la même ligne d'action. Le corps est-il en équilibre ?

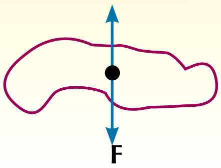


figure (20)

➢ Un corps est soumis sous l'action de deux forces, de même intensité, de sens contraires, n'ayant pas la même ligne d'action. Le corps est-il en équilibre ?

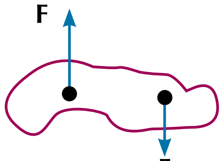


figure (21)

➢ Un corps est soumis sous l'action de plusieurs forces parallèles coplanaires tel que la résultante s'annule. Le corps est-il en équilibre ?

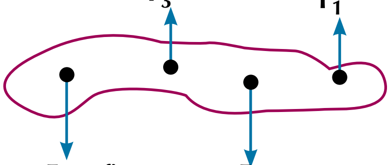


figure (22)

Activité

Equilibre d'un système des forces parallèles coplanaires

Objectif de l'activité : vérifier que si un corps rigide est en équilibre sous l'action de plus que trois forces parallèles coplanaires, alors :

1. La somme des mesures algébriques de ces forces s'annule.
2. La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport à un point quelconque de leur plan s'annule.

Les matériels utilisés : une règle légère graduée – deux supports capstan – deux dynamomètres – des poids – des fils légers.

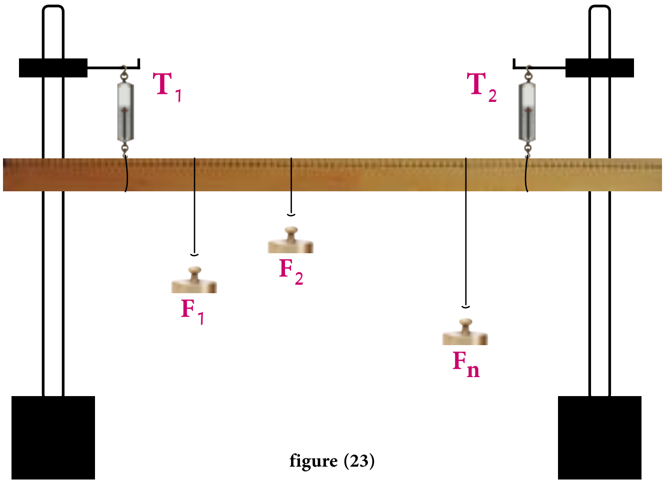


figure (23)

Exécuté de l’activité :

1 Suspendre les deux dynamomètres aux supports capstan.
Suspendre la règle au moyen de deux fils. Ajuster l’appareil pour avoir les dynamomètres et les files en position verticale (figure 8).

2 Suspendre un certain nombre de poids convenablement choisis à la règle au moyen de deux fils et changer les positions et les valeurs de ces poids jusqu'à équilibre de la règle en position horizontale. Soient P_1, P_2, ... , P_n les poids (ces forces sont dirigées verticalement vers le bas).

3 Noter la lecture de chaque dynamomètre pour obtenir les deux forces de tension dans les fils. Soient T_1 , T_2 ces tensions (ces forces sont dirigées verticalement vers le haut). On vérifie que : $T_1 + T_2 = P_1 + P_2 + ... + P_n$

4 Noter les distances entre les points de suspension des poids et un point fixe de la règle (On choisit ce point habituellement au milieu de la règle).

5 Calculer la somme des moments de toutes les forces : P_1 , P_2, ... ,P_n ,T_1 et T_2 appliquées à la règle par rapport au point choisi et vérifier que cette somme s’annule.

6 Répéter l’expérience plusieurs fois en faisant varier chaque fois les poids suspendus et leurs points de suspension. Vérifier chaque fois que : Lorsqu’un corps rigide est en équilibre sous l’action d’un système de forces parallèles coplanaires
1- la somme des mesures algébriques de ces forces s’annule.
2 - la somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport à un point quelconque de leur plan s’annule.
Les résultats de cette expérience mènent à la règle suivante

Règle

Si un corps rigide est en équilibre sous l’action d’un système des forces parallèles coplanaires, alors :
1- La somme des mesures algébriques de ces forces s’annule (résultante = 0)
2 - La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport à un point quelconque de leur plan s’annule.

Exemple Equilibre d’un système des forces parallèles coplanaires

(1) Dans la figure ci-contre: Une barre de bois de masse 30 kg par mètre repose horizontalement sur deux supports A et B et porte une boite de masse 240 kg.
Trouvez la pression sur chaque support.

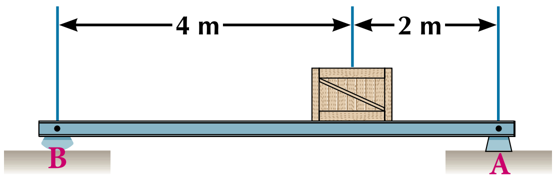


Figure (24)

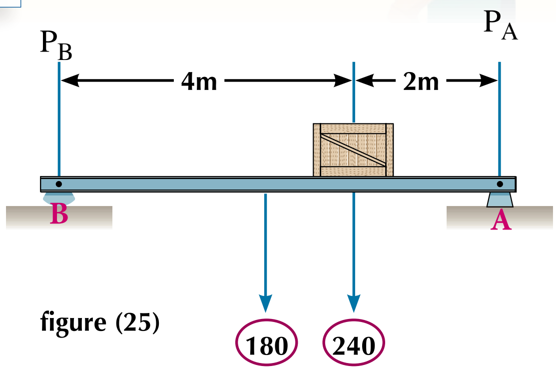


figure (25)

Solution

Comme la barra est homogène, donc son poids agit en son milieu

Masse de la barre = 30 × 6 = 180 kg

∴ Poids de la barre = 180 kg.p

Réaction de chaque support est égale à la pression sur lui

La somme des mesures algébriques des forces = 0

∴ $P_A + P_B = 240 + 180$ $\qquad P_A + P_B = 420$ **(1)**

La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point B = 0

$- 180 \times 3 - 240 \times 4 + P_A \times 6 = 0$ $\qquad$ d'où $R_A = 250$ kg.p

∴ En substituant dans (1) alors $R_B = 170$ kg.p

Réflexion critique : What would happen to the reaction at each of A and B as the box gets closer from point A?

Essayez de résoudre

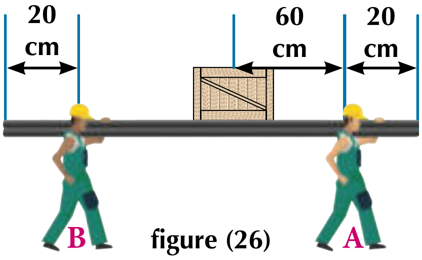


figure (26)

(1) Deux hommes A et B portent une barre de bois de longueur 2 mètres et de poids 16 kgp agissant en son milieu. Elle porte une boite de poids 24 kgp. Trouvez la pression sur l'épaule de chaque homme puis déterminez la position de l'épaule de l'homme B de la barre pour que les deux pressions soient égales.

Exemple

Equilibre d'un système des forces parallèles coplanaires

(2) Une barre homogène $\overline{AB}$ de 90 cm de longueur et de poids 60 N est suspendue en position horizontale à deux cordes verticales fixées à ses extrémités A et B. En quel point de la barre faut-il suspendre un poids de 150 N pour que la tension en A soit double de celle en B ?

Solution

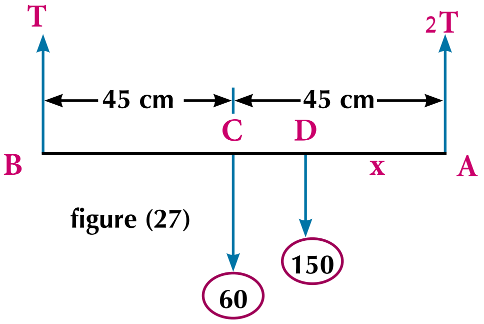


figure (27)

Supposons que le poids 150 N soit suspendue en un point de la barre distant de x cm de A et que T soit la tension en B.L tension en A sera donc 2T.

∴ La somme des mesures algébriques des forces = 0

∴ $2T + T - 150 - 60 =$ zéro, alors $T = 70$ Newton

∵ La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point A = 0

∴ $150 \times x + 60 \times 45 - T \times 90 = 0$

En substituant dans T = 70

∴ $150\, x = 3600$ $\qquad x = 24$ cm

Essayez de résoudre

(2) Une barre homogène $\overline{AB}$ de 4metres de longueur et de masse 10 kg repose en position horizontale sur, l'un en A et l'autre en un point de la barre distant de 1 mètre de B. En quel point de la barre, un enfant de poids 50 kgp est début pour que les tensions soient égale?

Exemple

3 Une barre de bois AB non homogène de 4 mètres de longueur repose en position horizontale sur deux supports en C et D tel que AC = 1 mètre BD = $1\frac{1}{2}$ mètres. La distance maximale parcoures par un homme de poids 780 N sur la barre de A à B en conservant l’équilibre de la barre 3 mètres et la distance maximale parcoures par cet homme sur la barre de B à A est $3\frac{1}{2}$ mètres. Déterminez le poids de la barre et son point d’application.

Solution

Supposons que le poids de la barre est égal à P agissant à un point distant de x mètres de A .

1er cas:

Quand l’homme parcourt 3 mètres de A à B, la barre sera sur le point de basculer autour de D La réaction du support en C s’annule.

∵ La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point

$780 \times \frac{1}{2} - P(2\frac{1}{2} - x) = 0$

$\therefore\ P(2\frac{1}{2} - x) = 390$ **(1)**

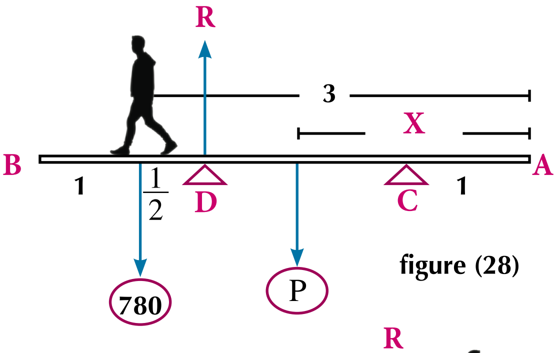


figure (28)

2ème cas:

Quand l’homme parcourt $3\frac{1}{2}$ mètres de B à A, la barre sera sur le point de basculer autour de C La réaction du support en D s’annule

∵ La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point C = 0

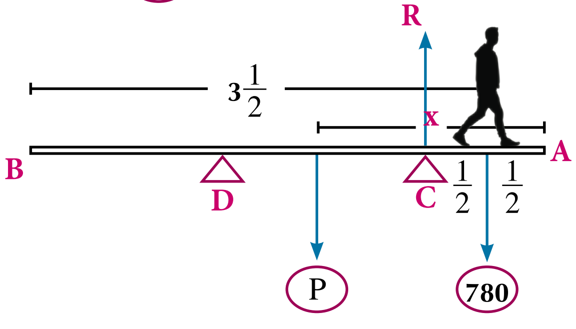


figure (29)

$\therefore\ P(x - 1) - 780 \times \frac{1}{2} = 0$ $\therefore\ P(x - 1) = 390$ **(2)**

De **(1)** et **(2)**

$\therefore\ x - 1 = 2\frac{1}{2} - x$ d’où $x = 1,75$ mètres

En substituant dans **(2),** on trouve que P = 520 N

c-a-d le poids de la barra est 520 N agissant au point distant de 1,75 mètres de A.

Essayez de résoudre

3 Une barre $\overline{AB}$ de 90 cm de longueur et de poids 50 N agissant en son milieu repose en position horizontale sur deux supports, l’un en A et l’autre à 30 cm de B. Elle porte un poids de 20 N à 15 cm de B. Déterminez la pression sur chaque support ainsi que la valeur du poids qui doit être suspendue en B pour que la barre soit sur le point de basculer. Quelle est la pression sur C dans ce cas ?

Exercices 3 - 2

Dans chacune des figures suivantes, une barre légère est en équilibre horizontalement, trouvez les intensités des forces F et K ainsi que la distance x

1

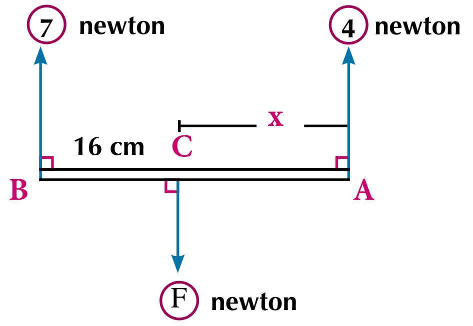


figure (34)

2

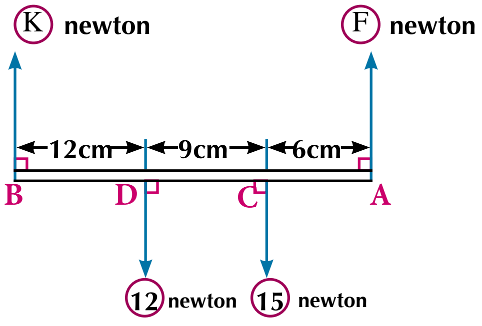


figure (35)

3

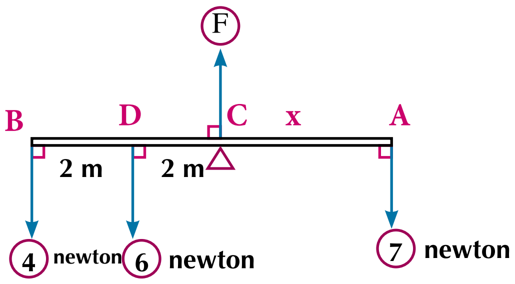


figure (36)

4

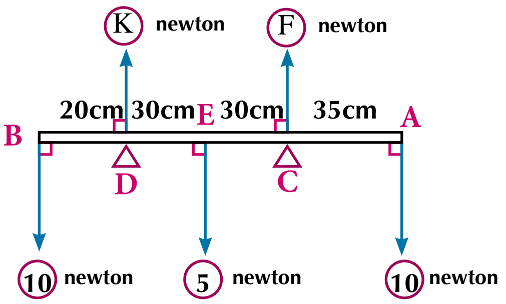


figure (37)

Répondez à ce qui suit:

5. Une barre homogène de 2 mètres de longueur et de masse 75 kg repose en position horizontale sur deux supports aux extrémités. Elle porte un poids de 15 kgp en un point distant de 50 cm de l'une de ses extrémités. Trouvez la réaction sur chaque support.

6. Une barre homogène de 3 mètres de longueur et de masse 4 kg porte deux corps dont les masses sont 5 kg et 1,5 kg aux extrémités. Trouvez la position du point de la suspension de la barre pour qu'elle soit en position horizontale.

7. Une barre non homogène AB de longueur 120 cm. Si on fixe un poids de 1 N en B et on suspend un poids de 16 N en A. alors la barre est en équilibre en un point distant de 30 cm de A. Si le poids en A est 8 N, la barre est en équilibre en un point distant de 40 cm de A. Trouvez le poids de la barre et la distance entre son point d'application et A

8 Dans la figure (38) : Une moto de masse 200 kg et son poids agit sur la ligne verticale passant par le milieu de la distance entre les deux roues. Si la masse du passager de la moto est 84 kg et son poids agit sur ligne verticale et distant de 1 mètre derrière la roue avant. Trouvez la réaction du sol sur les deux roues dans chacun des cas suivant :

a la moto sans le passager.

B la moto avec le passage.

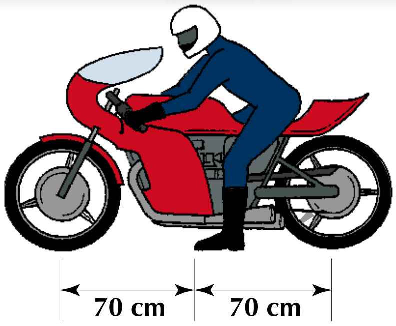


figure (38)

9 $\overline{AB}$ est une barre homogène de 60 cm de longueur et de poids 400 gp agissant en son milieu sur un support distant de 20 cm de A. La barre est maintenue en équilibre par un fil léger vertical en B. Trouvez:

a la tension dans le fil et la réaction du support .

B l'intensité du poids qu'il faut attacher au point A pour que la tension du fil est sur le point d'être nul.

10 Une barre AB de longueur 60 cm et de poids 10 gp agissant en son milieu est suspendue horizontalement par deux fils verticaux fixés, l'une au point A et l'autre au point C tel que AC = x cm. Un poids de 12 gp est suspendue au point D tel que AD = 25 cm. Si la tension maximale dans chaque fil est 15 gp. Trouvez les valeurs auxquelles x est situées entre elles et la plus petite tension dans chacune des deux fils.

11 AB est une barre non homogène de 120 cm de longueur. Si on fixe un poids de 1 N en B, on suspende un poids de 1 N en A et on suspend un poids de 16 N en A , alors la barre est en équilibre dans ce cas en un point distant de 30 cm de A. Si le poids en A diminue et devient 8 N, la barre est en équilibre dans ce cas en un point distant de 40 cm de A. Trouvez le poids de la barre et la distance entre son point d'application et A

12 Deux hommes A ; B portent un corps de masse 90 kg suspendu d'une barra métallique forte et légère. Si la distance entre les deux hommes est 60 cm et le point de suspension du corps distant de 20 cm de A, Combien peut supporter chaque homme de ce poids ? Si l'homme B ne peut supporter plus que 50 kgp, déterminez la plus grande distance de A à laquelle on attache le poids pour que l'homme B peut supporter la barre

13 Des forces parallèles, concourantes, $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$; $\overrightarrow{F_3}$; $\overrightarrow{F_4}$ sont appliquées aux points A = (2, -1), B (-4, -3) , C = (3, 5) , D = (-1, 0) respectivement. Si les forces sont en équilibre et $\overrightarrow{F_1} = 3\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j}$, $\|\overrightarrow{F_2}\| = 20$ N et agit au même sens de celui de $\overrightarrow{F_1}$. Trouvez $\overrightarrow{F_3}$ et $\overrightarrow{F_4}$ sachant qu'elles agissent dans le sens contraire de celui de $\overrightarrow{F_1}$.

Résumé de l'unité

1 **Résultante de deux forces parallèles et de même sens**

$\vec{F_1} = F_1 \vec{C}$, $\vec{F_2} = F_2 \vec{C}$ sont appliquées aux points A et B

La résultante $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ agissant au point $C \in \overline{AB}$ tel que : $\frac{AC}{CB} = \frac{F_2}{F_1}$

2 **Résultante de deux forces parallèles et de sens contraires :**

$\vec{F_1} = F_1 \vec{C}$, $\vec{F_2} = -F_2 \vec{C}$ $(F_1 > F_2)$ sont appliquées aux points A et B :

La résultante $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = (F_1 - F_2)\vec{C}$ agissant au point $C \in \overrightarrow{BA}$ tel que : $\frac{AC}{CB} = \frac{F_2}{F_1}$

3 **Moments d'un système de forces parallèles coplanaires :**

Théorème (La somme des moments d'un nombre fini de forces parallèles coplanaires par rapport à un point quelconque est égale au moment de leur résultante par rapport à ce même point.

4 **Résultante d'un système de forces parallèles coplanaires :**

Si $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ ... , $\vec{F_n}$ sont des forces parallèles agissant aux points A_1 , A_2 ,... A_n

alors la Résultante est $\vec{R}$ où $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \dots \vec{F_n}$ agit au point C tel que

$$A_1 C = \frac{\| \text{Somme des mesures algebriquesde moments de forces par rapport au point } A_1 \|}{\| \vec{R} \|}$$

5 **Equilibre d'un système des forces parallèles coplanaires:**

Règle

Si un corps rigide est en équilibre sous l'action d'un système des forces parallèles coplanaires, alors :

1- La somme des mesures algébriques de ces forces s'annule (résultante = 0)

2 - La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport à un point quelconque de leur plan s'annule .

For more activities and exercises, visit www.sec3mathematics.com.eg

Exercices généraux

Complétez :

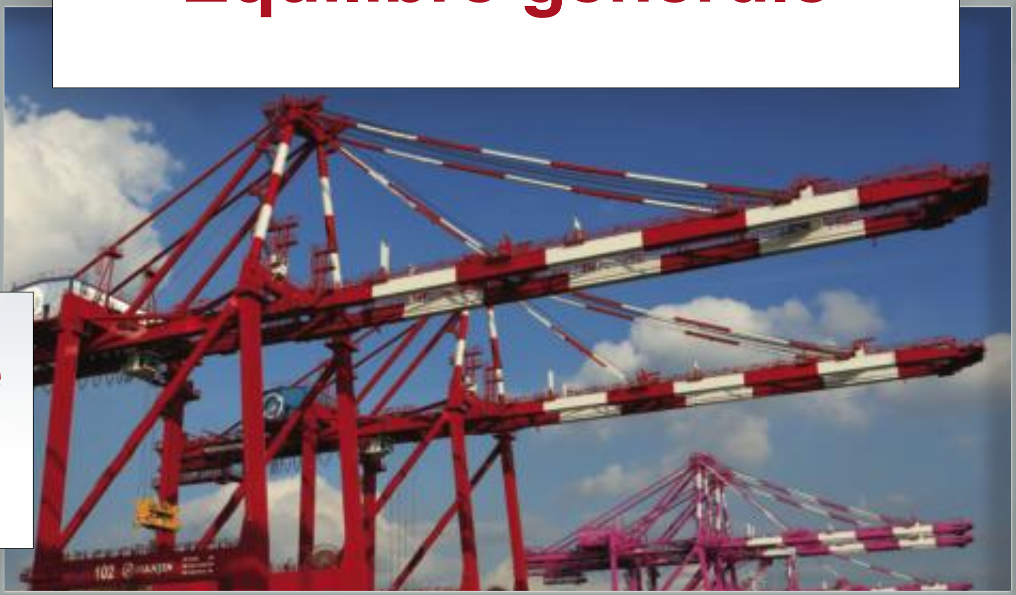
1. Deux forces parallèles, de sens contraires, d'intensités 10 et 15 N sont appliquées aux points A et B respectivement où AB = 35 cm. Si la résultante agit au point C, alors AC = ...
2. La somme des mesures algébriques des moments d'un système des forces parallèles coplanaires par rapport à un point est égale à ....
3. Deux forces parallèles, de même sens, d'intensités F et 2F N sont appliquées aux points A et B respectivement où AB = 39 cm. Si la résultante agit au point C, alors AC = ...

Rependez à ce qui suit :

4. L'intensité de deux forces parallèles est égale à 250 N. L'intensité de l'une des deux forces est de 150 N et que la ligne d'action est à 40 cm de celle de la résultante. Trouvez l'intensité de la deuxième force ainsi que la distance entre les lignes d'action des deux forces si la force connue et la résultante sont Premièrement :

   First: de même sens. **Deuxièmement :** de sens contraires.
5. Quatre pointa A ; B ; C ; D sont alignés de sort que AB = 32 cm ; BC = 40 cm ; CD = 8 cm. Deux forces parallèles, de même sens, d'intensités 8 et 10 N sont appliquées aux points A et C. Deux forces d'intensités 7 et 3 N sont appliquées aux points B ; D et agissant en sens contraires des forces appliquées en A et C. Déterminez la résultante de ce système de forces ainsi que la distance entre son point d'application et du point A
6. Une barra légère porte des poids 2 ; 3 ; 4 ; 5 distancent de 2 ; 3 ; 4 ; 5 de l'une de ses extrémités respectivement. Trouvez la distance entre son point de suspension et cette extrémité pou que la barre soit en équilibre horizontalement.
7. Une barre $\overline{AB}$ de 100 cm de longueur et de poids 10 N agissant en son milieu repose en position horizontale sur deux supports, l'un en A et l'autre à 25 cm de B. Quel est le plus petit poids que l'on doit attacher au point B pour que la réaction du support le plus proche soit égale à six fois celle en A.
8. $\overline{AB}$ Une barre non homogène de 80 cm de longueur et de poids 20 kgp repose en position horizontale sur deux supports C ; D où AC = BD = 10 cm. Si un poids de 40 kgp est suspendue en A, alors la barre est sur le point de basculer autour de C. Trouvez la distance entre le point d'application du poids de la barre et du point A. Quel est le plus grand poids que l'on doit attacher au point en B sans rompre l'équilibre en enlevant le poids suspendu en A
9. Une barre non homogène ABCD repose en position horizontale sur deux supports lisses en B ; C tel que AB = 6 cm ; CD = 7 cm. Le point d'application du poids de la barra la divise dans le rapport 2 : 3 à partir de A. Si on attache un poids de 120 gp en A et 180 gp en D, la barre est sur le point de basculer. Trouvez le poids de la barre et la distance entre les deux supports.
10. Une barre AB de 120 cm de longueur et de poids 60 N agissant en son milieu repose en position Horizontale sur un support en B, un fil vertical attaché à 20 cm de A la maintient en équilibre. De plus, la barre porte un poids de 20 N attaché à20 cm de A. Calculez la tension du fil et la réaction du support e B. Quel est le poids qu'on doit attaché en A pour que la barre commence à tourner et quitte le support B ? Quel est la tension du fil dans ce cas ?

Equilibre générale



Unité
4

Introduction de l'unité :

L'équilibre est l'une des branches de mécanique, dans lequel on étude les conditions qui doit être vérifie un système des forces de tel sorte que si ce système des forces agissent en un point matériel ou un corps rigide reste toujours en repos. Depuis longtemps l'homme a intéressé par l'équilibre général avant les autres branches dans la science de mécanique. La première application de cette science revient des milliers des années avant J C

Et il a été la rédaction de cette science dans sa forme actuelle au 17^{ième} siècle lors de la rédaction mécanique théorique intégrée à l'époque de Newton a la mécanique reçues, en particulier la recherche de l'équilibre avec beaucoup d'intérêt sous la civilisation arabo-islamique, quelques livres grecs en mécanique sont traduit en arabe et parmi ces livres le livre de la physique et après avoir étudié ces livres, Quelques sont modifiés et quelques sont avoir des élargissement e quelques sont développés . Ceux qui excellait dans cette science Ibn al-Haytham et Abo-sahl El Kohy et Biruni et Ibn Sina et Al Khayam et des autres . qui sont écrives des livres dans les centres des gravités et les poulies et les l'équilibre des fluides et nous allons apprendre dans cette unité les conditions d'équilibre d'un système des forces avec la résolution de certaines des applications de la vie qui en ont besoin.

Objectives de l'unité :

Après avoir étudié cette unité et faire ses activités l'élève doit être capable de :

- Détermine les conditions générales de l'équilibre dans le plan
- Détermine les conditions générales de l'équilibre d'un corps sous l'effet d'un system des forces coplanaires
- résoudre des applications varies sur l'équilibre d'une échelle ou une barre sur un sol horizontale rugueux et un mur lisse.
- résoudre des applications de la vie sur l'équilibre d'une échelle ou une barre sur un sol horizontale rugueux et un mur vertical rugueux.

Vocabulaire de bas

- Frottement
- équilibre générale
- réaction normale
- résultante
- composante algébrique
- composante horizontale
- composante verticale
- équilibre d'un corps rigide
- triangle des forces

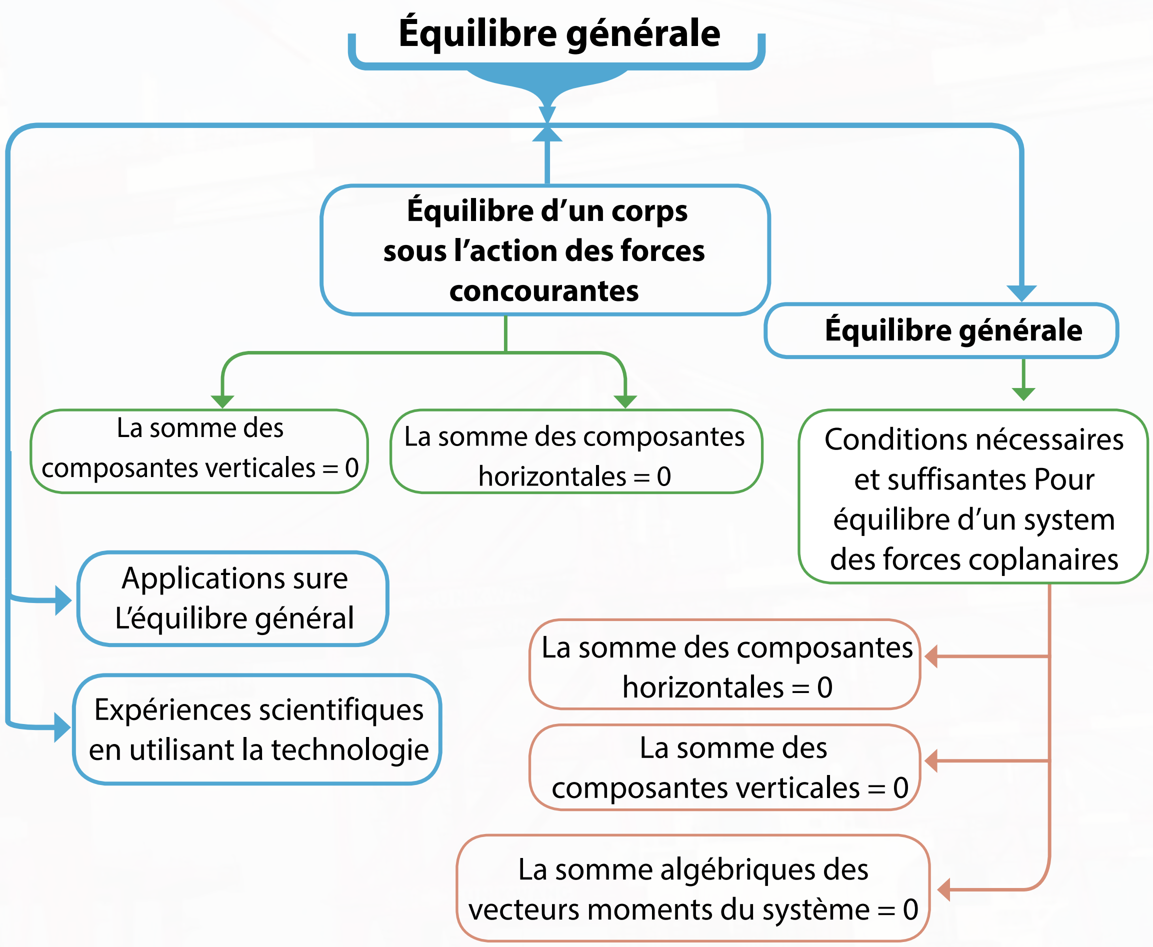
Leçons de l'unité

Leçon (4 -1): équilibre générale

Aide pédagogique

Calculatrice scientifique

Organigramme de l'unité



Unité 4

4 - 1

Équilibre d'un corps rigide

Allez apprendre

- *Le vecteur moment du système s'annule par rapport à tout point*
- *Conditions nécessaires et suffisantes pour que un system des forces coplanaires soit en équilibre*

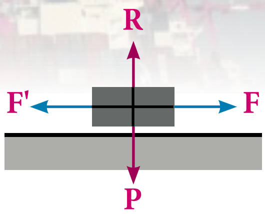
Vocabulaire de bas

- *équilibre générale*
- *réaction normale*
- *composante horizontale*
- *composante verticale*
- *équilibre d'un corps rigide*
- *triangle des forces*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique*

D'après votre étude précédant vous connaissez que si deux ou plusieurs forces concourantes agissent en un corps rigide sans changé son états on dit que ce corps est en équilibre. Et déjà étudié l'équilibre d'un corps rigide sous l'effet de deux forces puis trois forces coplanaires et concourantes, la figure ci-contre montre l'équilibre en deux dimensions, pour que le corps soit en équilibre sous l'effet de quatre forces indiquées dans la figure, il faut que la somme des composantes horizontales et verticales soient nul , alors $R - P = 0$ et $F - F' = 0$



Réfléchissez et discutez

Dans la figure ci-contre comment vous pouvez trouver la force de tensions agissent sur ce corps ? Le poids du corps agit verticalement vers le bas et son intensité est 400 N, D'après la définition de la tension le sens de deux forces doit être aligné avec les deux fils. Soient les tensions sont T_1 et T_2. On trace le diagramme dans la figure (2)

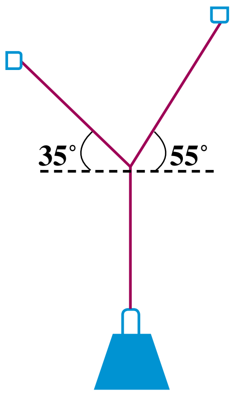


Figure (1)

Comment vous pouvez écrire les composantes des forces T_1 et T_2 ? on décompose T_1 et T_2 en deux composantes perpendiculaires, puis on écrit les équations d'équilibre.

$T_1 \cos 55° = T_2 \cos 35°$

$\therefore 0{,}57T_1 = 0{,}82T_2$ .... (1) ,

$T_1 \sin 55° + T_2 \sin 35° = 400$

$\therefore 0{,}82T_1 + 0{,}57T_2 = 400$ .... (2)

De (1) et (2) on a

$T_1 \simeq 328{,}81$ newtons , $T_2 \simeq 228{,}52$ newtons

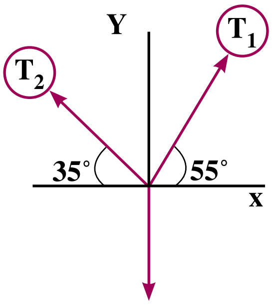


Figure (2)

Est-ce que vous pouvez vérifier de la vérité de ses résultats ?

On peut utiliser la règle qui nous permettre de calculer la résultante de deux forces:

$R = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2\,F_1\,F_2 \cos\theta}$

D'où : $R = \sqrt{(328.81)^2 + (228.52)^2} \simeq$ 400 qui est équivalant au poids du corps.

Que pouvez-vous estimer si les forces précédentes ne sont pas concourantes ?

En ce cas-là la condition que la somme des composantes horizontales et verticales est nuls n'est pas suffisante et qu'il est possible que le corps se mouvoir même cette condition existé, ce qui montre qu'il y a une autre condition doit être remplis pour que le corps soit en équilibre, dans la figure (3) on trouve que la règle est en équilibre sous l'action de son poids (p) verticalement vers le bas et la réaction normale (R) : tel que P = R, mais si deux forces de même intensités en sens contraire (- F et F) agissent sur la règle, alors elle ne reste en équilibre et elle commence à se tourner malgré que la condition d' équilibre est existée, pour cela il est nécessaire de cherché un autre condition concernant la rotation pour que le corps soit en équilibre.

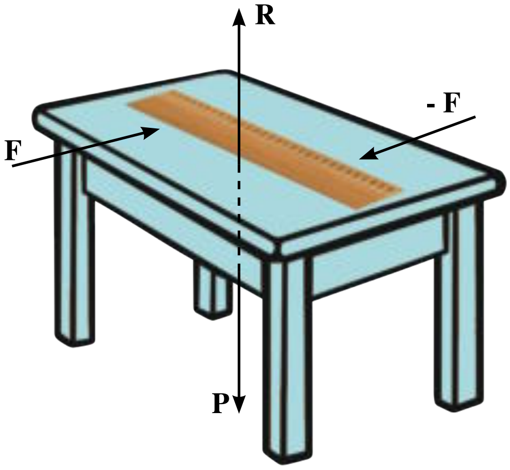


Figure (3)

La condition pour que la somme de moments des forces par rapport à un point soit nule.

Definition:

La somme de moments des forces dans le sens de rotation des aiguilles de montre est équilibre aves La somme des moments des forces contre le sens de rotation des aiguilles de montre .

De ca on trouve :

Un corps est en équilibre sous effet d'un système des forces coplanaires si les deux conditions suivantes sont verifiées

(1) S'annule le vecteur somme des forces du système $(\vec{R} = \vec{0})$

(2) S'annule le vecteur moment du système par rapport à un seul point $(\vec{M} = \vec{0})$

Ces conditions nécessaires et suffisantes d'équilibre d'un système de forces

La figure (4) montre le trièdre direct de vecteurs unitaires $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans le plan des forces. Le vecteur $\vec{k}$ est alors perpendiculaire à ce plan.

Il est clair que le vecteur $\vec{R}$ peut-être décomposé dans les directions $\vec{i}$ et $\vec{j}$, alors que le vecteur $\vec{M}$ est parallèle à $\vec{k}$

Donc : $\vec{R} = x\,\vec{i} + y\,\hat{j}$ and $\vec{M} = M\,\vec{k}$

Où x = la somme des composantes algébriques du système des forces dans la direction de $\vec{i}$,

Y =La somme des composantes algébriques du système des forces dans la direction de $\vec{j}$,

M = La somme des mesures algébriques du moment de ce système dans la direction de $\vec{k}$.

Donc si x = 0 ; y = 0 ; M = 0 alors $\quad : \vec{R} = \vec{0}\ , \quad \vec{M} = \vec{0}$

Puisque on n'a pas déterminé la direction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans le plan ; alors on peut affermer Pour qu'un système des forces soit en équilibre, il faut et il suffit que :

(1) S'annule la somme des composantes algébriques des forces dans deux directions perpendiculaires appartenant au plan des forces.

(2) S'annule la somme des mesures algébriques du moment de ce système par rapport à un seul point appartenant au plan des forces. .

L'expression mathématique de ces conditions sera donc :

$$X = 0 \quad ; \quad Y = 0 \quad ; \quad M = 0$$

Example

équilibre d' une barre horizontale attachée par une charnière

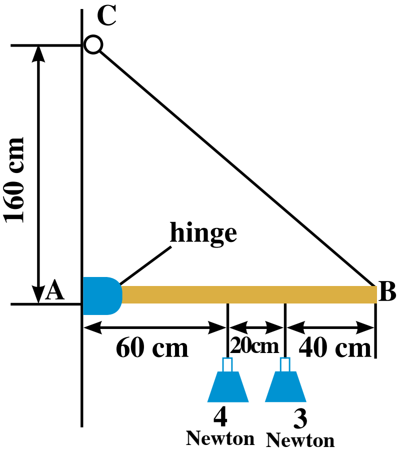


Figure (5)

(1) La figure (5) représente une barre homogène de longueur 120 cm et de poids 4 Newton, est attachée à une charnière fixée à un mur vertical. Un poids de 3 Newton est attachée à la barre. La barre est maintenue en position horizontale par un fil mince reliant l'autre extrémité de la barre à un point du mur verticale ; trouvez la tension dans le fil ainsi que la réaction de la charnière.

Solution

La figure (6) représente le diagramme de l'exemple.

barre est en équilibre sous l'action des quatre forces suivantes:

la force de poids de la barre 4 Newton verticale vers le bas

poids 3 Newton verticale vers le bas

la force de tension dans le fil agit dans la direction de $\overrightarrow{BC}$, qui fait avec l'horizontale un angle de mesure θ.

la force de réaction de la charnière (R) qui représenté par les deux composantes x_1 et y_1 comme montre la figure.

Ecrivons les conditions de l'équilibre : x = 0 ; y = 0 ; M = 0

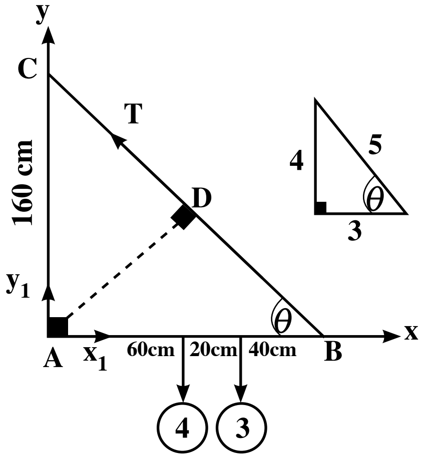


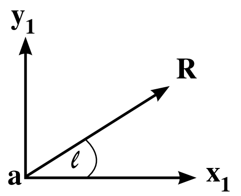
Figure (6)

$\therefore\ x_1 = T \cos\theta$

$\therefore\ x_1 = \frac{3}{5}T$ .... (1)

$,\ y_1 + T \sin\theta = 3 + 4$

$\therefore\ y_1 + \frac{4}{5}T = 7$ .... (2)



$\because$ M = 0 $\quad\quad\therefore$ T $\times \frac{160 \times 120}{200} - 4\times60 - 3\times80 = 0$

$\therefore 96$ T = 480 $\quad\quad\therefore$ T = 5 newton

Substituant dans (1) et (2)

$\therefore x_1 = \frac{3}{5} \times 5 = 3$ newton ,

$y_1 + \frac{4}{5} \times 5 = 7 \quad\quad \therefore y_1 = 3$ newton

Ceci nous permet de calculer la réaction de la charnière (R)

$\because R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$ newton

, $\tan \ell = \frac{y_1}{x_1} = \frac{3}{3} = 1 \quad \therefore \ell = 45°$

Donc : la réaction de la charnière = $3\sqrt{2}$ N et fait un angle de meure 45° avec $\overrightarrow{AX}$.

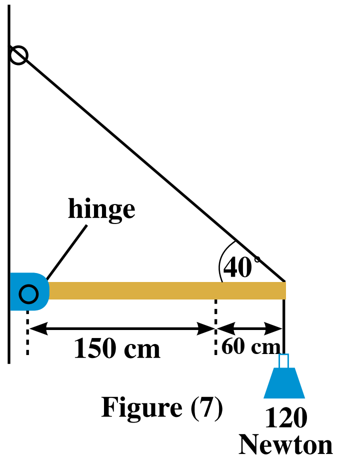


Figure (7)

Essayer de résoudre :

1. La figure (7) représente une barre de poids négligeable de longueur 210 cm est attachée par une extrémité à une charnière fixée à un mur vertical. Un poids de 120 Newton est attachée à la barre qui est en équilibre; trouvez la tension dans le fil ainsi que la réaction de la charnière.

Example équilibre d'une barre inclinée attachée par une charnière

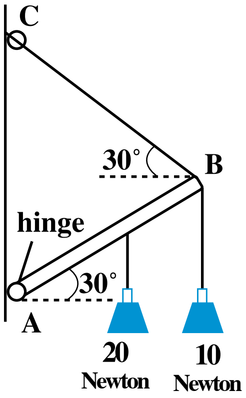


Figure (8)

2. La figure (8) représente une barre homogène AB de poids 20 Newton et inclinée sur l'horizontale d'un angle de mesure 30°, un poids de 10 Newton est attachée à l'extrémité B et tirée par un fil BC inclinée sur l'horizontale d'un angle de mesure 30°, à l'états de l'équilibre; trouvez la tension dans le fil ainsi que la réaction de la charnière.

Solution

La figure (9) représente le diagramme de l'exemple (remarque que le triangle ABC est équilatérale)

La barre est en équilibre sous l'action des quatre forces suivantes :

son poids 20 Newton verticale vers le bas en son milieu

le poids 10 Newton verticale vers le bas à l'extrémité B

la force de tension dans le fil agit dans la direction de $\overrightarrow{BC}$.

la réaction de la charnière (R) qui représenté par les deux composantes x_1 et y_1

Ecrivons les conditions de l'équilibre:

$X = 0$; $Y = 0$; $M_a = 0$ (soit la longueur de la barre $= 2\ell$)

$\because$ M = 0 $\quad \therefore T \times AK - 20 \times AD - 10 \times AM = 0$

$\therefore T \times \sqrt{3}\,\ell = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\ell + 10 \times \sqrt{3}\,\ell \quad\quad \therefore$ T = 20 newton

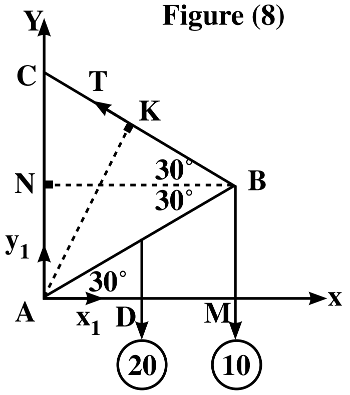


Figure (9)

, $x_1 = T \cos 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ newton

, $y_1 + T \sin 30^\circ = 10 + 20$ $\therefore\ y_1 = 30 - 20 \times \frac{1}{2} = 20$ newton

$\because\ R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ $\therefore R = \sqrt{300 + 400} = 10\sqrt{7}$ newton

$\because\ \tan L = \frac{y_1}{x_1} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.1547$

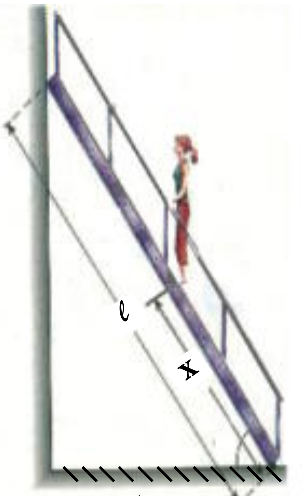
$\therefore L =$ 49° 6' (oú ℓ est l'angle d'inclinaison de la reachtion avec l'horizontal)

Essayer de résoudre:

2 Une barre homogène de longueur 60 cm et de poids 8 Newton L'extrémité A est attachée à une charnière fixée à un mur vertical. Un poids de 6 Newton est attaché en un point situé à 40 cm de A. La barre est maintenue en position horizontale par un fil mince reliant l'extrémité B de la barre à un point du mur verticale de 80 cm de haut de A ; trouvez la tension dans le fil ainsi que la réaction de la charnière.

Example

équilibr d' une échelle sur deux plans verticaux l'un d'eux est rugueux.



3 Une échelle homogène de poids 20 kgp. Repose avec une extrémité sur un sol horizontale rugueux, l'autre extrémité étant en contact avec un mur lisse. L'échelle est en équilibre dans un plan verticale inclinée à 60° sur l'horizontale. Sachant que le coefficient de frottement entre le sol et l'échelle est égale à $\frac{1}{2\sqrt{3}}$, démontrez que une fille de poids 60 kgp. Ne peut monter plus de la moitié de la longueur de l'échelle sans que cette derniére ne glisse.

Solution

L'échelle est en équilibre sous l'action des forces :

son poids 20 kgp. Verticale vers le bas en son milieu

le poids de la fille 60 kgp verticale vers le bas à une distance x de la base de l'échelle.

la réaction du sol rugueux en A sa composante verticale R_1 et sa composante horizontale μR_1 .

la réaction du mur lisse R_2 qui est perpendiculaire au mur.

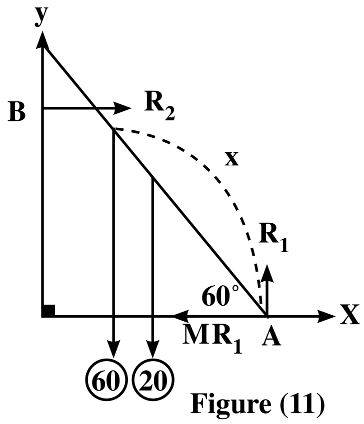


Figure (11)

Ecrivons les conditions de l'équilibre :

$X = 0$; $Y = 0$; $M_a = 0$ soit la longueur de l'échelle $= \ell$,

Soit la distance maximale que la fille peut monter pour que l'échelle soit sure le point de glissée $= x$

$\because R_1 = 20 + 60 = 80$ kg.p , $R_2 = \frac{1}{2\sqrt{3}} R_1$

$\therefore\ R_2 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \times 80 = \frac{40}{\sqrt{3}}$ kg.p (1) $\because\ M_A = 0$

$\therefore 20 \times \frac{\ell}{2} \cos 60^\circ + 60 \times x \cos 60^\circ - R_2 \times \ell \sin 60^\circ = 0$ ...... (2)

De (1) , (2)

$\therefore\ 5\ell + 30\,x - \frac{\sqrt{3}}{2}\ell \times \frac{40}{\sqrt{3}} = 0$ $\quad\therefore\ 30\,x - 15\,\ell = 0$ $\quad\therefore\ x = \frac{15}{30}\ell = \frac{1}{2}\ell$

$\therefore$ la distance maximale que la fille peut monter est égale à la moitié de la longueur de l'échelle.

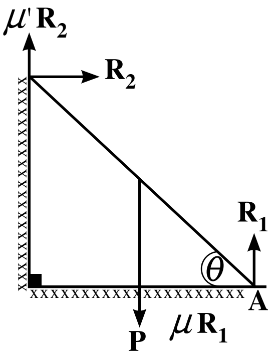
Essayer de résoudre :

3 AB est une échelle homogène de poids 30 kgp et de longueur 4 mètres. Repose avec son extrémité A sur un plan horizontal lisse et avec son extrémité B sur un mur vertical lisse. L'échelle est inclinée à 45° sur l'horizontale. Elle est mantinue en équilibre dans un plan verticale au moyen d'une corde horizontale reliant l'extrémité A à un point du mur placé verticalement en dessous de B. Si un homme de poids 80 kgp monte cette échelle, démontrez que la tension dans la corde augmente lorsque cet homme monte sur l'échelle. Si la plus grande tension pouvant être par la corde est 67 kgp, trouvez la distance maximum cet homme peut monter sur l'échelle sans que cette derniére ne glisse.

Example **équilibre d' une échelle sur deux plans verticaux rugueux .**

4 Une barre homogène repose par son extrémité supérieure sur un mur verticale dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{1}{2}$, et par son extrémité inférieure sur un plan horizontal dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{3}{4}$. Trouvez la tangente de l'angle d'inclination de la barre sur l'horizontale lorsqu'elle est sur le point de glisser.

Solution



La barre est en équilibre sous l'action des forces :
son poids (P) verticale vers le bas en son milieu
la réaction de l'extrémité A, ses composantes perpendiculaires R_1 et μR_1.
la réaction de l'extrémité B ses composantes perpendiculaires R_2 et $\mu' R_2$.
Soit la longueur de la barre = ℓ, et son angle d'inclinaison sur l'horizontal θ^{rd} . En appliquant les conditions d'équilibre :

$x = 0 \quad , \quad y = 0 \quad , \quad M_A = 0$

$\because\ R_2 = \mu R_1 \therefore R_2 = \frac{3}{4} R_1 \ ,\quad R_1 + \mu' R_2 = P \quad \therefore R_1 + \frac{1}{2} R_2 = P$

$\therefore\ R_2 = \frac{3}{4}(W - \frac{1}{2} R_2)$ $\quad\therefore R_2 = \frac{3}{4} P - \frac{3}{8} R_2$

$\therefore\ \frac{11}{8} R_2 = \frac{3}{4} P$ $\quad\therefore R_2 = \frac{6}{11} W$ .... (1)

$\because\ M_A = 0 \ \therefore\ P \times \frac{\ell}{2} \cos\theta - R_2 \times \ell \sin\theta - \frac{1}{2} R_2 \times \ell \cos\theta = 0$ on divise par $\ell \cos\theta$ puis on multiple par 2

$\therefore\ P - 2R_2 \tan\theta - R_2 = 0 \ \therefore R_2 (2 \tan 1 + \theta) = P$ .... (2)

de (1) , (2)

$\therefore\ \frac{6}{11} P \times (2 \tan 1 + \theta) = P$ $\quad\therefore 2 \tan 1 + \theta = \frac{11}{6}$ $\quad\therefore \tan\theta = \frac{5}{12}$

Essayer de résoudre :

4 AB est une barre homogène de poids 40 Newton repose par son extrémité A sur un mur verticale dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{1}{2}$ et par son extrémité B sur un sol horizontal dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{1}{3}$. Si la plus petite force horizontale rendre l'extrémité B sur le point de mouvoir vers le mur est égale à 60 Newton. Trouvez à l'états d'équilibre la mesure de l'angle d'inclinaison de la barre sur l'horizontale.

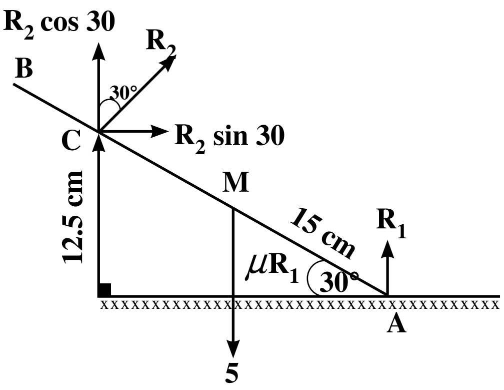
Example

glissement d'une barre sur un plan horizontal rugueux et un support lisse

5 Une barre homogène $\overline{AB}$ de poids 5 kg.p de longueur 30 cm et, repose avec son extrémité A sur un sol horizontal rugueux, et par un point C sur un support verticl lisse à 12,5 cm du sol horizontal. Quand la barre est sur le point de glisser, alors la mesure de son angle d'inclinaison sur l'horisontal est 30°. Trouver

1) la réaction du support.
2) le coefficient de frottement du sol..

Solution



on remarque que A C = 25 cm
La barre est en équilibre sous l'action des forces :
son poids 5 kg.p verticale vers le bas en son milieu
la réaction de l'extrémité A ses composantes perpendiculaires R_1 et μR_1 .
la réaction du support sur la barre R_2, perpendiculaires à la barre au point de contact C .

En appliquant les conditions de l'équilibre :

$X = 0 ; Y = 0 ,; M_A = 0$

$\because M_A = 0 \quad \therefore 5 \times 15 \cos 30^\circ - R_2 \times 25 = 0$

$\therefore R_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .... (1)

De deux équation d'équilibre : x = 0 ; y = 0

$\therefore R_2 \sin 30^\circ - \mu R_1 = 0$ $\qquad \therefore R_2 = 2\mu R_1$ Par substitution de (1)

$\therefore 2\mu R_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \therefore \mu R_1 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ .... (2)

$, R_1 + R_2 \cos 30^\circ = 5$ $\qquad \therefore R_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} R_2 = 5$ Par substitution de (1)

$\therefore R_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 5$ $\qquad \therefore R_1 = 5 - \frac{9}{4} = \frac{11}{4}$ kg.wt .

Remplaçons de R_1 pour trouver la valeur de μ .

$\therefore \mu \times \frac{11}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ $\qquad \therefore \mu = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

Essayer de résoudre:

5 Une barre homogène AB de poids 20 Newton de longueur 60 cm et, repose avec son extrémité A sur un sol horizontal rugueux, et par un point C sur un support verticl lisse à 25 cm du sol horizontal. Quand la barre est sur le point de glisser, alors la mesure de son angle d'inclinaison sur l'horisontal est 30°. Trouver la réaction du support ainsi que le coefficient de frottement du sol.

Exercices 4 - 1

Premierement : mettez le signe (✓) ou le signe (✗):

1 S'annule le vecteur somme des forces du système est une condition nécessaire et suffisante d'équilibre d'un système de forces coplanaires non concourantes.

2 Si la somme des composantes horizontales et verticales des forces est nuls est une condition nécessaire et suffisante d'équilibre d'un système de forces coplanaires concourantes qui agissent sur un corps

3 Si le vecteur somme des forces du système s'annule et le vecteur moment du système par rapport à un seul point s'annule, alors le système des forces est en équilibre.

4 Si une échelle repose par une de ses extrémité sur un sol horizontal lisse et par l'autre extrémité sur un mur verticale rugueux, alors elle sera en équilibre.

Deuxièment : Complétez ce qui suit :

5 Les conditions nécessaire et suffisante d'équilibre d'un système de forces sont ....

6 Si une barre ropose sur un support lisse, alors la réaction du jalon sur la barre est ....

7 Si un corps de poids 6 Newton est posé sur un plan horizontale rugueux, le coefficient de frottement est $\frac{1}{3}$, alors l'intensité de la force horizontale qui rendre le corps sur le point de se mouvoir est égal à ....

Deuxièment : Répondez aux questions suivantes:

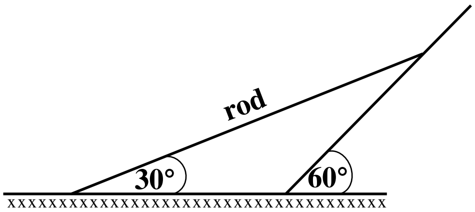
8 AB est une barre homogène de poids 4 Newton et de longueur 120 cm . L'extrémité A est attachée à une charnière fixée à un mur vertical. Un poids de 6 Newton est attaché en un point situé à 20 cm de A. La barre est maintenue en position horizontale par un fil mince BC reliant l'extrémité B de la barre à un point C du mur verticale de 90 cm de haut de A ; trouvez la tension dans le fil ainsi que la réaction de la charnière.

9 Une barre homogène AB de poids 4 kgp. Son extrémité A est attachée par une à une charnière fixée à un mur vertical, un poids de 2 kgp. est attachée à l'extrémité B. à l'états de l'équilibre la barre est inclinée sur l'horizontale d'un angle de mesure 30° , à l'aide d' une corde BC de longueur égale à la longueur de la barre, le point C se trouve en haut de A d'une distance égale à la longueur de la barre. Trouvez la tension dans le fil ainsi que la réaction de la charnière.

10 Une barre homogène de poids (P) repose par son extrémité supérieure sur un mur verticale dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{1}{2}$ et par son extrémité inférieure sur un plan horizontal dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{3}{4}$. Trouvez la tangente de l'angle d'inclination de la barre sur l'horizontale lorsqu'elle est sur le point de glisser.

(11) Une échelle homogène de poids 64kgp. Repose avec une de ses extrémités sur un mur vertical lisse et avec l'aure extrémité sur un plan horizontal lisse. L'échelle est inclinée à 45° sur l'horizontale. Elle est mantinue en équilibre dans un plan vertical au moyen d'une corde horizontale reliant la base de l'échelle à un point du mur placé verticalement en dessous du sommet de l'échelle. Si un homme de poids égale à celui de l'échelle, monte sur l'échelle en un point distance de $\frac{3}{4}$ de la longueur de l'échelle à partir de la base. Trouvez la tension dans la corde ainsi que les réactions. du mur et du sol

(12) **Dans la figure ci-contre** une barre homogène de poids 24kgp. repose avec une de ses extrémités sur un sol horizontal rugueux et l'aure extrémité sur un plan lisse incliné sur l'horizontal d'un angle de 60°. Si la barre est sur le point de glisser quand elle est incliné sur l'horizontal d'un angle de 30° . Trouvez le coefficient de frottement du sol ainsi que les réactions. du plan et du sol .



(13) Une échelle homogène de poids 10 kgp repose avec son extrémité A sur un plan horizontal lisse et avec son extrémité B sur un mur vertical lisse. L'échelle est inclinée à 45° sur l'horizontale. Elle est mantinue en équilibre dans un plan verticale au moyen d'une corde horizontale reliant l'extrémité A à un point du mur placé verticalement en dessous de B. Si un homme de poids 80 kgp monte cette échelle,

1) Trouvez la tension dans la corde lorsque cet homme monte une distance de $\frac{3}{4}$ de la longueur de l'échelle .
2) Trouvez la plus grande tension pouvant être par la corde sachant qu'elle sera sur le point de se coupée quand cet homme monte jusque sommet de l'échelle

(14) Une barre homogène de poids 40 kgp. Repose avec son extrémité A sur un sol horizontal rugueux, l'autre extrémité B étant en contact avec un mur lisse. L'échelle est en équilibre dans un plan verticale inclinée à 45° sur l'horizontale. Trouvez la plus petite force horizontale agit à l'extrémité A pour que la barre soit sue le point de glisser s'éloignant du mur, sachant que le coefficient de frottement entre le sol et l'échelle est égale à 0,75

(15) Une barre homogène repose avec son extrémité supérieur un mur vertical lisse et avec son extrémité inférieur sur un plan horizontal rugueux. Si l'échelle est inclinée sur l'horizontale d'un angle dont la tangente est égale à $\frac{3}{2}$. Trouvez le coefficient de frottement quand la barre est sur le point de glisser.

(16) AB est une barre homogène de poids 56 Newton repose avec son extrémité A sure un mur vertical lisse et avec son extrémité B sur un plan horizontal rugueux. Si l'échelle est inclinée sur l'horizontale d'un angle de meure 45°. Démontrez que le coefficient de frottement $\geqslant 0{,}5$ dans l'équilibre. Si le coefficient de frottement = 0,75 trouvez la force horizontal qui agit en B pour que la barre soit sur le point de glisser.

1) Vers le mur 2) s'éloignant du mur

(17) Une barre homogène de poids (P) une de ses extrémité est attachée à une charnière l'autre extrémité est attachée à un fil fixée à un point dans le même plan horizontale passant par la charnière tel que la mesure de l'angle inclinaison de la barre et du fil sur l'horizontale est θ. démontrez que la réaction de la charnière est égale à $\frac{p}{4}\sqrt{\cot^2\theta + 9}$

Résumer de l'unité

Si un corps rigide est en équilibre sous l'effet de deux forces, alos on peut transmettre le point d'application de chaune de deux forces à un point sur la ligne d'action de la force sans changer l'état du corps.

Si trois forces concourantes son en équilibre, et on trace un triangle dont les côtés sont paralléles aux droites d'action des forces, alors les longueurs des côtés sont proportionnelles aux intensités des forces.

Si un corps est en équilibre sous l'effet de trois forces coplanaires concourantes, alors l'intensité de chacune deces forces est proportionnelles au sinus de l'angle formé par les deux autres forces.

Conditions d'équilibre d'un corps sous l'effet de plusieures forces coplanaires concourantes:

- la somme algébriques des composantes des forces dans la direction de $\overrightarrow{OX} = 0$
- la somme algébriques des composantes des forces dans la direction de $\overrightarrow{OY} = 0$

S'annule la somme de moment des forces par rapport à un point. La somme de moment des forces dans le sens de rotation des aigues de montre est équilibre aves La somme de moment des forces contre le sens de rotation des aigues de montre

Conditions nécessaires et suffisantes pour équilibre d'un système des forces:

- S'annule la somme des composantes algébriques des forces dans deux directions perpendiculaires appartenant au plan des forces.
- S'annule la somme des mesures algébriques du moment de ce système par rapport à un seul point appartenant au plan des forces.
- L'expression mathématique de ces conditions sera donc : $x = 0$; $y = 0$; $M = 0$

Pour plus d'activités, visiter le site : www.sec3mathematics.com.eg

Exercices généraux

1. Une barre AB non homogène de longueur 140 cm repose avec son extrémité B un sol horizontal et avec son extrémité A sur un mur verticale. Si les coefficients de frottement entre la barre et chacun du sol et du mur est égale à $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ respectivement, et la barre était sur le point de glisser quand la mesure de son angle d'inclination sure le sol est 45°. Trouvez le centre de gravité de la barre du point B

2. Une barre AB non homogène de longueur 260 cm et de poids 43 Newton repose avec son extrémité A sur un mur verticale et avec son extrémité B sur un sol horizontal. Si les coefficients de frottement entre la barre et chacun du sol et du mur est égale à $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ respectivement, si l'extrémité B distance à 100 cm du mur. Trouver l'intensité de la force horizontale qui doit appliquer en B pour que la barre soit sur le point de glissée vers le mur.

3. Une échelle homogène de poids 40 kgp repose avec une de ses extrémité sur un mur verticale lisse et avec son autre extrémité sur un sol horizontal rugueux. L'échelle est inclinée à 45° sur l'horizontale. Si un garçon de poids égale au poids de l'échelle monte cette échelle qui est sur le point de glissée quand le garçon monte le $\frac{3}{4}$ de la longueur de l'échelle, trouvez le coefficient de frottement entre l'échelle et le sol. Si le garçon veut monter tout l'échelle, trouvez la plus petite force horizontale qui agit sur l'extrémité inférieure pour que ce garçon puisse monter.

4. AB est une barre homogène de poids 15 kgp. Repose avec son extrémité A sur un sol horizontal rugueux, l'autre extrémité B étant en contact avec un mur lisse. L'échelle est en équilibre dans un plan verticale perpendiculaie sur le mur et incliné sur l'horisontale d'un angle mesure 45°. Une force horizontale agit au point C de la barre tel que AC = $\frac{1}{4}$ de la longueur de la barre, l'extrémité A alors est sir le point de se mouvoir vers le mur, si le coefficient de frottement entre la barre et le sol est égale à $\frac{1}{2}$, Trouvez la force et la réaction du mur.

5. Une échelle homogène repose avec une de ses extrémités sur un mur vertical rugueux et avec l'aure extrémité sur un plan horizontal rugueux. Si le coefficient de frottement entre l'échelle et chacun du mur et du sol est égale à $\frac{1}{2}$. Si l'échelle est en équilibre dans un plan vertical faisant un angle dont la tangente est égale à $\frac{3}{4}$. avec le mur. Démontrer qu'un homme de poids égale au double de celui de l'échelle, ne peut monter sur l'échelle un distance supérieure aux $\frac{1}{2}$ de la longueur de l'échelle sans rompre l'équilibre.

6. Une barre homogène de poids (P) repose par son extrémité supérieure sur un mur verticale dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{1}{4}$ et par son extrémité inférieure sur un plan horizontal dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{1}{3}$. Trouvez la tangente de l'angle d'inclination de la barre sur la verticale lorsqu'elle est sur le point de glisser.

7. Une échelle homogène s'équilibre dans un plan vertical sur un mur verticale et un sol horizontal, si la mesure de l'angle de frottement entre l'échelle et chacun du mur et du sol est . Démontrez que la mesure de l'angle d'inclination de l'échelle sur la verticale quand l'échelle est sue le point de glissées $\theta = 2$ L.

8. AB est une barre homogène de poids 10 kgp. repose avec son extrémité A sur un sol horizontal rugueux, l'autre extrémité B étant en contact avec un mur lisse. L'échelle est en équilibre dans un plan verticale perpendiculaie sur le mur et incliné sur l'horisontale d'un angle mesure 45°. Si le coefficient de frottement entre la barre et le sol est égale à $\frac{3}{4}$, Trouvez la plus petite force horizontale agit à 'extrémité A de la barre pour qu'elle soit sur le point de glissée loin du mur et la réaction du mur.

Epreuve cumulé

1. Trois forces coplanaires d'intensités 4 ; 5 ; 6 Newton agissent en un point matérielle, si le système est en équilibre. Trouvez la mesure de l'angle entre les deux dernières forces.

2. Une force agit sur la balle d'une pendule de poids 600 gp, alors le fil de la pendule fait un angle de 30° avec la verticale, sachant que la force est perpendiculaire sur le fil. Trouver la force et la tension au fil ;

3. Un poids de 26 Newton est suspendu par deux fils de longueur 25 cm et 60 cm les deux autres extrémités des fils sont fixés en deux points sur une ligne horizontale distance de 65 cm. Trouvez les tensions de deux fils.

4. 4) Un corps de poids (P) est suspendu par deux fils légers inclinés sue la verticales de deux angles dont les mesures θ° et 30° °, le corps est en équilibre quand la tension dans le premier fil est égale à 12 Newton et dans le deuxième fil est 9 Newton. Trouvez le poids (P) et la mesure de l'angle θ .

5. Une sphère métallique homogène lisse de poids 30 g.p. repose sur deux plans, le sphère est en équilibre entre les deux plans dont un plan verticale lisse et l'autre est incliné sur la verticale d'un angle de mesure 60°. Trouver l'intensité des pressions sur chacune de deux plans.

6. Une barre homogène de longueur 100 cm et de poids 20 Newton est suspendue par deux fils fixés à ses extrémités. Ces deux fils sont fixés en un même point du plafond. Si les deux fils sont perpendiculaire et la longueur d'un d'eux est 60 cm. Trouvez la tension aux fils quand la barre est suspendue en équilibre

7. AB est une barre son poids agit en son milieu. L'extrémité A est attachée à une charnière fixée à un mur vertical. La barre est tiré par une force horizontale F kgp au point B.la barre est en équilibre en position incliné de angle de 30° sur la verticale. Trouvez F et la réaction de la charnière.

8. Une barre homogène repose par son extrémité supérieure sur un mur verticale lisse et par son extrémité inférieure sur un plan horizontal dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{1}{4}$. Trouvez la tangente de l'angle d'inclination de la barre sur l'horizontale lorsqu'elle est sur le point de glisser.

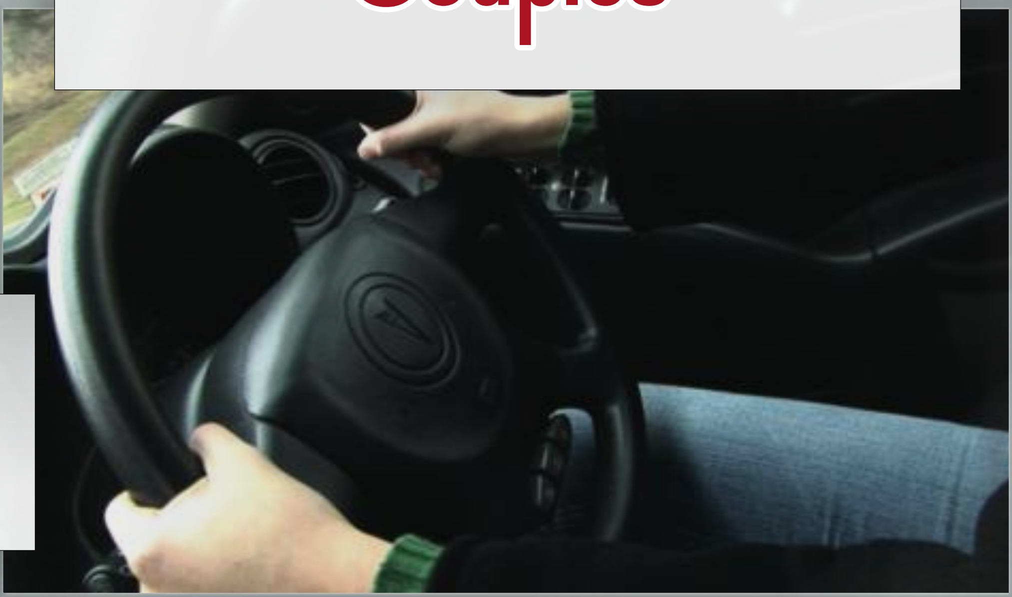
9. AB est une échelle homogène de poids 14 kgp repose par son extrémité A sur un sol horizontal rugueux et par son extrémité B sur un mur verticale rugueux, si le coefficient de frottement entre l'échelle et le sol est égale à $\frac{3}{7}$ et le coefficient de frottement entre l'échelle et le mur est égale à $\frac{1}{3}$. L'échelle est en équilibre dans un plan verticale faisant un angle de mesure 45° avec l'horizontale Trouvez l'intensité de plus petite force horizontale agit en A pour qu'elle soit sur le point de se mouvoir vers le mur.

10. AB est une échelle homogène de longueur 10 mètres et de poids 20 kgp repose par son extrémité A sur un sol horizontal rugueux dont le coefficient de frottement est égale à $\frac{1}{4}$. et par son extrémité B sur un mur verticale lisse. Démontrez que l'échelle ne peut être en équilibre si l'extrémité B distance à 8 mètres du sol.

11. AB est une échelle homogène de poids 9 kgp repose avec son extrémité A un sol horizontal rugueux et avec son extrémité B sur un mur verticale rugueux. Si les coefficients de frottement A et B sont $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{2}$ respectivement, l'échelle est tiré par une force horizontale F au point A, l'échelle était sur le point de glisser loin du mur quand la mesure de son angle d'inclination sure le sol est 45°.Trouvez $\overrightarrow{F}$ (l'échelle dans un plan vertical perpendiculaire au mur).

Couples

Unité 5



Introduction de l'unité

On a étudié dans les unités précédentes la résultante de deux forces parallèles et de sens contraire en les remplaçant par deux forces qui se rencontrent en un point.

On a remarqué que cela est possible quand les deux forces ne sont pas égales. Si les deux forces parallèles sont égales, il n'est pas possible de les remplacer par deux forces non parallèles. On obtient toujours deux forces parallèles, égales et de sens contraire. Il n'est donc pas possible de composer les deux forces en une seule force.

On déduit que l'ensemble formé de deux forces parallèles, égales et de sens contraire constitue dans la science de la Statique une nouvelle notion nommée « Couple ». Dans cette unité, on va étudier la notion « Couple », sa définition, le calcul de son moment, l'équilibre d'un corps sous l'action de deux couples égaux, le calcul du moment du couple. L'unité se termine par l'étude de la somme d'un nombre fini de couples.

A la fin de l'étude de cette unité, l'élève doit être capable de :

- Connaitre le concept d'un couple
- Calculer le moment d'un couple
- Déduire que le moment d'un couple est un vecteur constant
- Reconnaitre le concept d'un équilibre de deux couples et d'équivalence de deux couples
- Reconnaitre le concept d'un équilibre d'un corps sous l'action de deux couples coplanaires
- Calculer la résultante de plusieurs couples
- Démontrer qu'un système de forces est équivalent à un couple (résultante = 0 ; somme des moments par rapport à un point ≠ 0) ou (somme des moments de forces par rapport à trois points non alignes est constant ≠ 0)
- Démontrer qu'un système de forces est équivalent à un couple en utilisant la définition
- Reconnaitre le théorème « des forces appliquées à corps sont représentées par les côtés d'un polygone، prise dans un ordre cyclique est équivalent à un couple… »
- Résoudre des applications variées sur les couples

Vocabulaires de base

- Couple
- Ligne d'action
- Equilibre
- Un corps rigide
- Equivalence

Leçons de l'unité

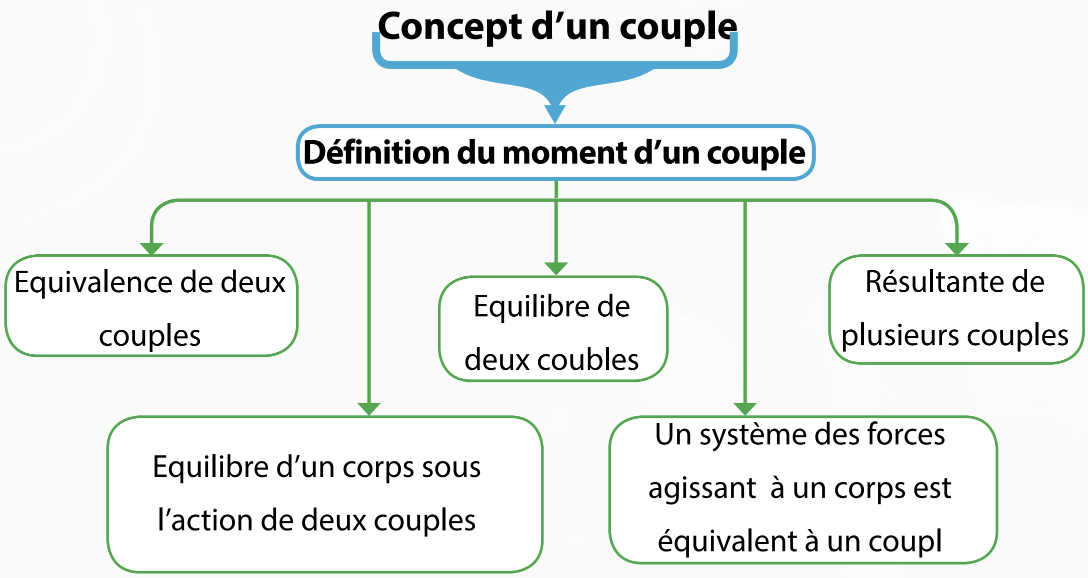
(5-1): Les couples

(5-2): Couple résultant

Aide pédagogique

Calculatrice scientifique

Organigramme de l'unité



Unité 5

5 - 1

Les couples

A apprendre

- Le couple
- Moment d'un couple
- Equivalence de deux
- couples

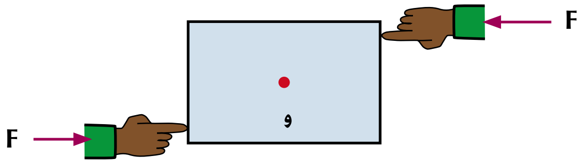
Vocabulaires de base

- Couple
- Ligne d'action
- Equilibre
- Un corps rigide
- Equivalence

Aide pédagogique

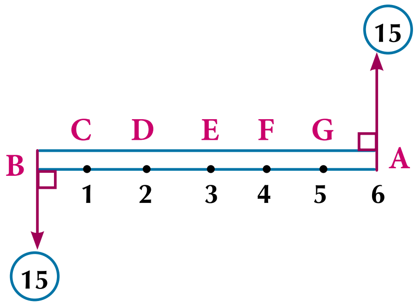
- Calculatrice scientifique
- Laboratoire de la m canique

Introduction : Certains pourraient penser que si le la résultante des forces agissant à un corps est égale à zéro, alors le corps est en équilibre mais si on regarde la figure ci-contre, on trouve deux forces de même intensités, de sens contraires (leur résultante est égale à zéro) On observe que le corps se déplace de mouvement de rotation autour de O. La vitesse de rotation dépend de plusieurs facteurs dont on peut les découvrir à partir du travail collectif suivant :



Travail collectif

La figure ci-contre représente deux forces parallèles, de même intensités 15 N, de sens contraires agissant aux extrémités d'une règle graduée. l'aide de vos camarades. calculez la somme des mesures algébriques des deux forces par rapport aux points A ; B ; C ; D ; E ; F ; G



Inscrivez les résultats obtenus dans le tableau suivant:

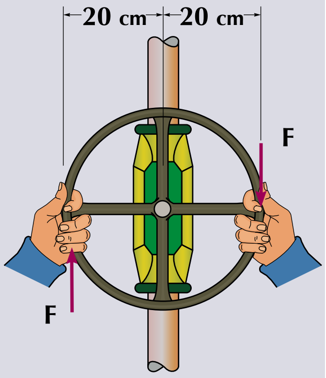
Somme des moments des forces	A	B	C	D	E	F	G

D'après les résultats du tableau précédent, que remarquez-vous ?

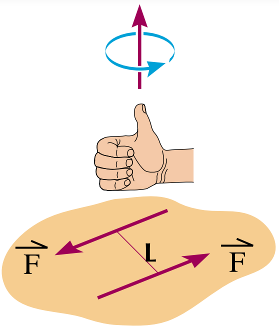
Apprendre Le couple

Définition

Un couple est un système composé de deux forces parallèles d'intensité égale, de sens contraires et n'ayant pas une ligne d'action commune.



Moment d'un couple



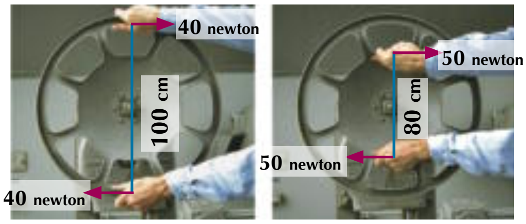
Le moment d'un couple est défini par la somme des moments des deux forces par rapport à un point de l'espace et sa norme est égale au produit de l'intensité d'une des deux forces par la distance séparant leurs lignes d'action. On le note M où $M = \|\overrightarrow{M}\|$

$\therefore \|\overrightarrow{M}\| = F \times d$ où $F = \|\overrightarrow{F}\|$; d est appelé « bras du couple

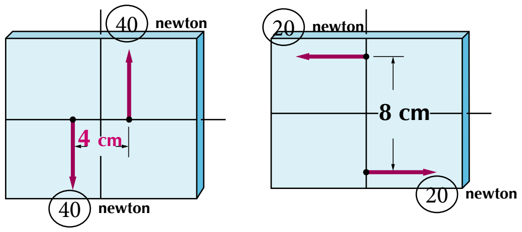
Exemple

1 Dans chacune des figures suivantes, calculez la mesure algébrique du moment du couple:

a



b



Solution

a Dans la figure (a), la mesure algébrique du moment de chaque couple = - 4000 N.cm

b Dans la figure (b), la mesure algébrique du moment de chaque couple = 160 N.cm.

Remarquez L'augmentation de la distance entre les deux forces, dimension d'intensités des deuxforces,la mesure algébrique du moment du couple est le même.

Essayez de résoudre

1 Dans la figure suivante, calculez la mesure algébrique du moment du couple:

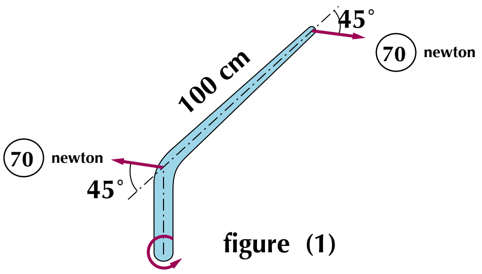


figure (1)

Théorème

Le moment d'un couple est une valeur constante, ne dépendant pas du point par rapport au quel les moments des deux forces du couple sont calculés.

La démonstration ne fait pas l'objet d'une question d'examen

Supposons que les deux forces $\overrightarrow{F}$ and - $\overrightarrow{F}$ agissant aux points A et B respectivement. O est un point quelconque de l'espace.

On trouve la somme des moments des forces par rapport au point O.

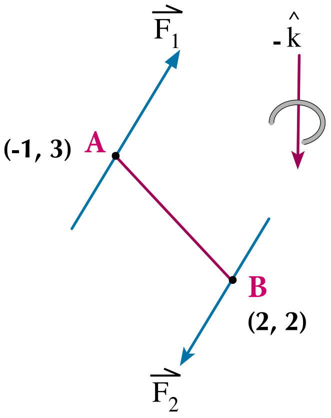
$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{F} + \overrightarrow{OB} \times -\overrightarrow{F} = (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \times \overrightarrow{F}$$

$$\because \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} \qquad \therefore \overrightarrow{M} = \overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{F}$$

La dernière formule montre que le moment d'un couple ne dépend pas du point par rapport au quel les moments des deux forces du couple sont calculés.

Exemple

(2) Si les deux forces $\overrightarrow{F_1} = 2\,\overrightarrow{i} + b\,\overrightarrow{j}$ and $\overrightarrow{F_2} = a\,\overrightarrow{i} - 5\,\overrightarrow{j}$ forment un couple, agissant aux points A (- 1 ; 3) et B (2 ; 2) respectivement. Trouvez la valeur de a et b ainsi que le moment du couple.



Solution

$\because$ Les deux forces forment un couple $\qquad \therefore \overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$

$\therefore a = -2 \;,\quad b = 5$

Moment du couple = moment de $\overrightarrow{F_1}$ par rapport au point B

$= \overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{F_1}$ $\quad$ où $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$

$= (-3\,,\; 1) \times (2\,,\; 5)$

$= (-15 - 2)\,\overrightarrow{k} = -17\,\overrightarrow{k}$

Essayez de résoudre

(1) Si $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$ forment un couple telle que $\overrightarrow{F_1} = -3\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ agit au point A (1 ; 1) ; $\overrightarrow{F_2}$ agit au point (-1 ; 2), trouvez $\overrightarrow{F_2}$, le moment du couple ainsi que la longueur de la perpendiculaire abaisse de A à la ligne d'action de $\overrightarrow{F_2}$.

Equilibre d'un corps rigide sous l'action de deux couples coplanaires au moins

Définition

Un corps rigide est en équilibre sous l'action de deux couples coplanaires si la somme de leurs moments est le vecteur nul

Soient $\overrightarrow{M_1}$; $\overrightarrow{M_2}$ les moments de deux couples. La condition d'équilibre de ce corps sous l'action de ces deux couples est $\overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2} = \overrightarrow{O}$

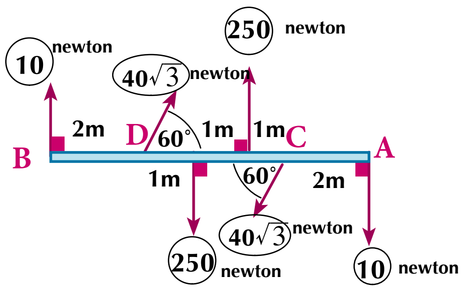
En général: si un corps est soumis sous l'action des couples coplanaires dont les moments sont $\overrightarrow{M_1}$, $\overrightarrow{M_2}$, ..., $\overrightarrow{M_n}$,alors la condition d'équilibre de ce corps sous l'action de ces deux couples est $\overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2} + ... + \overrightarrow{M_n} = \overrightarrow{O}$

Corollaire

Un corps est en équilibre sous l'action de deux couples coplanaires au moins si la somme des mesures algébriques de leurs moments est nulle

Exemple

(3) La figure ci-contre montre les forces agissant à la barre légère. Démontrez que la barre est en équilibre.



Solution

Les deux forces 10 et 10 forment un couple dont la

mesure algébrique du moment est $M_1 = -10 \times 7 = -70$ N. mètre

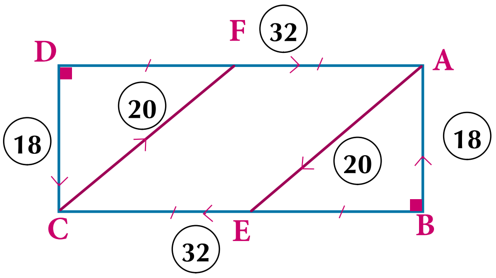
Les deux forces $40\sqrt{3}$ et $40\sqrt{3}$ forment un couple dont la mesure algébrique du moment est $M_2 = -40\sqrt{3} \times 3 \sin 60 = -180$ N. mètre

Les deux forces 250 et 250 forment un couple dont la mesure algébrique du moment est $M_3 = 250 \times 1 = 250$ N. mètre

$\because M_1 + M_2 + M_3 = -70 - 180 + 250 =$ zéro $\therefore$ la barre est en équilibre.

Essayez de résoudre

2) **Dans la figure ci- contre :** ABCD est un rectangle. E et F sont les milieux respectifs de $\overline{BC}$ et $\overline{AD}$ tels que AB = 6 cm ; BC = 16 cm. Démontrez que l'ensemble des forces indiquées sur la figure est en équilibre.



Exemple

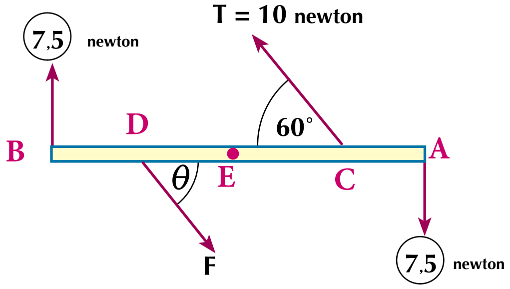
4) 3) Une barra de longueur 30 cm et de poids négligeable est suspendue horizontalement par un clou en son milieu. Deux forces parallèles de sens contraires d'intensité 7,5 chacune sont appliquées aux extrémités de la barre. La barre est tirée par un fil incliné à la barra d'un angle de mesure 60° en un point appartenant à la barre comme C. Trouvez l'intensité, le sens et le point d'application de la force qui doit être appliquée à la barre pour qu'elle reste horizontale en équilibre sachant que la tension dans le fil est 10 N.

Solution

Les deux forces 7,5 et 7,5 forment un couple dont la mesure algébrique du moment est

$M_1 = -7.5 \times 30 = -225$ N. mètre

Pour que la barre soit en équilibre, il faut que la tension du fil et la force cherchée forment un couple dont la mesure algébrique de son moment est 225 N.cm



$\therefore$ La force cherchée $F = T = 10$ N, $\theta = 60°$ d'où $10 \times CD \sin 60 = 225$

$\therefore CD = 15\sqrt{3}$ cm c-à-d le point D distant de $15\sqrt{3}$ cm du point C .

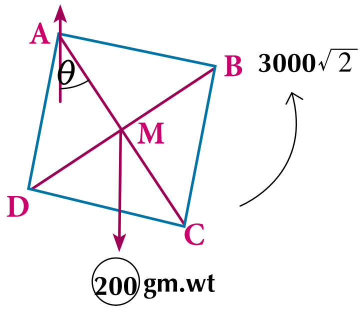
Essayez de résoudre

3) ABCDEF est un hexagone régulier. Des forces de 3 , 9 , F_1 , 3 , 9 , F_2 gp agissant suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$ and $\overrightarrow{AF}$ respectivement. Trouvez la valeur de F_1 et F_2 pour que le système soit en équilibre.

Exemple

(5) ABCD est une plaque homogène carrée mince de 60 cm de longueur de côtè et de poids 200 gp agissant aux points d'intersection des diagonales. Cette plaque est suspendue par un clou dans un trou près de sommet A de sorte qu'elle s'équilibre dans un plan vertical. La plaque est soumise à un couple de moment 3000 $\sqrt{2}$ gp. Trouvez l'inclinaison de $\overline{AC}$ sur la verticale.

Solution



A l'état de l'équilibre, la plaque est soumise au poids, la réaction en A et un couple extérieure. Supposons que le couple extérieur agit au sens contraire à celui aux aiguilles d'une montre Etant donné que le couple ne s'équilibre qu'avec un autre couple. Ceci veut dire que la réaction en A et le poids forment un couple dont la mesure algébrique de son moment est M_2 où

$M_2 = -200 \times AM \sin\theta$ où $AM = 30\sqrt{2}$

$M_1 + M_2 = \text{zero}$ $\quad 3000\sqrt{2} - 200 \times 30\sqrt{2}\sin\theta = \text{zero}$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$ $\quad \theta = 30^\circ$ ou 150°

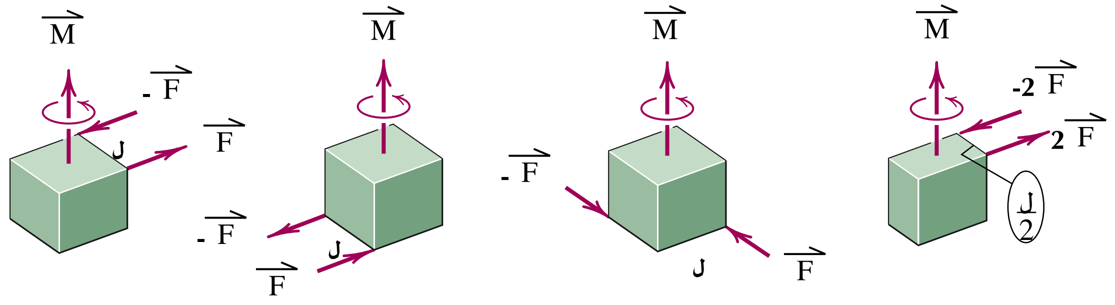
Essayez de résoudre

(4) Un barre de longueur 40 cm et de poids 2,4 kgp agissant en son milieu peut facilement tourner dans un plan vertical autour d'une charnière fixe à l'une de ses extrémités. La barre est soumise à un couple dont le moment est perpendiculaire à ce plan vertical et de norme 24 kgp .cm. Déterminez l'intensité, le sens de la réaction de la charnière et l'inclinaisons de la barre sur la verticale à l'état d'équilibre .

Equivalence de deux couples

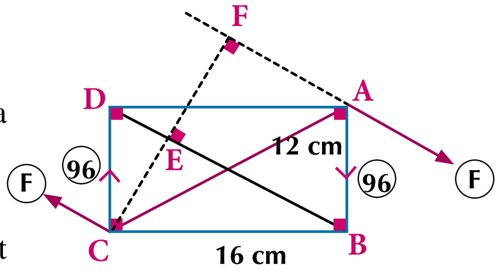
Définition

Deux couples coplanaires sont équivalents si et seulement si les mesures algébriques de leurs moments sont égales



Exemple

6 ABCD est un rectangle dans lequel AB = 12 cm et BC = 16 cm. Des forces d'intensités commune 96 N agissant suivant $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ Deux autres forces de même intensité F agissant en A et C parallèlement à $\overleftrightarrow{BD}$ Trouvez F pour laquelle les deux couples sont équivalents.



Solution

Les deux forces 96 et 96 forment un couple dont la mesure algébrique du moment est

$M_1 = -96 \times 16 = -1536$ N.cm

Pour que les deux couples soient équivalents, il faut que les deux forces tendent à produire une rotation dans le même sens des aiguilles d'une montre (comme montre la figure).

$\therefore\ M_2 = -F \times CF$

$\therefore\ M_2 = -F \times 19.2$

$\because$ Les deux couples sont equivalents $\quad \therefore\ M_1 = M_2$

$\therefore -F \times 19.2 = -1536 \quad \therefore\ F = 80$ N

de le théorème d'Euclide

$CE = \dfrac{AB \times AD}{BD}$

$CE = \dfrac{16 \times 12}{20} = 9.6$cm

CF = 2 CE

CF = 19,2cm

Essayez de résoudre

5 AB est une barre légère de longueur 50 cm. Deux forces d'égale intensité 30 N et de sens contraires agissant en A et B. Deux autres forces d'égale intensité 100 N et de sens contraires agissant en C et D appartenant à la barre tel que CD = 30 cm de sorte qu'elles forment un couple équivalent au couple formé par les deux premières forces. Trouvez l'inclinaison des deux premières forces sur la barre.

Exercices 5 - 1

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

1 Un couple est un système composé de :

a deux forces parallèles d'intensité égale, de même sens commune.

b deux forces perpendiculaires d'intensité égale.

c deux forces parallèles d'intensité égale, de sens contraires et ayant une ligne d'action commune.

d deux forces parallèles d'intensité égale, de sens contraires et n'ayant pas une ligne d'action commune.

2 Laquelle des conditions suivantes ne change pas de l'effet d'un couple sur un corps?

a déplacement d'un couple en une autre position dans son plan .

b déplacement d'un couple en un autre plan parallèle à son plan

c rotation d'un couple dans son plan. d tout ce qui est précédé.

3 Deus forces agissant sur la roue d'une voiture tendent à produire une rotation de la roue forment:

a frottement. b un couple.
c une force perpendiculaire à la roue . d tout ce qui est précédé.

4 Deux forces forment un couple s'elles :

a sont de même intensité . b sont de sens contraires.
c n'ont pas la même ligne d'action. d tout ce qui est précédé.

5 Si M_1 et M_2 son les mesures algébriques des moments de deux couples et $M_1 + M_2 =$ zero alors:

a les deux couples sont équivalents b les deux couples ne sont pas en équilibre
c les deux couples sont en équilibre d les deux couples sont équivalents à une force

6 Le produit de la mesure algébrique de l'une des deux forces d'un couple par le bras du couple est appelé :

a le couple résultant . b moment du couple.
c moment de l'une des deux force du couple .
d aucune de ces réponses.

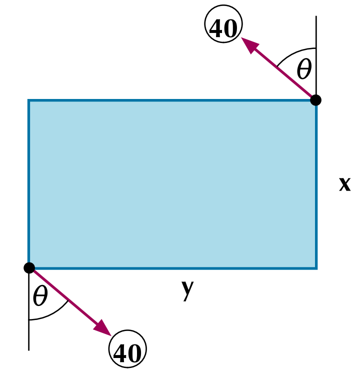
7 Si $\overrightarrow{F_1} = 3\,\overrightarrow{i} - b\,\overrightarrow{j}$; $\overrightarrow{F_2} = a\,\overrightarrow{i} - 5\,\overrightarrow{j}$ forment un couple, alors (a ; b) =

a (3; -4) b (3; 5) c (-3; 5) d (-3; -5)

8 Si la mesure algébrique du moment d'un couple est 350 N.m et l'intensité de l'une de ses force est 40 N, alors la longueur du bras du couple est égale à :

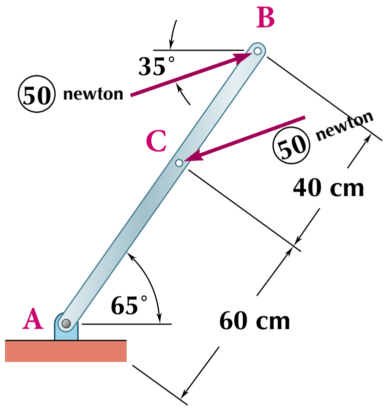
a 50 m b 5 m c 5 cm. d 24500 cm.

Répondez aux questions suivantes :



9 **Dans la figure ci-contre** : Une plaque rectangulaire de dimensions x ; y cm. Deux forces d'égale intensité 40 N agissant aux extrémités de la plaque. Trouvez la mesure algébrique du moment du couple formé par les deux forces dans chacun des cas suivants:

a $x = 3cm$, $y = 4$ cm , θ = zero
b $x = y = 6cm$, $\theta = \frac{\pi}{4}$
c $x = 0$, $y = 5cm$, $\theta = 30°$
d $x = 6cm$, $y = 0$, $\theta = 60°$
e $x = 5cm$, $y = 12$ cm , $\tan\theta = \frac{5}{12}$



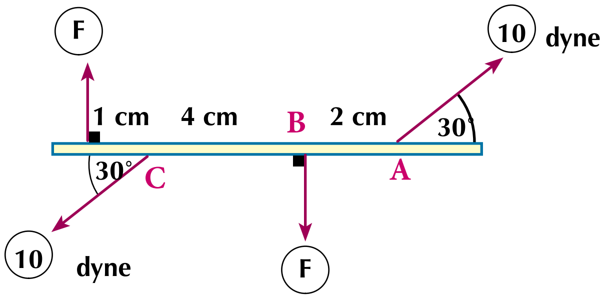
10 **Dans la figure ci-contre** Des forces d'égale intensités 50 N agissant à un levier AB. Trouvez la mesure algébrique du moment du couple en utilisant deux méthodes :

a la distance entre les lignes d'action des deux forces.
b la somme des moments des deux forces par rapport au point A

11 Les forces $(3\vec{i} - 5\vec{j})$; $(-3\vec{i} + 5\vec{j})$ N agissant aux points A et B respectivement dont les vecteurs de positions sont , $(6\vec{i} + \vec{j})$; $(4\vec{i} + \vec{j})$. Démontrez que le système est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

12 Les forces $(A\vec{i} + B\vec{j})$; $(5\vec{i} - 2\vec{j})$ N agissant aux points C et D respectivement tel que C(- 2 ; 1) ; D (3 ; 1). Si les deux forces forment un couple, trouvez la valeur de A ; B, le moment du couple et la distance entre les lignes d'action des deux forces.

13 **Dans la figure ci-contre** Une barre est en équilibre sous l'action des quatre forces. Trouvez la valeur de F.



14 ABCD est un rectangle dans lequel AB = 8 cm ; BC = 6 cm. X ; Y ; Z ; L sont les milieux respectifs de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ Des forces d'intensités F , F , F , F , 6 et 6 agissant suivant $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{CZ}$, $\overrightarrow{YX}$, $\overrightarrow{LZ}$, $\overrightarrow{CY}$ et $\overrightarrow{AL}$ respectivement. Si le rectangle est en équilibre, trouvez la valeur de F.

15 Une barre ($\overline{AB}$) de longueur 60 cm et de poids 18 N agissant en son milieu peut facilement tourner dans un plan vertical autour d'un clou fixe passant par un petit trou dans la barre au point C distant de15 cm de A L'extrémité B la barre s'appuie sur une table horizontale lisse et son extrémité A est tirée horizontalement par un fil jusque la réaction de la table est égale au poids de la barre. Trouvez la tension dans le filet la réaction du clou sachant que la barre est en équilibre et incline sur le horizontale d'un angle de mesure 60° charnière fixe à l'une de ses extrémités. La barre est soumise à un couple.

16 ABCD est une plaque mince rectangulaire dans laquelle AB = 18 cm et BC = 24 cm et dont le poids de 20 N agit au point d'intersection des diagonales. Cette plaque est suspendue par un clou passant par un petit trou près du sommet A de tel sort que son plan est vertical. La plaque est soumise à un couple de moment perpendiculaire à son plan et dont la norme est de 150 N. Trouvez l'angle d'inclinaison de ($\overline{DB}$) sur la verticale à l'état d'équilibre.

17 ABCD est un carré de 10 cm se longueur de côté. Deux forces d'intensités 60 et 60 N agissant suivant $\overrightarrow{BA}$ and $\overrightarrow{DC}$. Trouvez deux autres forces d'égale intensité sont appliquées en A et C parallèlement à $\overrightarrow{BD}$ et formant un couple équivalent au couple formé par les deux premières forces.

Unité 5

5 - 2

Couple résultant

A apprendre

- somme des couples coplanaires(couple résultant)
- condition d'équilibre d'un système de forces à un couple

vocabulaires de base

- couples résultant d'équilibre

Aide pédagogique

- calculatrice scientifique.

Réfléchissez et discutez

1) Si un corps est soumis à un couple, quel est l'effet produit sur ce corps par ce couple?

2) Le corps qui est soumit à un couple, se déplace-t- il avec un mouvement linéaire ou un mouvement Circulaire ?

3) Si la résultante d'un ensemble des forces coplanaires concourantes est égale à zéro, ce système peut il représenter un couple ?

4) Si la résultante d'un ensemble des forces coplanaires non concourantes est égale à zéro, ce système peut il représenter un couple ?

A apprendre

Equivalence d'un système de forces coplanaires et un couple

On dit qu'un système de forces coplanaires $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, ... , $\overrightarrow{F_n}$ est équivalent à un couple s'il vérifie les deux conditions suivantes :

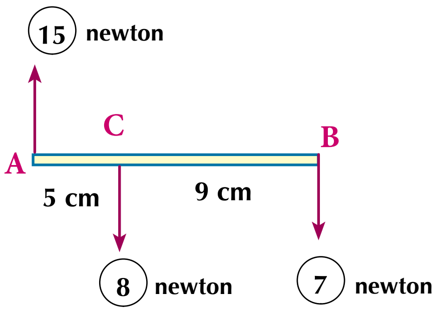
1) la résultante des forces s'annule (la somme des composantes algébriques des forces dans une direction quelconque = 0)

2) la somme des moments de forces par rapport à un point quelconque n'est pas égale à zéro.

Remarque : la vérification de l'une des deux conditions n'est pas suffisante pour démontrer que le système est équivalent à un couple. Si la résultante d'un système de forces concourantes s'annule, alors le système est en équilibre et n'est pas équivalent à un couple.

Exemple

(1) Dans la figure ci-contre : Les forces sont appliquées sur une barre légère AB. Démontrez que le système des forces est équivalent à un couple puis trouvez la mesure algébrique de son moment.



Solution

$\vec{e}$ un vecteur unitaire de même sens que la force d'intensité 15 N

$\therefore \vec{R} = 15\,\vec{e} - 8\,\vec{e} - 7\,\vec{e} = \vec{0}$

c-à-d la résultante s'annule

∴ L'ensemble est en équilibre ou équivalent à un couple donc on trouve la somme des moments des forces par rapport à un point (soit A)

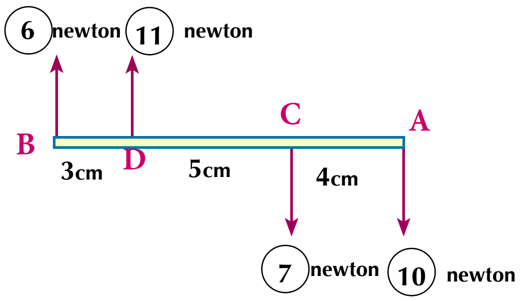
$M_A = -8 \times 5 - 7 \times 14 = -138$

∴ L'ensemble est équivalent à un couple dont la mesure algébrique de son moment = - 138 N.cm

Réflexion critique : Trouvez la somme des moments des forces par rapport aux points B et C. Que remarquez-vous?

Essayez de résoudre

1 **Dans la figure ci-contre ,** Démontrez que le système de forces est équivalent à un couple puis trouvez la mesure algébrique de son moment.

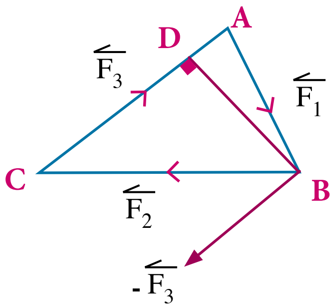


Règle

Si trois forces coplanaires non concourantes appliquées à un corps rigide sont complètement représentées par les trois côté d'un triangle, pris dans un ordre cyclique, ce système de forces est équivalent à un couple dont la norme du moment est égal au produit du double de l'aire du triangle par l'intensité de la force représentant l'unité de longueur.

Démonstration : (la démonstration ne peut pas faire l'objet de question d'examen)

Les trois forces sont complètement représentées (en intensité , sens et ligne d'action) par les segments de droite orientés $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}$ Soit m l'intensité de la force représentée l'unité de longueur



c-à-d $m = \dfrac{F_1}{AB} = \dfrac{F_2}{BC} = \dfrac{F_3}{AC}$

$\because \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{O}$

$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{O}$

$\therefore \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = -\overrightarrow{F_3}$

Donc la résultante des deux forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ est une force $(-\overrightarrow{F_3})$ agit au point B

Donc le système est équivalent aux deux force $\overrightarrow{F_3}$ appliquée au point C et $(-\overrightarrow{F_3})$ appliquée en B. Ce système est équivalent à un couple.

Pour déterminer le moment de ce couple, menez de B une perpendiculaire à $\overline{AC}$ qui la coupe en D La norme du moment du couple $= \| \overrightarrow{F_3} \| \times BD$

mais $\| \overrightarrow{F_3} \| = AC \times m$

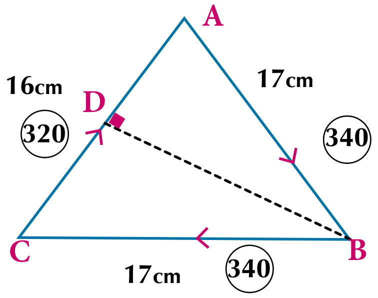
La norme du moment du couple $= AC \times m \times BD$

$= (AC \times BD) \times m = m \times$ double de l'aire du triangle ABC

Exemple

(2) ABC est un triangle dans lequel AB = BC = 17 cm et AC = 16 cm. Des forces d'intensités 340 ; 340 et 320 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BM}$; $\overrightarrow{CA}$ respectivement. Démontrez que le système est équivalent à un couple puis trouvez la norme de son moment.

Solution



Puisque $\frac{340}{17} = \frac{340}{17} = \frac{320}{16} = 20$

$\therefore$ l'intensité de la force représentant l'unité de longueur est de 20 N et comme les trois forces sont prise dans un ordre cyclique, donc le système est équivalent à un couple la norme du moment du couple = le double de l'aire du triangle × l'intensité de la force représentant l'unité de longueur

Pour déterminer l'aire du triangle ABC, tracez $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ qui le coupe en son milieu

$\therefore$ BD $= \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ cm

$\therefore$ la norme du moment du couple $= 2 \times \frac{1}{2} \times 16 \times 15 \times 20 = 4800$ N.cm

Essayez de résoudre

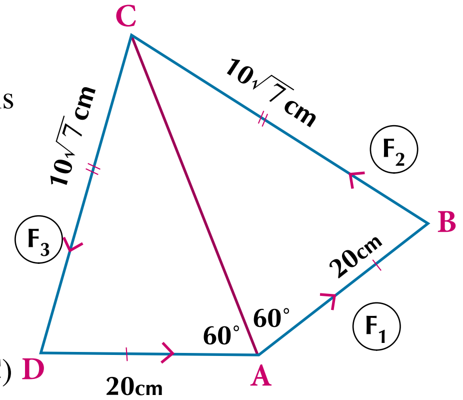
(2) ABC est un triangle rectangle en B dans lequel AB = 30 cm ; BC = 40 cm. Des forces d'intensités 6 ; 8 et 10 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}$ respectivement. Démontrez que le système est équivalent à un couple puis trouvez la norme de son moment.

Généralisation : Si des forces coplanaires appliquées à un corps rigide sont complètement représentées par les côtés d'un polygones fermé, pris dans un ordre cyclique , ce système de forces est équivalent à un couple dont la norme du moment est égal au produit du double de l'aire du polygone par l'intensité de la force représentant l'unité de longueur.

Exemple

(3) ABCD est un quadrilatère dans lequel AB = AD = 20 cm ; BC = CD = 10 $\sqrt{7}$ cm , m($\angle$A) = 120°. Des forces sont représentées par les segmente de droites orientés $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ and $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Si le système tend vers un couple dont la norme du moment est de180 $\sqrt{3}$ N.cm dans la direction ABCD. Trouvez les intensités des forces agissant aux côtés de la figure.

Solution



$\because$ Les forces sont appliquées aux cotes de la figure, pris dans un ordre cyclique

$\therefore$ La norme du moment = double de l'aire de la figure × m = 180 $\sqrt{3}$ **(1)**

D'après la géométrie de la figure $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

D'après la loi de cosinus dans le triangle ABC

$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2\ AB \times AC \times \cos(B\hat{A}C)$

$\therefore\ (10\sqrt{7})^2 = 20^2 + (AC)^2 - 2 \times 20 \times AC \times \cos 60$

$\therefore\ 700 = 400 + (AC)^2 - 20\,AC$

$\therefore\ (AC)^2 - 20\,AC - 300 = \text{zero}$

$\therefore\ (AC + 10)(AC - 30) = 0$ alors $AC = 30$

Aire de la figure ABCD $= 2 \times$ aire $\triangle ABC$

$= 2 \times \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin 60$

$= 20 \times 30 \times \sin 60 = 300\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

En substituant en (1)

$\therefore\ 2 \times 300\sqrt{3} \times m = 180\sqrt{3}$ d'ou $m = \frac{3}{10}$

$\because\ \frac{F_1}{AB} = \frac{F_2}{BC} = \frac{F_3}{CD} = \frac{F_4}{DA} = m$

$\therefore\ \frac{F_1}{20} = \frac{F_2}{10\sqrt{7}} = \frac{F_3}{10\sqrt{7}} = \frac{F_4}{20} = \frac{3}{10}$

d'ou $F_1 = 6$ N , $F_2 = 3\sqrt{7}$ N , $F_3 = 3\sqrt{7}$ N , $F_4 = 6$ N

Essayez de résoudre

3) ABCD est un trapèze dans lequel $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$, $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, AB = 6 cm ; BC = 9 cm ; AD = 3 cm. Des forces sont représentées par les segmente de droites orientést $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}$ respectivement. Si le système tend vers un couple dont la norme du moment est de 360 N.cm dans la direction ABCD. Trouvez la valeur de $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$; $\overrightarrow{F_3}$; $\overrightarrow{F_4}$.

Règle

Si la somme des mesures algébriques des moments d'un ensemble des forces coplanaires par rapport aux trois points non alignés appartenant à son plan est égale à une valeur constante non nulle, alors cet ensemble est équivalent à un couple dont le moment est égal à cette valeur constante.

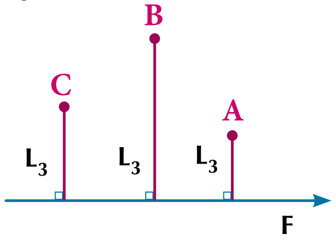
Démonstration : (la démonstration ne peut pas faire l'objet de question d'examen)

Un ensemble des forces est en équilibre ou tend vers une seule force , tend vers un couple. Puisque la somme

des mesures algébriques des moments d'un ensemble des forces par rapport à un point n'est pas nulle, alors les forces ne sont pas en équilibre. Supposons que l'ensemble est équivalent à une force, les trois points son A ; B ; C et les distances aux lignes d'action L_1 ; L_2 ; L_3 respectivement. $\therefore\ F \times L_1 = F \times L_2 = F \times L_3 =$ la valeur constante

En divisant par F car $F \neq$ zero $\therefore\ L_1 = L_2 = L_3$

i.c-a-d les points A ; B ; C appartiennent à une même droite // la ligne d'action de F et c'est une contradiction de la supposition .



$\therefore$ L'ensemble des forces n'est pas équivalent à une force

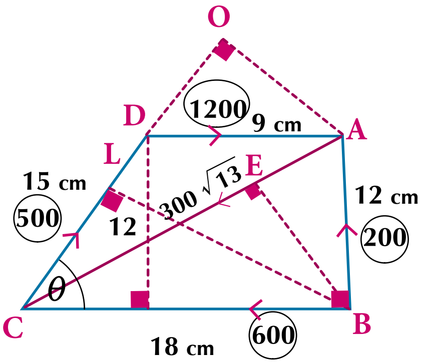
$\therefore$ L'ensemble est équivalent à un couple dont le moment est égal à la valeur constante.

Exemple

(4) ABCD est un trapèze dans lequel $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, m($\angle$B) = 90°, AB = 12 cm ; BC = 18 cm ; AD = 9 cm. Des forces d'intensités 200 ; 600 ; 500 ; 1200 ; 300 $\sqrt{13}$ kgp agissent suivant $\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{AC}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble de ces forces est équivalent à un couple.

Solution

On calcule la somme des mesures algébriques des moments des forces par rapport aux trois points non alignés (soient A ; B ; C).



$M_A = -600 \times 12 - 500 \times AO$

où $AO = 9 \sin\theta = 9 \times \frac{12}{15} = 7.2$

$\therefore M_A = -600 \times 12 - 500 \times 7{,}2 = -10800$ kgp.cm

$M_B = -1200 \times 12 - 500 \times BL + 300\sqrt{13} \times BE$

où $BL = 18 \sin = 18 \times \frac{12}{15} = 14{,}4$

, $BE = \frac{12 \times 18}{6\sqrt{13}} = \frac{36}{\sqrt{13}}$

$\therefore M_B = -1200 \times 12 - 500 \times 14{,}4 + 300\sqrt{13} \times \frac{36}{\sqrt{13}}$

$= -10800$ kgp.cm

$\therefore M_c = 200 \times 18 - 1200 \times 12$

$= -10800$ kgp.cm

∴ L'ensemble est équivalent à un couple de moment 10800 kgp.cm qui produit une rotation dans le même sens des aiguilles d'une montre

Essayez de résoudre

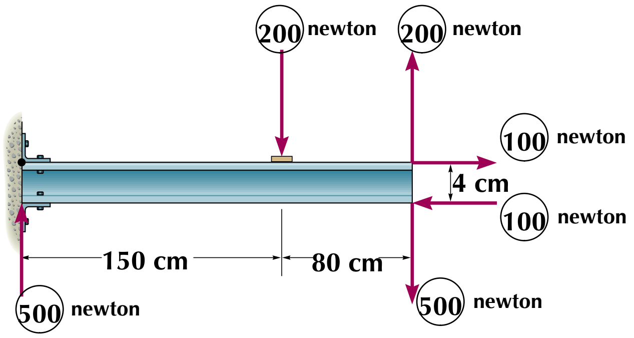
(4) ABCD est un carré de 10 cm de longueur de côté, E ∈ $\overrightarrow{CB}$, F ∈ $\overrightarrow{CD}$, tel que CE = CF = 30 cm. Des forces d'intensités 40 ; 10 ; 20 ; 30 ; 2 kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{EF}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

Le couple résultant

La somme de deux couples coplanaires est un couple dont le moment est la somme des moments de ces deux couples $\overrightarrow{M} = \overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2}$ et est appelée « couple résultant (l'ensemble est équivalent à un couple).

Exemple

(5) **Dans la figure Trouvez la mesure algébrique du couple résultant.**



Solution

Les deux forces 200 ; 200 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

$M_1 = 200 \times 0.8 = 160$ N.m

Les deux forces 500 ; 500 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

$\overrightarrow{M_2} = -500 \times 2.3 = -1150$ N.m

Les deux forces 100 ; 100 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

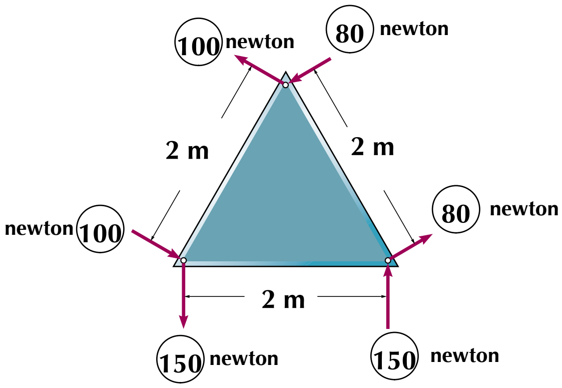
$M_3 = -100 \times 0.04 = -4$ N.m

Le couple résultant $= M_1 + M_2 + M_3$

$= 160 + (-1150) + (-4) = -994$ N.m

Essayez de résoudre

5 **Dans la figure ci-contre:** Une plaque homogène à la forme d'un triangle équilatéral est soumise à l'action représente des comme montre la figure. Trouvez la mesure algébrique du couple résultant .



Exemple

6 ABCD est un carré de 10 cm de longueur de côté. Deux forces de 40 kgp d'intensité chacune agissent suivant $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{CB}$; deux autres forces de 70 kgp d'intensité chacune agissent kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$. Trouvez la mesure algébrique du couple résultant.

Solution

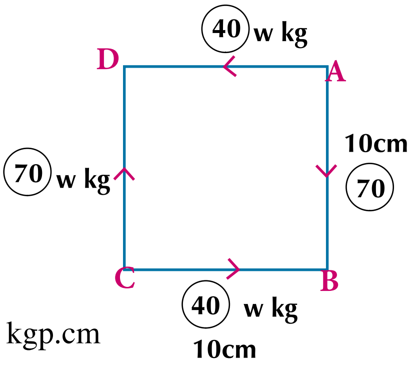
Les deux forces 40 ; 40 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

$M_1 = 40 \times 10 = 400$ kgp.cm

Les deux forces 70 ; 70 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

$M_2 = -70 \times 10 = -700$ kgp.cm

Le couple résultant $= M_1 + M_2 = 400 + (-700) = -300$ kgp.cm

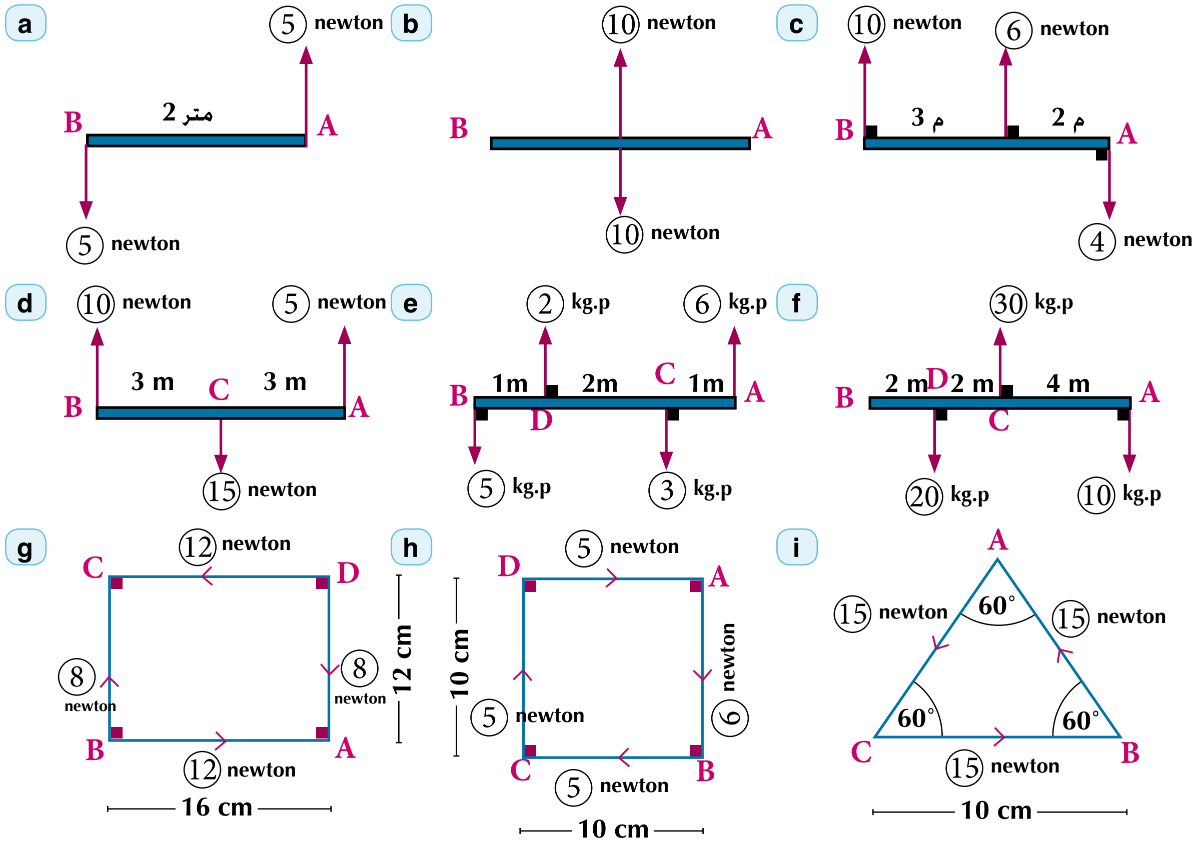


Essayez de résoudre

6 ABCD est un rectangle dans le quel AB = 60 cm ; BC = 160 cm. X et Y sont les milieux respectivement de $\overline{BC}$ et $\overline{AD}$. Des forces d'intensités 200 ; 200 ; 400 ; 400 ; F ; FN agissent $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{XA}$; $\overrightarrow{YC}$, respectivement. Si la mesure algébrique du couple résultant est égale à 6400 N.cm, trouvez la valeur de F.

Exercices 5 - 2

1. Lequel des systèmes de forces suivant est équivalent à un couple ? Puis trouvez la mesure algébrique de son moment :



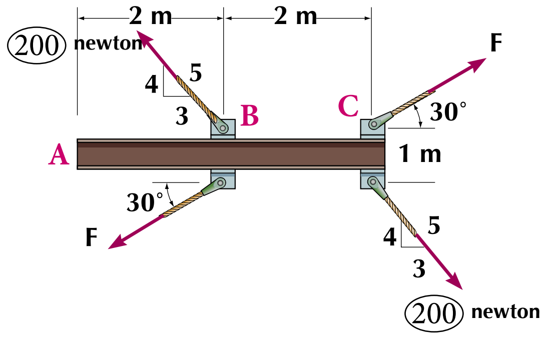
2. ABCD est un carré de 3 m de longueur de côté. Des forces d'intensités 5 ; 2 ; 5 ; 2 N agissent suivant $\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DA}$, respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

3. ABCD est un rectangle dans le quel AB = 6 cm ; BC = 8 cm. Des forces d'intensité commune 7 kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

4. ABCD est un rectangle dans le quel AB = 30 cm ; BC = 40 cm. Des forces d'intensité 15 ; 30 ; 15 ; 30 gm.p agissent suivant $\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un Couple. Quel est son moment ? Trouvez deux forces devant être appliquées en A et C . perpendiculairement à $\overrightarrow{AC}$ pour équilibrer le système

5. ABCD est un losange de 10 cm de longueur de côté ; m ($\angle$ BAC) = 120°. Des forces d'intensité 20 ;15 ; 20 ; 15 kgm.p agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple . Quel est son moment ? Trouvez deux forces devant être appliquées en B et D perpendiculairement à $\overline{BD}$ pour équilibrer le système.

6 **Dans la figure ci-contre** Si la mesure algébrique du couple résultant est egal à $200 - 200\sqrt{3}$ N.m, trouvez F.



7 ABCD est un trapèze isocèle dans lequel $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, AD = 9 cm ; AB = DC = 15 cm ; BC = 33 cm. Des forces d'intensités 45 ; 99 ; 45 ; 27 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble de ces forces est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

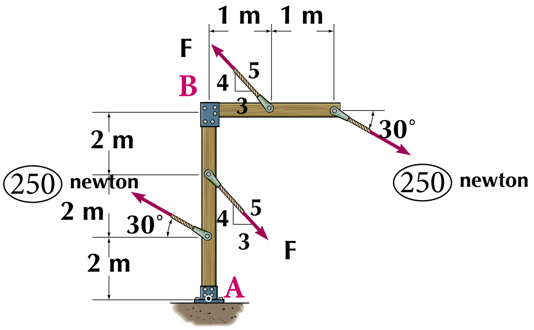
8 ABCDEF est un hexagone régulier de 15 cm de longueur de côté. Des forces d'intensités 40 ; 50 ; 30 ; 40 ; 50 ; 30N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{OE}$; $\overrightarrow{FA}$ respectivement. Déterminez le moment du couple résultant.

9 ABCDE est un pentagone régulier de 15 cm de longueur de côté. Des forces d'intensités chacune 10 kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{EA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble de ces forces est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

10 ABC est un triangle dans lequel AB = BC = 6 cm. m($\angle$ ABC) = 120°. Des forces d'intensités 18 ; 18 ; $18\sqrt{3}$ N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}$ respectivement. Démontrez que le système est équivalent à un couple puis trouvez la norme de son moment

11 ABCD est un carré de 60 cm de longueur de côté. Des forces d'intensités 10 ; 20 ; 80 ; 50 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Deux autres forces d'intensités $50\sqrt{2}$; $20\sqrt{2}$ agissent suivant $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DB}$ respectivement. Démontrez que le système est équivalent à un couple dont la norme de son moment est égale à 4800 N.cm

12 **Dans la figure ci-contre** , Si la mesure algébrique du moment du couple résultant est égale à $150 - 500\sqrt{3}$ trouvez F .



Résumé de l'unité

Définition d'un couple : Un couple est un système composé de deux forces parallèles d'intensité égale, de sens contraires et n'ayant pas une ligne d'action commune.

Moment d'un couple : Le moment d'un couple est défini par la somme des moments des deux forces par rapport à un point de l'espace et sa norme est égale au produit de l'intensité d'une des deux forces par la distance séparant leurs lignes d'action.

Théorème : Le moment d'un couple est une valeur constante, ne dépendant pas du point par rapport au quel les moments des deux forces du couple sont calculés .

Equilibre de deux couples : Deux couples sont en équilibre si la somme de leurs moments est le vecteur nul .

Equilibre d'un corps rigide sous l'action de plusieurs couples Si un corps est soumis sous l'action des couples coplanaires dont les moments sont $\overrightarrow{M_1}$; $\overrightarrow{M_2}$,... ; $\overrightarrow{M_n}$ alors la condition d'équilibre de ce corps sous l'action de ces deux couples est $\overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2} + ... + \overrightarrow{M_n} = \overrightarrow{O}$

Equivalence de deux couples : Deux couples coplanaires sont équivalents si et seulement si les mesures algébriques de leurs moments sont égales.

Equivalence d'un système de forces coplanaires et un couple: $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_1}$;... $\overrightarrow{F_1}$ est équivalent à un couple s'il vérifie les deux conditions suivantes :

1 - la résultante des forces s'annule coplanaires ($\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + ... + \overrightarrow{F_n} = \overrightarrow{O}$)

2 - la somme des moments de forces par rapport à un point quelconque n'est pas égale à zéro.

Règle (1) : Si trois forces coplanaires non concourantes appliquées à un corps rigide sont complètement représentées par les trois côté d'un triangle, pris dans un ordre cyclique, ce système de forces est équivalent à un couple dont la norme du moment est égal au produit du double de l'aire du triangle par l'intensité de la force représentant l'unité de longueur.

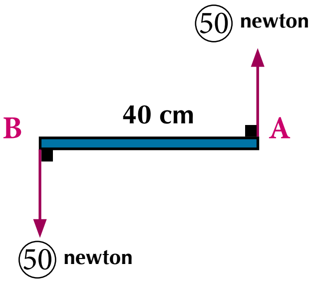
Généralisation : Si des forces coplanaires appliquées à un corps rigide sont complètement représentées par les côtés d'un polygones fermé, pris dans un ordre cyclique , ce système de forces est équivalent à un couple dont la norme du moment est égal au produit du double de l'aire du polygone par l'intensité de la force représentant l'unité de longueur.

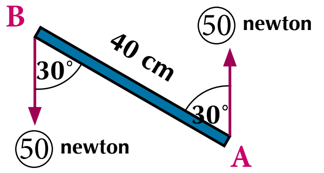
Règle (2) : Si la somme des mesures algébriques des moments d'un ensemble des forces coplanaires par rapport aux trois points non alignés appartenant à son plan est égale à une valeur constante non nulle, alors cet ensemble est équivalent à un couple dont le moment est égal à cette valeur constante.

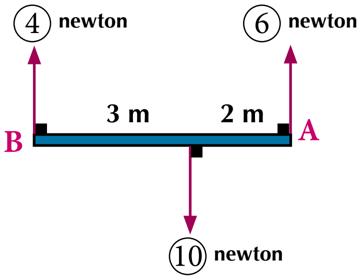
Couple résultant : La somme de deux couples coplanaires est un couple dont le moment est égal à la somme des moments de ces deux couples

GENERAL EXERCISES

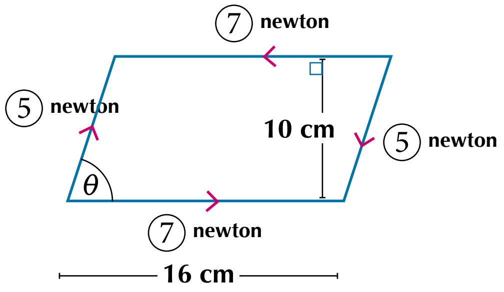
1. Dans chacune des figures suivantes, trouvez la mesure algébrique du couple résultant :

a


b


c


2. **Dans la figure ci-contre** Une plaque à la forme d'un parallélogramme est soumise à l'action de deux Couples.



Trouvez :

a la mesure algébrique du moment du couple formé par les deux forces 7 ; 7.

b la mesure algébrique du moment du couple formé par les deux forces 5 ; 5 N quand $\theta = 60°$.

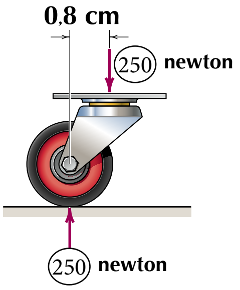
c Si la mesure algébrique du moment du couple résultant est égale à 30 N.cm, quelle la valeur de θ?

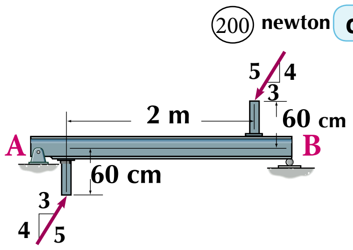
d Si la plaque est en équilibre, quelle la valeur de θ?

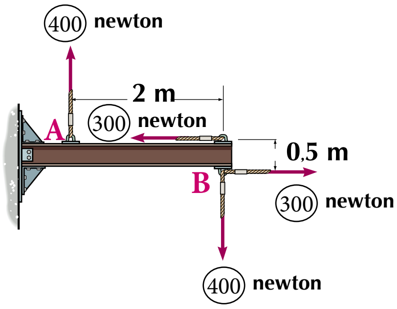
3. Une barre homogène AB de longueur 20 cm peut facilement tourner dans un plan vertical autour d'un clou fixe passant par un trou dans la barre en un point C ∈ $\overline{AB}$ tel que AC = 5 cm. Si deux forces d'intensité 50 N, chacune sont appliquées aux extrémités A et B en sens contraires faisant avec la barre un angle de 30° degré de mesure, alors la barre est en équilibre dans une position horizontale. Trouvez le poids de la barre et la réaction du clou

4. ABCD est un rectangle dans lequel AB = 30 cm ; BC = 40 cm. Des forces d'intensités 1 ; 2 ; 4 ; 6 ; 5 kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BM}$; $\overrightarrow{MD}$; $\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{AM}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

5. Dans chacune des figures suivantes, déterminez le moment du couple:

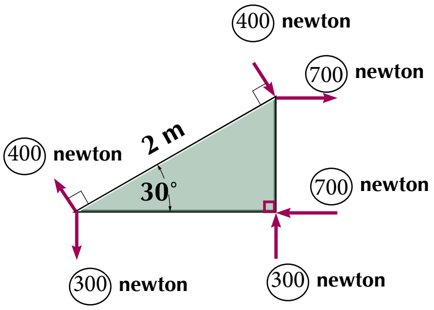
a


b


c


Exercices généraux

6 **Dans la figure ci-contre** Les forces sont appliquées sur une plaque à la forme d'un triangle rectangle. Trouvez la mesure algébrique du moment du couple résultant.



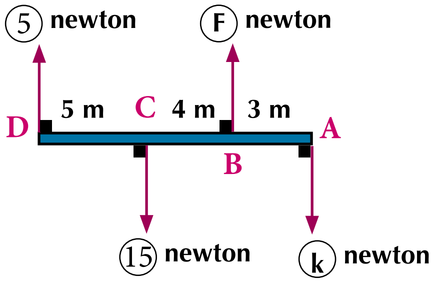
7 ABCD est un carré de 20 cm de longueur de côté. Des forces d'intensités 3 ; 5 ; 3 ; 5 N agissent suivant $\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Deux autres forces d'intensité commune $4\sqrt{2}$ sont appliquées aux points A et C agissant suivant $\overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{DB}$ respectivement. Trouvez la norme du couple résultant qui équivalent à l'ensemble.

8 Les forces $\overrightarrow{F_1} = A\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$ et forces $\overrightarrow{F_2} = -5\overrightarrow{i} + B\overrightarrow{j}$ sont appliquées aux points C (2, -1) et D(0, -2) respectivement et forment un couple. Trouvez la valeur de A et B puis le moment du couple ainsi que la distance entre les deux forces.

9 La force $\overrightarrow{F_1} = 6\overrightarrow{j}$ est appliquée au point d'origine et la force $\overrightarrow{F_2} = -6\overrightarrow{j}$ est appliquée au point (2 ; 0). Montrez que la somme de moments des forces par rapport à un point quelconque (x ; y) ne dépend ni à x ni à y.

10 Les forces $\overrightarrow{F_1} = 2\overrightarrow{i} - 4\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = -3\overrightarrow{i} + 7\overrightarrow{j}$ sont appliquées aux points A (-1 ; 1) ; B (- 2 ; 3). Et C (0 ; 1) respectivement. Démontrez que l'ensemble de ces forces est équivalent à un couple puis trouvez la norme de son moment

11 **La figure ci-contre** montre un ensemble des forces agissant sur une barre AD et formant un couple dont la mesure algébrique de son moment est égale à – 75 N.m. Trouvez la valeur de F et K.



Pour plus d'activités, visiter le site : www.sec3mathematics.com.eg

ÉPREUVE CUMULATIVE

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées:

1 Deux forces d'intensités 4 ; 8 N sont appliquées en un point. Si l'angle formé par leur direction mesure 120°, alors l'intensité de leur résultant est égale à:

a 12 **b** 4 **c** $4\sqrt{3}$ **d** $-8\sqrt{3}$

2 Si deux forces parallèles, de même sens et d'intensités 5 ; 7 sont appliquées aux points A et B, alors l'intensité de leur résultante est égale à:

a 12 **b** 2 **c** C $\sqrt{74}$ **d** $\sqrt{24}$

3 Si la force $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ est appliquée au point A (1 ; -2), alors le moment de $\vec{F}$ par rapport au point B (- 1 ; 4) est égal à :

a $-6\vec{k}$ **b** $6\vec{k}$ **c** $22\vec{k}$ **d** $-22\vec{k}$

4 Si la force $\vec{F} = \vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ est appliquée au point A (2 ; -1 ; 3), alors le moment de $\vec{F}$ par rapport au point d'origine est égal à :

a $-3\vec{i} + 9\vec{j} + 5\vec{k}$ **b** $-\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

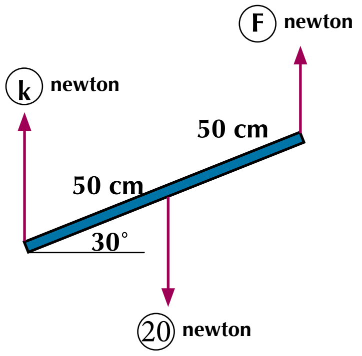
c $3\vec{i} - 9\vec{j} - 5\vec{k}$ **d** $2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$

5 Si trios forces coplanaires concourantes en équilibre sont de même intensité, alors la mesure de l'angle formé par deux de ces trois force est égal à :

a 30° **b** 60 ° **c** - 90° **d** 120°

Répondez aux questions suivantes :

6 **Dans la figure ci-contre** AB est une barra homogène en équilibre. Elle soumise à l'action des forces indiquées dans la figure.Trouvez F et k.



7 Si la force $\vec{F} = L\vec{i} + M\vec{j}$ est appliquée au point A (3 ; -2), le moment de F par rapport au point d'origine est égal à $\vec{0}$ et par rapport au point B est égal à $-8\vec{k}$, Trouvez la valeur de let de M.

8 Si la force $\vec{F} = \vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ est appliquée au point A (- 2 ; 1 ; 2) et les composantes du moment de $\vec{F}$ par rapport aux axes des y et des z sont 2 et – 3 respectivement. Trouvez la valeur de b et de c.

9 ABC est un triangle isocèle dans lequel m (B) = 120°, AC = $12\sqrt{3}$ cm Des forces d'intensités 6, 7, $8\sqrt{3}$ agissent suivants $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB}$ Respectivement. Trouvez la somme des moments de ces forces par rapport au milieu de $\overline{BC}$.

10 A ; B ; C sont trois points alignés tel que AB = 6 cm ; BC = 4 cm ; C ∈ $\overline{AB}$. Deux forces parallèles sont appliquées aux points A et B dont l'intensité de la résultante est 24 N et agit au point C. Trouvez l'intensité de ces deux forces.

11 Des forces parallèles $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, $\vec{F_4}$ sont appliquées aux points A(1 ; 1) ; B (- 2 ; 1); C (3 ; 3) ; D (- 2 ; 0) respectivement. Si les forces sont en équilibre et $\vec{F_1} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\|\vec{F_2}\| = 2\sqrt{5}$ N et agit en sens contraire de celle de $\vec{F_1}$, Trouvez $\vec{F_2}$; $\vec{F_3}$ et $\vec{F_4}$

Centre de gravité

Unité 6

Introduction de l'unité

Malgré les différences entre les objets de la forme et l'aspect extérieur et qui était le même poids, ils sont fortement influencés par la force d'attraction terrestre qui agit verticalement vers le bas (vers le centre de la Terre) .Les savants ont constaté que la résultante des forces qui agissent dans toutes les parties du corps est égale au poids du corps, et qu'elle concentre en un point qui est le centre de gravité du corps rigide donc le centre de gravité d'un corps rigide est un point fixe dans le corps, par lequel passe la ligne d'action de la force du poids de ce corps, quelle que soit la position de ce corps par rapport à la Terre. Il est à noter que le centre de gravité est un point géométrique par fois se trouve à l'extérieure du corps comme dans l'anneau et ces point matériels sont concentrés en ce point. Ceci a été rendu possible de déterminer facilement le centre de gravité de quelque corps homogènes où se trouve en son centre géométrique (comme le plaques ; les disques ; et les sphères et d'autres ..) Mais pour les corps non homogènes (comme le corps humain) on détermine leur centre de gravité par des méthodes scientifiques différentes. Il est à noter qu'ils ont trouvé le centre de gravité du corps humain en utilisant des logiciel qui donne des informations de poids du corps et des poids de tous les parties du corps et les distances de leur centre du gravité dans le repère orthonormé. Parmi les études qui sont intéressés par ce thème (Brwn et Ficher) qui terminé le centre de gravité du corps humain à 54,8 % de la taille de la personne à partir de ses pieds, comme a indiqué (Croquis) que le centre de gravité chez les hommes plus élevé que chez les femmes. Et montrer l'importance de l'étude de la gravité dans le mouvement sportif dans le domaine du (Biomécanique du sport). On va adresser dans les activités de l'unité

Dans cette unité on va connaitre le centre de gravité d'un système des points matériels et déterminer ses composantes algébriques dans un repère orthonormé et déterminer le centre de gravité des corps rigides et des plaques composées et on va adresser l'application du centre de gravité dans des domaines de la vie quotidienne.

Objectives de l'unité

Après avoir étudié cette unité et faire ses activités l'élève doit être capable de:

- Connaître le centre de gravité d'un corps rigide
- Connaître la relation entre le poids de corps et le centre de gravité et l'équilibre et l'attraction pesanteur
- -Connaître le centre de gravité d'un système de particules.
- Connaître le vecteur position de centre de gravité d'un corps rigide par rapport au point d'origine.
- -Déduire les composantes du centre de gravité dans un repère cartésien orthonormé. Déduire le centre de gravité d'un corps suspendue librement.
- Déduire le centre de gravité de deux points matériels situés à une distance de l'un à l'autre.
- Déduire le centre de gravité d'une barre homogène mince.
- -Déduire le centre de gravité d'une plaque homogène mince délimité par un parallélogramme.
- -Déduire le centre de gravité d'une plaque homogène mince délimité par un triangle
- Connaître la méthode de la masse négative pour calculer le centre de gravité d'un corps après avoir enlevé une partie
- Connaître le centre de gravité de quelques corps possédant des propriétés de symétrie.

Vocabulaire de base

- masse négative
- symétrie
- centre de gravité
- une particule, point matériel
- Système à deux dimensions
- Système à trois dimensions
- Suspension libre

Leçons de l'unité

(6 -1): centre de gravité

(6 -2): méthode de masse négative

Aide pédagogique

Calculatrice scientifique

Organigramme de l'unité

Unité Six

6 - 1

Centre de gravité

Allez apprendre

- Centre de gravité d'un corps rigide
- poids du corps et son centre de gravité et l'attraction pesanteur
- Centre de gravité de deux points matériels
- vecteur position de centre de gravité d'un corps rigide
- centre de gravité dans un repère cartésien orthonormé.
- Suspension libre d'un corps rigide
- Centre de gravité d'une
- barre homogène mince.
- Centre de gravité d'une plaque à la forme d'un parallélogramme.
- Centre de gravité d'une plaque à la forme d'un triangle

Vocabulaires de base

- Centre de gravité
- -particule
- point matériel
- Système à deux dimensions
- Système à trois dimensions
- Suspension libre

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

Préliminaire

D'après votre étude précédant du mouvement ou propose des corps vous remarques que les volumes ou les dimensions ne jouant aucun rôle important, la plus part du temps on a seulement représenté ces corps par un point ou un cercle ou un rectangle, supposant que la force qui agit sur le corps passe par un point se trouve en son milieu.

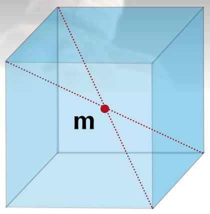


Figure (1)

Centre de gravité d'un corps rigide:

Si on observe les grand corps qui se mouvant un mouvement transitive seulement on trouve que chaque point du corps se mouvant de même mouvement que le corps ; par conséquent si on considère que ce corps comme un seul point est possible en ce cas.

Mais si un grand corps qui se mouvant un mouvement aléatoirement (comme translation et rotation) alors chaque point se mouvant un mouvement différent de l'autre, par exemple quand on lance une raquette dans l'aire, alors son mouvement est plus compliquer que le mouvement d'une balle rigide sa revient à l'existence du mouvement rotative de la raquette pendant le mouvement transitive, c'est-à-dire que chaque point de la raquette à un mouvement différent des autres points.

Dans la figure (2) : On trouve qu'Ilya un tel point de la raquette se déplace sur le trajet de la particule lancée, comme le mouvement d'une petite balle quand on la lancé dans l'aire, il est claire que ce point se déplace comme que la masse de la raquette concentré en ce point et que le poids agit en ce point. Ce point-là est appelé le centre de gravité, qui semble que tout le corps se trouve en ce point. Donc le centre de gravité est un point qui s'exprime de tous les points matériels formant ce corps rigide, et aussi le point d'équilibre, et on peut dire qu'il est le point tel que tous les points matériels sont distribuées équitablement autour à ce point de tous les sens.

Figure (2)

Définition

Le centre de gravité d'un corps rigide est un point fixe dans le corps, par lequel passe la ligne d'action de la force du poids de ce corps, quelle que soit la position de ce corps par rapport à la Terre.

Poids du corps et son centre de gravité et l'attraction pesanteur :

Si on considère qu'un corps (gaze, liquide ou rigide) un ensemble des points matériels, alors Chacun de ces points matériels est soumis à l'action d'attraction d'intensité égale au poids de ce point matériel, agissant suivant la ligne droit qui joint au centre de la Terre. Etant donné que nous tritons des corps ayant des dimensions spatiales extrêmement petites par rapport à la distance de ce corps au centre de la Terre, nous pouvons considérer l'ensemble des forces agissant sur les points matériels formant le corps comme un système de forces parallèles de même sens. Ceci nous permettra d'utiliser les règles de détermination de la résultante des forces parallèles pour trouver l'intensité, le sens et la ligne d'action de la force de poids de corps. Le point d'action du poids du corps est appelé le centre de gravité.

Centre de gravité d'un système des points matériels

Si on considère A_1 ; A_2 ; A_3 ,....... L'ensemble de points matériels formant le corps rigide et qu P_1 ; P_2 ; P_3 ,....... les poids de ces points respectivement qui agissent verticalement vers le bas comme dans la figure (3).

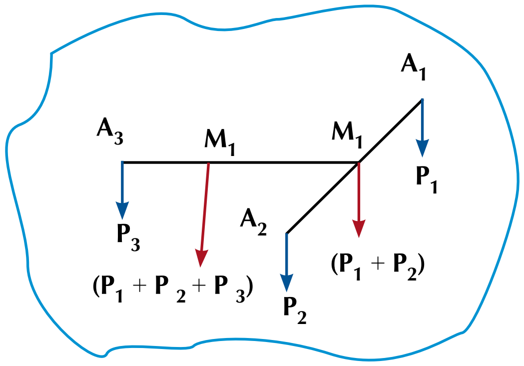


Figure (3)

- La résultante de forces parallèles P_1 et P_2 agissant en A_1et A_2 respectivement passant par M_1 est égale à $(P_1 + P_2)$ On a alors : $P_1 \times A_1 M_1 = P_2 \times A_2 M_1$ Par conséquent, M_1 est un point fixe par rapport au corps rigide, quelle que soit la position du corps par rapport à la Terre.
- La résultante de forces parallèles $(P_1 + P_2)$ et P_3 est égale à $(P_1+P_2+P_3)$ agit en M_2 la distance $A_3 M_1$ reste toujours constante. Par conséquent, M_2 est un point fixe, quelle que soit la position particules aux points A_1 ; A_2 ; A_3.
- On répète ainsi de suite ces étapes jusqu' à épuisement de tous les points matériels formant le corps rigide. On voit alors que la force de poids d'un corps rigide passe toujours par un point fixe de ce corps.

Remarque que : le centre de gravité d'un corps rigide sa change si le corps change sa forme, car les distances entre ses points matériels serons changés.

Le corps homogène:

C'est un corps dont la masse d'une unité de longueur ou d'aire ou de volume de ce corps est toujours fixe.

Centre de gravité de deux points matériels (corps):

Soient m_1 et m_2 les masses de deux corps dans les positions x_1 et x_2 sur l'axe des abscisses par rapport au point d'origine O, comme dans la figure(4), alors le centre de gravité de ces deux corps est donnée par la relation :

$$X_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

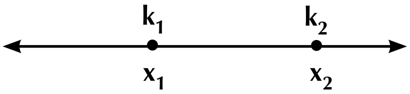


Figure (4)

(La somme des moments des forces parallèles par rapport à un point est égale au moment de leur résultante par rapport à ce point)

Example Centre de gravité de deux points matériels

(1) Deux corps de poids, 2 Newton et 4 Newton, la distance entre eux est 3 mètres Trouver leur centre de gravité par rapport au premier corps.

Solution

Soit le poids 2 Newton situé au point d'origine et le poids 4 Newton sur l'axe des abscisses, alors : $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $m_1 = 2$ et $m_2 = 4$

D'après la relation : $X_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

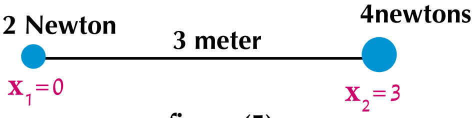


figure (5)

Alors : $X_G = \frac{2 \times 0 + 4 \times 3}{2 + 4} = \frac{12}{6} = 2$

D'où : le centre de gravité est situé à 2 mètres du premier corps.

Essayer de résoudre

(1) Deux corps le poids, 3 Newton et 5 Newton, la distance entre eux est 8 mètres Trouver leur centre de gravité par rapport au premier corps.

Vecteur de position du centre de gravité d'un corps rigide par rapport au point d'origine

Si P_1 , P_2 , P_3 ,... , P_n sont les poids des points matériels formant le corps et $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$, $\vec{r_3}$,..., $\vec{r_n}$ sont les vecteurs positions de ces points matériels par rapport à l'origine.

Alors :Le vecteur position rG du centre de gravité par rapport au point d'origine se détermine par la formule :

$P_1 = m_1 g_1$
$P_1 = m_2 g$
$P_n = m_n g$

$$\vec{r_G} = \frac{P_1 \vec{r_1} + P_2 \vec{r_2} + P_3 \vec{r_3} + ... + P_n \vec{r_n}}{P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n} \quad .... (1)$$

En écrivant les poids P_1 , P_2 , P_3 ,..... , P_n comme le produit de la masse correspondante par l'accélération de la pesanteur et de diviser les deux termes du rapport par (g) on obtient la relation .

$$\overrightarrow{r_G} = \frac{m_1 \overrightarrow{r_1} + m_2 \overrightarrow{r_2} + m_3 \overrightarrow{r_3} + ... + m_n \overrightarrow{r_n}}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} \quad .... (2)$$

On peut écrire les relations vectorielles en fonctions des composantes suivant les axes $\overrightarrow{OX}$ et $\overrightarrow{OY}$ on obtient la relation:

$$X_G = \frac{m_1 \; x_1 + m_2 \; x_2 + m_3 \; x_3 + ... + m_n \; x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}$$

$$, Y_G = \frac{m_1 \; y_1 + m_2 \; y_2 + m_3 \; y_3 + ... + m_n \; y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}$$

Example

Centre de gravité d'un système à deux dimensions

(2) Dans la figure (6) : Trouvez les coordonnées du centre de gravité de trois masses 1 ; 2 et 3 Newton sont placées aux sommets d'un triangle équilatérale de côté 12 cm.

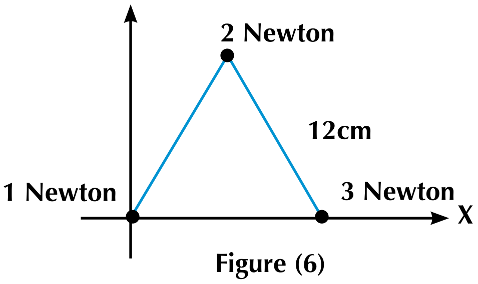


Figure (6)

Solution

Il est souvent utile de dresser une table des masses et de leurs coordonnées comme suit, On considère que les axes sont perpendiculaires comme illustré sur la figure (5):

masse	1 Newton	2 Newton	3 Newton
x	0	6	12
y	0	$6\sqrt{3}$	0

$$\because x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\therefore x_G = \frac{1 \times 0 + 2 \times 6 + 3 \times 12}{1 + 2 + 3} = 8 \text{ cm}$$

$$\because y_G = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\therefore y_G = \frac{1 \times 0 + 2 \times 6\sqrt{3} + 3 \times 0}{1 + 2 + 3} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

La position du centre de gravité $G(8 \,, 2\sqrt{3})$

Réflexion critique: Si on change la position des axes, est ce que la position du centre de gravité sera changée ? Expliquez .

Essayer de résoudre

(2) ABC est un triangle équilatérale de côté 12 dm, les points D ; E et F sont les milieux de côtés $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ et $\overline{AB}$ respectivement. Des masses 5 ; 1 ; 3 ; 2 ; 4 et 6 sont placées aux points A ; B ; C ; D ; E et F respectivement. Trouvez la position du centre de gravité du système par rapport au point B.

Remarque importante : Suspension libre d'un corps rigide

Lors de la suspension libre d'un corps rigide de l'un de ses points, le centre de gravité de ce corps appartient à la ligne verticale passant par le point de suspension. Car dans ce cas le corps est en équilibre sous l'effet de deux forces indiquées sur la figure (6) qui sont :

(1) la tension au fil, (2) le poids du corps verticalement vers le bas

D'où ces deux forces doivent être de même intensité, en sens contraire et sur une même ligne d'action. Donc le centre de gravité G doit être appartient à la ligne verticale $\overrightarrow{BA}$

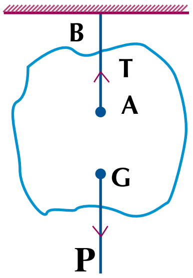


Figure (6)

Centre de gravité des barres et des plaques homogènes

1- Le centre de gravité d'une barre mince de densité constante est situé au milieu de cette barre.

2- Le centre de gravité d'une plaque homogène mince, délimité par un parallélogramme est situé au centre géométrique du parallélogramme (point d'intersection des diagonales)

3- Le centre de gravité d'une plaque homogène mince, délimité par un triangle équilatérale est situé au point d'intersection des médianes de ce triangle.

4- Le centre de gravité d'une plaque homogène mince, délimité par un cercle est situé au son centre.

Example centre de gravité d'une barre homogène

(3) Une barre homogène $\overline{AC}$ de longueur ℓ est pliée en son milieu B, puis librement suspendue par le point A. Sachant que $\overline{BC}$ est horizontale à l'état d'équilibre, Démontrez que $\cos (\angle ABC) = \frac{1}{3}$.

Solution

Soit le poids de la barre $\overline{AB}$ est égale à (P) et agit en son milieu M_2 et le poids de la barre $\overline{BC}$ est égale à (P) et agit en son milieu M_1

Remarque que : AB = BC et m $(\angle ABC) = \theta$

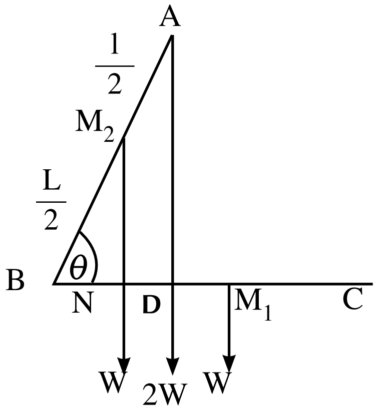


Figure (7)

$\because$ La barre est librement suspendue par le point A , et que et $\overline{BC}$ est horizontale.

$\therefore$ Le centre de gravité passe par $\overrightarrow{AD}$.

$\therefore W \times M_1 D = W \times N D \quad \therefore M_1 D = ND$....... (1)

De la géométrie de la figure :

$\because \overline{AD} \parallel \overline{M_2N}$, M_2 est le milieu de $\overline{AB}$ $\therefore$ N est le milieu de $\overline{BD}$

$\therefore$ DN = B N...................... (2) De (1) et (2)

$\therefore \quad M_1 D = ND = BN = \frac{1}{3} \times \frac{L}{2} = \frac{L}{6}$

$\because \cos\theta = \frac{NB}{BM_2} = \frac{L}{6} \div \frac{L}{2} = \frac{L}{6} \times \frac{2}{L} = \frac{1}{3}$

Essayer de résoudre

3 Un fil mince de densité constante à la forme d'un trapèze ABCD dans lequel AB = 15 cm; BC = 12 cm ; CD = 10 cm ; m ($\angle$ ABC)=m ($\angle$ BCD)=90° . Trouvez les distances qui séparent le centre de gravité de ce fil des côtés $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$.

Example

4 Une plaque homogène mince à la forme d'un parallélogramme ABCD dans lequel AB = 40 cm; BC = 20 cm; m ($\angle$BCA) = 90°. Librement suspendue par le point (E) de $\overline{CD}$ Sachant que $\overline{CD}$ est horizontal à l'état d'équilibre. Trouvez la longueur de $\overline{CE}$.

Solution

$\because$ Le centre de gravité appartient à la ligne verticale passant par le point de suspension.

$\therefore \overleftrightarrow{EM}$ est la droite verticale

$\because \overline{CD}$ est horizontale $\therefore$ m ($\angle$ MEC) = 90°.

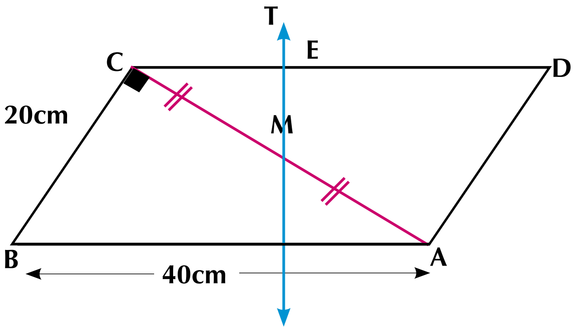


Figure (9)

Du triangle ABC on a m: ($\angle$ACB) = 90°,
et BC = $\frac{1}{2}$ AB

$\therefore$ m($\angle$CAB) = 30°, AC = $20\sqrt{3}$ cm

$\therefore$ MC = $10\sqrt{3}$ cm , $\because$ m($\angle$MCE) = 30°

$\therefore$ CE = MC cos 30° $\therefore$ CE = $10\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$) = 15 cm.

Essayer de résoudre

4 Une plaque homogène à la forme d'un carrée de poids P est suspendue librement par le sommet A. Un poids de $\frac{1}{4}$ P est fixé en B. Démontrez que la diagonale $\overline{AC}$ est incliné sur la verticale d'un angle dont la tangente égale à $\frac{1}{5}$ à l'état d'équilibre.

Reflexion critique:

Démontrez que le centre de gravité d'une plaque homogène mince, à la forme d'un triangle est confondu au centre de gravité de trois masses égales situées aux sommets de ce triangle.

Example

Le centre de gravité d'une plaque délimité par un triangle

5 Une plaque homogène mince à la forme d'un triangle de poids 3 kg tel que AB = BC, la hauteur du triangle est 6 cm. Des masses 3 ; 2 ; 3 ; 4 kg sont placées aux points A ; B ;C; D respectivement, où D est le milieu de $\overline{AB}$. Trouvez le centre de gravité du système puis démontrez qu'il est situé à 4 cm de C. Si la plaque est suspendue librement par le point C, trouvez à l'état d'équilibre les mesures des angles d'inclinations de chacun de $\overline{BC}$ et $\overline{AC}$ sur la verticale.

Solution

Considérons les deux directions perpendiculaires sont $\overrightarrow{CX}$ et $\overrightarrow{CY}$, donc le point C est l'origine.
On distribue la masse 3 kg aux sommets A, B et C en trois masses égales 1 kg chacune ; donc les masses placées aux points A ; B ; C; D dévient 4 ; 3 ; 4 ; 4 kg comme montre la figure.

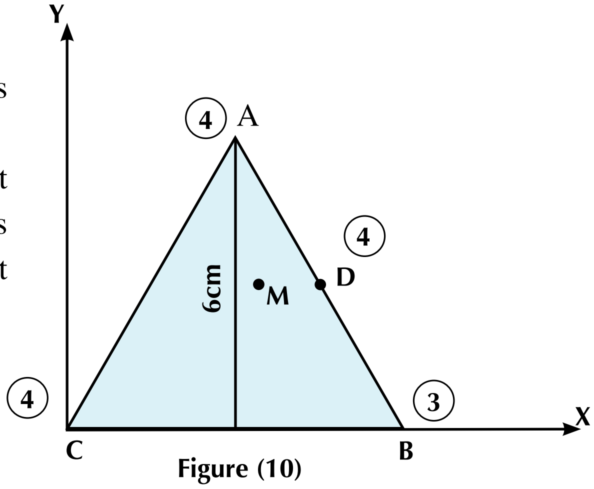


Figure (10)

Formons la table des masses et de leurs coordonnées :

	En A	En B	En C	En D
masse	4	3	4	4
X	3	6	0	4.5
Y	6	0	0	3

$\because x_G = \dfrac{4\times 3 + 3\times 6 + 4\times 0 + 4\times 4{,}5}{4+3+4+4} = 3.2$ cm ,

$\because y_G = \dfrac{4\times 6 + 0 + 0 + 4\times 3}{4+3+4+4} = 2{,}4$cm ,

$\therefore$ G = (3.2 , 2.4)

$\therefore$ Soit MC est la distance entre le centre de gravité et le point C

$\therefore GC = \sqrt{(3{,}2)^2 + (2{,}4)^2} = 4$ cm

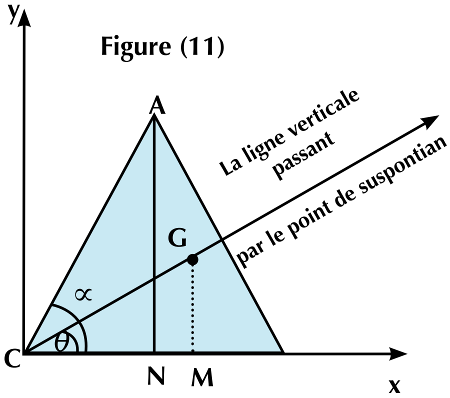


Figure (11)

Détermination la mesure de l'angle entre $\overline{CB}$ et $\overline{CM}$

On trace $\overrightarrow{CM}$ la verticale passant par (C) soit □ est la mesure de l'angle d'inclinations $\overline{CB}$ sur $\overrightarrow{CM}$, et on trace $\overline{MK} \perp \overline{CB}$.

$\therefore \tan □ = \frac{GK}{KC} = \frac{2.4}{3.2} = 0.75$ $\therefore □ = 36° \ 52' \ 12''$

Détermination de la mesure de l'angle d'inclinaison de $\overline{CA}$ sur la verticale:

On calcule la mesure de l'angle ACB ; soit □ où $\tan \beta = \frac{AN}{NC} = \frac{6}{3} = 2$

$\therefore \beta = 63° \ 26' \ 6''$

$\therefore$ La mesure de l'angle d'inclinaison de $\overline{CA}$ sur la verticale $= \beta - \alpha$

$= 63° \ 26' \ 6'' - 36° \ 52' \ 12'' = 26° \ 33' \ 54''$

Essayer de résoudre

5) Dans la figure (12) : Une plaque homogène mince de masse 300 g délimité par un triangle équilatérale ABC, de côté 12 cm porte une masse de 100 g en un point de trisection du côté $\overline{AB}$ Trouvez le centre de gravité du système par rapport aux deux axes $\overrightarrow{AX}$ et $\overrightarrow{AY}$.

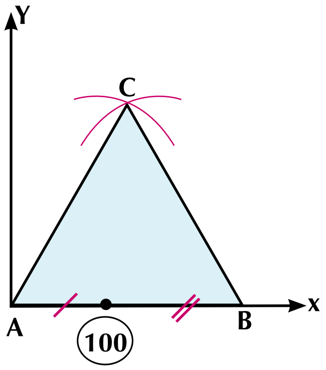


Figure (12)

Example

Le centre de gravité d'une plaque délimité par un carrée

6) Une plaque homogène mince à la forme d'un carré ABCD de côté l, dans lequel E et F sont les milieux respectifs de $\overline{AB}$ et $\overline{AD}$ On plie le triangle AEF autour de $\overline{EF}$ de sorte à faire coïncider A avec le centre du carré. Trouver le centre de gravité de la plaque dans son nouvel état.

Solution

Soit la masse de la plaque (4m) et F' le milieu de $\overline{BC}$.

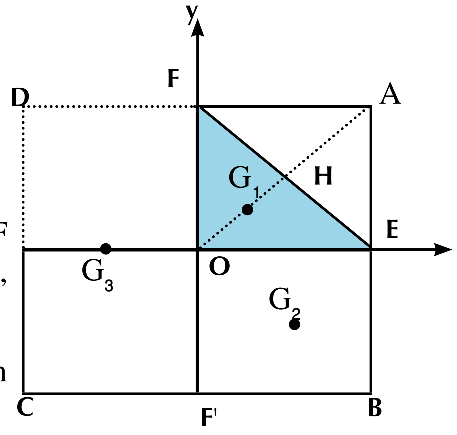


Figure (13)

La plaque dans son nouvel état est composée de .trois parties:

- la partie triangulaire (formée de deux couches) OEF de masse égale au quart de la masse de la plaque, donc à (m). Soit G_1 son centre de gravité.
- la partie carrée OEBF' de masse (m). Soit G_2 son centre de gravité.
- la partie rectangulaire FF'CD de masse (2m). Soit G_3 son centre de gravité.

Par conséquent la plaque dans son nouvel état équivalent à un système composé de trois masses : La masse (m) en G_1 une masse égale en G_2 et une masse (2m) en G_3 Comme montre la figure (16).

Choisissons deux directions perpendiculaires convenables $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ de sorte que la première passe par E et la seconde passe par F, comme montre la même figure, soit le point H le milieu de $\overline{EF}$ alors:

$$OH = \frac{1}{2} O\ H = \frac{1}{2}\sqrt{(OE)^2 + (EH)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L^2}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} L$$

$$\therefore OG_1 = \frac{2}{3} OH = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} L = \frac{1}{3\sqrt{2}} L$$

$$\therefore G_1 = (\frac{1}{3\sqrt{2}} L \cos 45^\circ , \frac{1}{3\sqrt{2}} L \sin 45^\circ) = (\frac{L}{6} , \frac{L}{6})$$

Le centre de gravité G_2 de la plaque carrée est au centre du carré: $G_2 = (\frac{L}{4} , \frac{-L}{4})$

Le centre de gravité G_3 de la plaque rectangulaire FF'CD est au centre du carré $G_3 = (\frac{-L}{4} , 0)$

Pour trouver le centre de gravité de la plaque dans son nouvel état, on utilise les composants suivants :

$$\because x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + ... + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}$$

$$\therefore x_G = \frac{m \times \frac{L}{6} + m \times \frac{L}{4} + 2\,m \times (-\frac{L}{4})}{m + m + 2m} = -\frac{1}{48} L$$

$$\because Y_G = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + ... + m_n y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}$$

$$\therefore Y_G = \frac{m \times \frac{L}{6} + m \times (-\frac{L}{4}) + 2\,m \times zero}{m + m + 2m} = -\frac{1}{48} L$$

Autre Solution

Dans la figure (14) à partir le tableau des formations on détermine les composantes suivante:

	G_1	G_2	G_3	G_4
masse	**m**	**m**	**m**	**m**
X	$\frac{L}{6}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{-6}{4}$	$\frac{-L}{4}$
Y	$\frac{L}{6}$	$\frac{-L}{4}$	$\frac{-L}{4}$	$\frac{L}{4}$

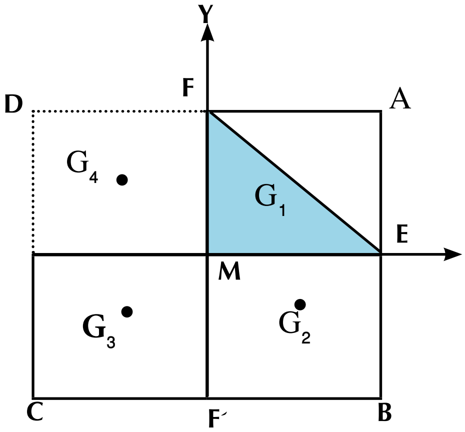


Figure (13)

$$x_G = m \times \frac{\frac{L}{6} + \frac{L}{4} - \frac{L}{4} - \frac{L}{4}}{4\,m} = -\frac{1}{48} L$$

$$y_G = m \times \frac{\frac{L}{6} - \frac{L}{4} - \frac{L}{4} + \frac{L}{4}}{4\,m} = -\frac{1}{48} L$$

Essayer de résoudre

6) Une plaque homogène mince à la forme d'un rectangle ABCD , dans lequel AB = 6 cm, BC = 10cm et E ∈ $\overline{AD}$ tel que AE = 6cm , On plie le triangle ABE autour de $\overline{BE}$ de sorte à faire coïncider $\overline{AB}$ avec $\overline{BC}$ Trouver le centre de gravité de la plaque dans son nouvel état par rapport aux $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$.

Exercises 6 - 1

Premièrement : Mettez le signe (✓) ou le signe (✗) pour chaque phrase :

1) Le centre de gravité d'un corps rigide est fixe et il n'est pas nécessaire qu'il soit sur l'un des points matériel de ce corps.

2) Lors de la suspension libre d'une plaque non homogène, délimité par un triangle de l'un de ses points, alors la ligne verticale passant par le point de suspension passe par le point d'intersection des médianes de ce triangle.

3) Si trois masses égales sont situées aux milieux des côtés d'un triangle équilatérale, alors leur centre de gravité se trouve au point d'intersection des médianes de ce triangle.

4) Le centre de gravité d'une plaque homogène mince, délimité par un triangle est confondu au centre de gravité de trois masses égales situées aux sommets de ce triangle.

5) Le centre de gravité d'une plaque homogène mince, délimité par un parallélogramme est situé au point d'intersection des diagonales.

6) Si quatre masses égales sont situées aux sommets d'un trapèze isocèle, alors leur centre de gravité de système se trouve au point d'intersection des diagonales.

7) Lors de la suspension libre d'un corps rigide de l'un de ses points, le centre de gravité de ce corps appartient à la ligne verticale passant par le point de suspension.

8) Centre de gravité de deux points matériels séparées par une distance fixe appartient au segment joignant ces deux points et le partage dans le rapport proportionnelle à leurs masses.

9) Lors de la suspension libre d'une plaque homogène, délimité par un triangle équilatérale de l'un de ses points, alors le côté opposé à ce sommet est horizontale.

10) Si quatre masses égales sont situées aux sommets d'un parallélogramme, alors leur centre de gravité de système se trouve au point d'intersection de ses diagonales.

Deuxièmement :

11 Deux corps de masses, 4 Newton et 6 Newton, la distance entre eux est 5 mètres. Trouver leur centre de gravité par rapport au premier corps

12 Où se trouve le centre de gravité d'un système de trois masses sont distribuées comme ce qui suit :

m_1 = 1 kg en A_1 (0 , 0) , m_2 = 1 kg en A_2 (3 , 0) , m_3 = 2 kg en A_3 (3 , 4).

13 Déterminez le centre de gravité de la distribution suivant:

F_1 = 3 Newton en (4 , - 1) , F_2 = 5 Newton en (0 , 3) ; F_3 = 4 Newton en (- 2 , - 1) .

14 Déterminez le centre de gravité des systèmes suivantes selon les données du tableau:

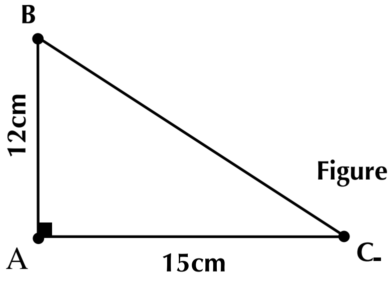


Figure (14)

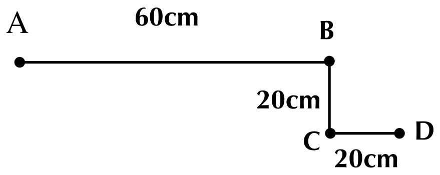


Figure (15)

masse	20 g	40 g	30 g
Position	en A	en B	en C

masse	m	m	m	m
Position	en A	en C	en B	en D

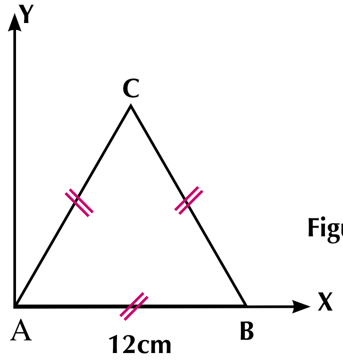


Figure (16)

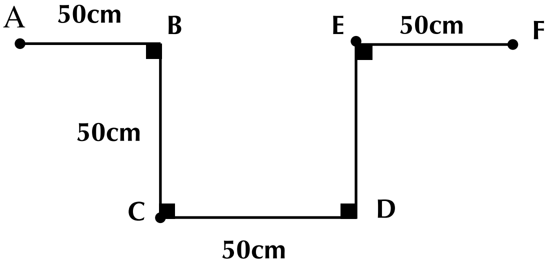


Figure (17)

masse	4 g	5 g	3 g
Position	en A	en B	en C

masse	8 gp	3 gp	2 gp	2 gp
Position	en A	en C	en E	en F

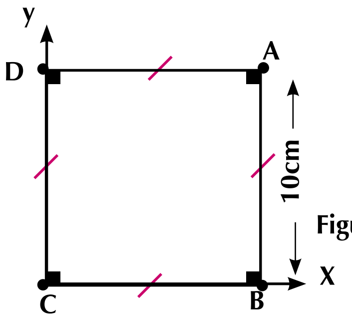


Figure (18)

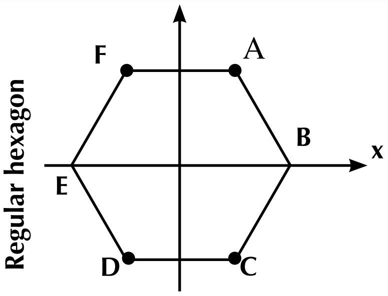


Figure (19)

masse	20 g	30 g	10 g	40 g
Position	en A	en B	en C	en D

masse	10 g	15 g	5 g	20 g
Position	en A	en C	en D	en F

Troisièmement: Répondez aux questions suivantes:

15 AB est une barre homogène de longueur 90 cm et de messe 5 kg, C et D sont les points de trisection à partir de l'extrémité A des masses 1 ; 2 ;3 ;4 kg sont placées aux points A ;B ;C et D respectivement . Déterminez le centre de gravité par rapport au point A.

16 AB est une barre non homogène de longueur 30 cm et de poids 500 gp, deux poids d'intensité 100 gp et 200 gp sont fixés aux extrémités A et B de la barre respectivement, le centre de gravité du système est alors au milieu de la barre. Déterminez le centre de gravité de la barre par rapport à l'extrémité A.

17 ABC est une plaque de masse 3 kg délimité par un triangle équilatérale, son centre de gravité est G, des masses 2 ; 2 ;11 kg sont placées aux sommets A ;B et C respectivement. Démontrez que le centre de gravité du système est le milieu de $\overline{MC}$.

18 Une plaque homogène en densité à la forme d'un carrée de poids 40 gp, est suspendue librement par le sommet A. Un poids de 10 gp est fixé en B. Déterminez la mesure de l'angle d'inclination de la diagonale $\overline{AC}$ sur la verticale à l'état d'équilibre.

19 la figure(24) AB est un fil mince homogène en densité pliée en B et C, trouvez la distance du centre de gravité aux $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$, Si le fil est suspendue librement par le point A, trouvez à l'état d'équilibre la mesure de l'angle d'inclinaison de $\overline{AB}$ sur la verticale.

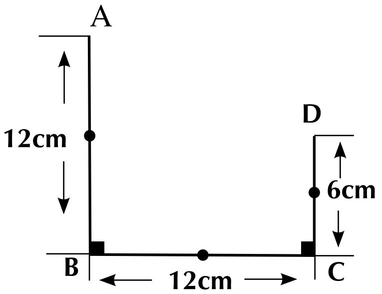


Figure (24)

20 ABCD est un carré de côté l. On construit sur $\overline{BC}$ un triangle isocèle BCE de sorte que le sommet E soit extérieur au carré. Trouvez le centre de gravité d'une plaque de densité constante délimitée par la figure obtenu, sachant que la longueur du côté du carré est égale au double de la hauteur du tringle.

21 Une plaque de densité constante est formée de deux parties ; un rectangle ABCD dans lequel AB = 12 cm ; BC = 16 cm et un triangle isocèle CDE dans lequel DE = 10 cm, le sommet E étant extérieur au rectangle. Trouvez le centre de gravité d'une plaque.

22 ABCD est une plaque de densité et épaisseur homogènes à la forme d'un rectangle dans lequel AB = 12 cm ; BC = 16 cm, E est le point d'intersection de ses diagonales $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$, on enlève le triangle AED puis on le fixe sur le triangle BEC, trouvez le centre de gravité de la plaque en cette états. Si la plaque est suspendue librement par le point C, trouvez tangente de l'angle d'inclinaison de $\overrightarrow{BC}$ sur la verticale.

Unité Six

6 - 2

Méthode de la masse négative

A apprendre

- *Méthode de masse négative*
- *Centre de gravité de coorps qui on un ont un axe de symétrie.*

Vocabulaire de base

- *Masse négative*
- *Symétrie*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique*
- *Logicile graphique*

Préliminaire

On a déjà connue que le centre de gravité d'un corps rigide est un point fixe du corps par lequel passe la ligne d'action de la résultante des points matériels qui forme ce corps, puis on a trouvé le centre de gravité dans un système de deux dimensions et de trois dimensions dans un repère orthonormé et que lors de la suspension libre d'un corps rigide de l'un de ses points, le centre de gravité de ce corps appartient à la ligne verticale passant par le point de suspension . On va apprendre dans cette leçon la méthode de la masse négative pour calculer le centre de gravité d'un corps après enlevé une partie de ce corps, on va connaitre le centre de gravité des corps qui ont des propriétés symétrique.

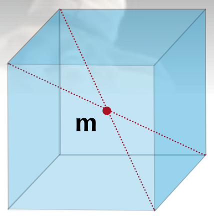


Figure (1)

Méthode de la masse négative

Considérons un corps de masse m et de centre de gravité G auquel on a enlevé la partie gauche comme montre la (figure 20) et m_1 la masse de la partie coupée et m_2 la masse de la partie droit restante, si $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ et $\vec{r}_G$ les vecteurs positions des points G_1, G_2 et G respectivement par rapport au point d'origine O. alors la masse de partie restante est $m_2 = (m - m_1)$ Donc $\vec{r}_G$ est donné par la relation suivante :

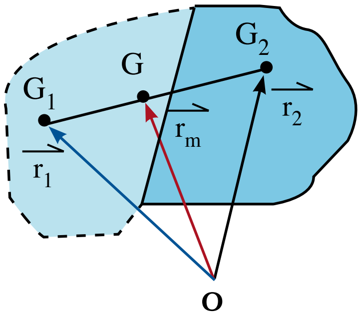


Figure (20)

$$\vec{r}_G = \frac{m_1 \vec{r}_1 + (m - m_1)\vec{r}_2}{m}$$ en multipliant par (m) :

$$m\vec{r}_G = m_1\vec{r}_1 + (m - m_1)\vec{r}_2$$

Donc : $(m - m_1)\vec{r}_2 = m\vec{r}_G - m_1\vec{r}_1$

Alors : $\vec{r}_2 = \dfrac{m\vec{r}_G - m_1\vec{r}_1}{m - m_1}$

On remplaçant $\vec{r}_G$ et $\vec{r}_1$ par leurs composantes algébriques dans un repère cartésien $\overrightarrow{OX}$ et $\overrightarrow{OY}$, on obtient le coordonnées de la partie restante qui sont :

$$x_2 = \frac{m\,x_G - m_1\,x_1}{m - m_1} \;,\; y_2 = \frac{m\,y_G - m_1\,y_1}{m - m_1}$$

Où (x_G , y_G) est le centre de gravité du corps principale de masse (m) et (x_1 , y_1) est le centre de gravité du corps coupée de masse m_1. cette relation montre qu'elle détermine la position du centre de gravité de la partie restante comme étant composée de deux parties :

(1) Le corps original de masse m

(2) La partie enlevée, en comptant sa masse négative et égale à (-m).

Example

1 Quatre masses égales, chacune de valeur 100g sont placées aux sommets d'un carré.

Premièrement : Trouvez le centre de gravité du système par rapport aux $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

Deuxièmement : Si la masse en C est enlevée, déterminez le centre de gravité du système restant.

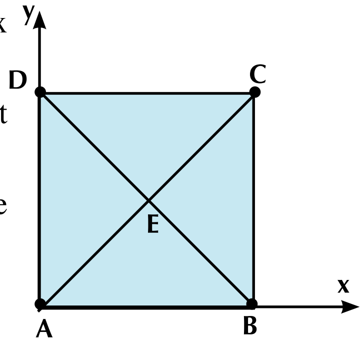


Figure (21)

Solution

Premièrement : soient la longueur du côté du carré est L, et le point E le centre du carré ABCD, A est l'origine comme montre la figure (21).

	en A	en B	en C	en D
masse	100	100	100	100
x	0	L	L	0
y	0	0	L	L

$$\because \quad x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$\therefore \quad x_G = \frac{100 \times 0 + 100 \times L + 100 \times L + 100 \times 0}{100 + 100 + 100 + 100} = \frac{L}{2} \text{ cm}$$

$$\because \quad y_G = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + m_4y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$\therefore \quad y_G = \frac{100 \times 0 + 100 \times 0 + 100 \times L + 100 \times L}{100 + 100 + 100 + 100} = \frac{L}{2} \text{ cm}$$

Les coordonnées du centre de gravité du système est $(\frac{L}{2} , \frac{L}{2})$ c'est le centre du carré en E

Deuxièmement : Après qu'on enlève la masse en C, 100g, alors le centre de gravité du système original (où la masse m = 400 g) est le point E = (x, y) = $(\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$

le centre de gravité de la masse enlevé $m_1 = 100$ g au sommet C est (L, L)

Le centre de gravité de la partie restant $G_2 = (x_2, y_2)$ détermine de :

$$x_2 = \frac{m\,x - m_1 x_1}{m - m_1} = \frac{400 \times \frac{L}{2} - 100 \times L}{400 - 100} = \frac{L}{3} \text{ cm}$$

$$y_2 = \frac{m\,y - m_1 y_1}{m - m_1} = \frac{400 \times \frac{L}{2} - 100 \times L}{400 - 100} = \frac{L}{3} \text{ cm}$$

$\therefore$ Le centre de gravité du système restant est $(\frac{L}{3}, \frac{L}{3})$

Essayer de résoudre

(1) Pouvez-vous résoudre l'exemple (1) par des autres méthodes déjà connues à la leçon précédant ? Expliquez et écrivez ses méthodes s'il existent.

Example

(2) Dans la figure (22) : ABC est un triangle équilatéral, de 20 cm de côté, D est le point d'intersection de ses médianes, E est le milieu de $\overline{BC}$, les masses 10 ; 20 ;30 ; 30 et 50 g sont placées aux points A ; B ;C ; D et E respectivement. Trouvez le centre de gravité du système. Si la masse en B est enlevée, déterminez le centre de gravité du système restant par rapport au sommet C

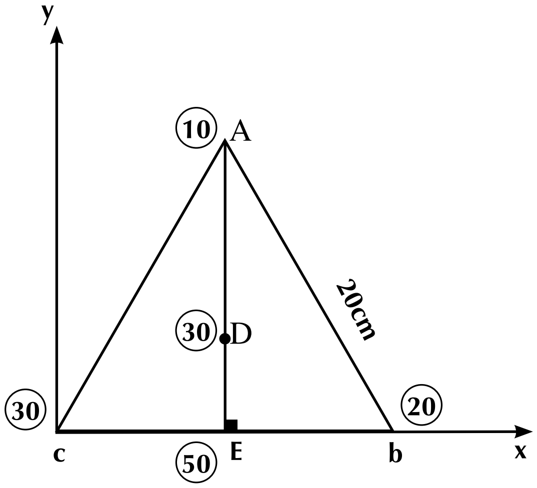


Figure (22)

Solution

Détermination le centre de gravité du système

Soit $\overrightarrow{CX}$ et $\overrightarrow{CY}$ deux directions perpendiculaires et C le point d'origine.

$AE = 20 \sin 60° = 10\sqrt{3}$, $DE = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

En formant la table des coordonnées suivant :

	en C	en E	en B	en A	en D
masse	30	50	20	10	30
x	0	10	20	10	10
y	0	0	0	$10\sqrt{3}$	$\frac{10\sqrt{3}}{3}$

$$\therefore x_G = \frac{50 \times 10 + 20 \times 20 + 10 \times 10 + 30 \times 10}{30 + 50 + 20 + 10 + 30} = \frac{65}{7}$$

$$y_G = \frac{10 \times 10\sqrt{3} + 30 \times \frac{10\sqrt{3}}{3}}{30 + 50 + 20 + 10 + 30} = \frac{10\sqrt{3}}{7}$$

Les coordonnées du centre de gravité sont $(\frac{65}{7}, \frac{10\sqrt{3}}{7})$ du point C.

Quand on enlève la masse en B :

$$\therefore x' = \frac{m\,x_G - m_1\,x_1}{m - m_1} = \frac{140 \times \frac{65}{7} - 20 \times 20}{140 - 20} = \frac{15}{2}$$

$$y' = \frac{m\,y_G - m_1\,y_1}{m - m_1} = \frac{140 \times \frac{10\sqrt{3}}{7} - 20 \times 0}{140 - 20} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$\therefore$ Le centre de gravité quand on enlève la masse en B est $\left(\frac{15}{2}\ ,\ \frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$

Essayer de résoudre

2 Cinq masses égales sont placées aux sommets A ; B ;C ; D et E d'un carré de 12 cm de côté où E le point d'intersection de ses diagonales . Trouvez le centre de gravité du système.Si la masse en B est enlevée, déterminez le centre de gravité du système restant par rapport aux axes $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

Centre de gravité de quelques corps possédant des propriétés de symétrie

Soit $\overleftrightarrow{AB}$ l'axe de symétrie de la plaque homogène. Cet axe divise la plaque deux parties parfaitement symétriques par rapport à cet axe, donc de masses égales (figure 23).

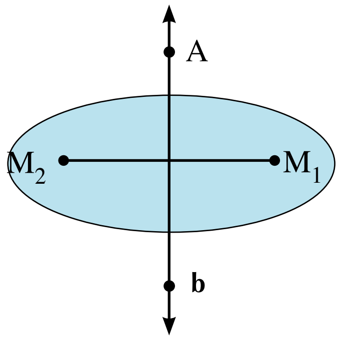


Figure (23)

Soient M_1 , M_2 les centres de gravité de ces deux parties. Il est évident que l'axe de symétrie coupe le segment de la droite $\overline{G_1G_2}$ perpendiculairement en son milieu.

Etant donné que le centre de la plaque est le même que celui de deux masses égales placées en G_1 et G_2 , ce centre de gravité doit être au milieu de $\overline{G_1G_2}$ donc sur l'axe de symétrie.

Si une plaque géométrique mince admet un axe de symétrie, alors son centre de gravité appartient à cet axe.

Quelques solides géométriques homogènes de densité

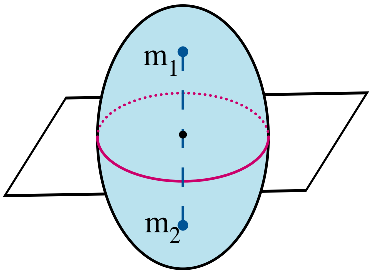


Figure (24)

La symétrie des solides géométriques ressemble la symétrie des figures géométriques en remplaçant l'axe de symétrie par le plan de symétrie, comme montre la figure(24):

Alors on peut déduire que : Si une solide géométrique admet un plan de symétrie, alors son centre de gravité appartient à ce plan.

Cas particuliers:

1 - Le centre de gravité d’un fil de densité uniforme en forme de cercle est au centre de ce cercle.

2 - Le centre de gravité d’une plaque de densité uniforme délimité par un cercle est au centre de ce cercle.

3 - Le centre de gravité d’une coque sphérique de densité uniforme est au centre de la sphère.

4 - Le centre de gravité d’une sphère solide de densité uniforme est au centre de la sphère.

5 - Le centre de gravité d’un solide en forme de parallélépipède rectangle de densité uniforme est en son centre géométrique.

6 - Le centre de gravité d’une coque cylindrique circulaire droite de densité uniforme est au milieu de son axe.

7 - Le centre de gravité d’un solide en forme de cylindre circulaire droite de densité uniforme est au milieu de son axe.

8 - Le centre de gravité d’un prisme droit de densité uniforme est au milieu de l’axe parallèle à ses arêtes latérales et passant par les centres de gravite de ses bases, considérées comme plaques de densité uniforme.

Example

(3) 3) Une plaque mince circulaire homogène a une aire de 200 cm^2 . On y fait un trou circulaire de 40 cm^2 , d’aire et dont le centre est à 4 cm de celui de la plaque. Déterminez le centre de gravité de partie restante.

Solution

	masse	Distance du centre de gravité de E
plaque	m	0
trou	$-\frac{1}{5}$ m	4
partie restante	$\frac{4}{5}$ m	x

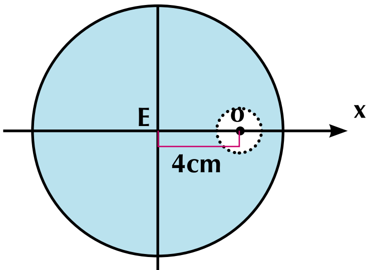


Figure (25)

Soit la masse de la plaque est m

$\because$ La masse de la plaque = 200 cm^2 , la masse du trou = 40 cm^2.

$\therefore$ la masse du trou $= -\frac{1}{5}$ m.

$$\therefore x_2 = \frac{m\, x_G - m_1\, x_1}{m - m_1} = \frac{m \times 0 - \frac{1}{5}\, m \times 4}{m - \frac{1}{5}\, m} = \frac{-4\, m}{5\, m - m} = -1$$

$\therefore$ le centre de gravité de partie restante distance de 1 cm dans la direction de $\overrightarrow{OE}$.

Essayer de résoudre

(3) Une plaque mince homogène en épaisseur et en densité a la forme d'un disque circulaire de centre le point d'origine de rayon 6 unités de longueur. On enlève deux disques, le premier a pour centre le point (-1 ; - 3) et pour rayon une unité de longueur, le second a pour centre le point (1 ; 2) et pour rayon 3 unités de longueur. Trouvez le centre de gravité de partie restante du disque d'origine.

Example

(4) ABCD est une plaque mince homogène rectangulaire dans laquelle AB = 30 cm et BC = 80 cm. On enlève de cette plaque le triangle ABE où E est le milieu de $\overline{AD}$, La plaque restante est ensuite suspendue librement par le sommet C. Trouver la mesure de l'angle d'inclinaison du côté $\overline{CB}$ sur la verticale à l'état d'équilibre. Sachant que la masse de la plaque est m, quelle masse faut-il fixer au sommet D pour que $\overline{BC}$ soit incliné de 45° sur la verticale ?

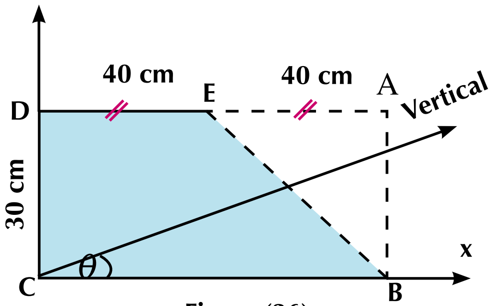


Figure (26)

Solution

Premièrement : Détermination de la mesure de l'angle d'inclination du côté $\overline{CB}$ sur la verticale

$$\frac{\text{l' aire du triangle ABE}}{\text{l' aire du carré ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times 30 \times 40}{30 \times 80} = \frac{1}{4}$$

$\therefore$ La masse du rectangle ABCD = m et La masse du triangle ABE $= -\frac{1}{4}$ m

Construisons la table de coordonnées suivant :

	Rectangle	Triangle
masse	m	$-\frac{1}{4}m$
x	40	$\frac{80+80+40}{3} = \frac{200}{3}$
y	15	$\frac{0+30+30}{3} = 20$

$$\therefore\ x_G = \frac{m \times 40 - \frac{1}{4}m \times \frac{200}{3}}{m - \frac{1}{4}m} = \frac{280}{9}$$

$$y_G = \frac{m \times 15 - \frac{m}{4} \times 20}{m - \frac{1}{4}m} = \frac{40}{3}$$

$$\text{Tan}\,\theta = \frac{y}{x} = \frac{40}{3} \div \frac{280}{9} = \frac{3}{7} \qquad \therefore\ m(\angle\theta) = 23^\circ\ 12'$$

Deuxièmement : quand on fixe une masse k en D pour que $\overline{BC}$ soit incliné de 45° sur la verticale à l'état d'équilibre.

$\tan\theta = \frac{y}{x}$ $\quad\therefore \tan 45° = \frac{y}{x}$

$\therefore 1 = \frac{y}{x}$ $\quad\therefore y = x$

	Rectangle	Triangle	Weight en O
masse	m	$-\frac{1}{4}m$	w
x	40	$\frac{200}{3}$	0
y	15	20	30

$\because x_3 = y_3$

$$\therefore \frac{40m - \frac{200}{12}m}{\frac{3}{4}m + W} = \frac{15m - 5m + 30W}{\frac{3}{4}m + W}$$

$\therefore \frac{40}{3}m = 30W$ $\quad\therefore W = \frac{4}{9}m.$

Essayer de résoudre

4) ABCD est une plaque mince homogène rectangulaire dans laquelle AB = 6 cm et BC = 8 cm. On enlève de cette plaque une partie à en forme carré du sommet B, de 4cm de côté, Trouvez la distance du centre de gravité de la partie restante aux chacun de $\overline{CD}$ et $\overline{CB}$. La plaque restante est ensuite suspendue librement par le sommet C. Trouver la tangente de l'angle d'inclinaison du côté $\overline{CB}$ sur la verticale à l'état d'équilibre.

Exercises 6 - 2

Premièrement : Complétez ce qui suit :

1. Le point fixe du corps par lequel passe la ligne d'action de la résultante des points matériels qui forme ce corps quelle que soit la position su corps par rapport à la terre est appelé ....
2. Le centre de gravité de ce corps librement suspendue appartient à la ligne verticale passant par ....
3. Le centre de gravité d'une barre mince de densité constante est situé ....
4. Le centre de gravité d'une plaque homogène mince, délimité par un parallélogramme est situé ....
5. Le centre de gravité d'une plaque homogène mince, délimité par un triangle est situé ....
6. Si une plaque géométrique mince admet un axe de symétrie, alors son centre de gravité appartient ....
7. Si un solide géométrique admet un plan de symétrie, alors son centre de gravité appartient à ....
8. Le centre de gravité d'une plaque de densité uniforme délimité par cercle est situé ....
9. Le centre de gravité d'une sphère solide de densité uniforme est situé ....
10. Le centre de gravité d'un solide en forme de parallélépipède rectangle de densité uniforme est situé ....
11. Le centre de gravité d'une coque cylindrique circulaire droite de densité uniforme est situé ....

Deuxièmement : Répondrez aux questions suivantes:

12. Quatre masses égales, sont placées aux sommets A ;B ;C et D d'un carré de 80 cm de côté une cinquième masse de même valeur que les autres est placé au son centre. Trouvez le centre de gravité du système. Si la masse en A est enlevée, déterminez le centre de gravité du système restant en utilisant la méthode de masses négative.
13. Une plaque mince homogène a la forme d'un disque circulaire de rayon 30 cm de longueur. On enlève un disque circulaire de rayon 10 cm de longueur dont le centre est à 20 cm de celui de la plaque. Trouvez le centre de gravité de partie restante.
14. ABC est un triangle équilatérale de 12 cm de côté, G son centre de gravité. On enlève le triangle GBC. Trouvez le centre de gravité de partie restante.

15 plaque mince homogène a la forme d'un triangle isocèle ABC dans le quel AB = AC, $\overline{AD}$ est la hauteur du triangle de 45 cm de longueur, on trace une droite parallèle à la base $\overline{BC}$ passant par le centre de gravité de la plaque qui coupe $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ en E et F respectivement. Démontrez que le centre de gravité du quadrilatère EBCF appartient à $\overline{AD}$ de 7 cm du point D.

16 Un fil métallique homogène de 100 cm de longueur forme 5 côté d'un hexagone régulier ABCDEF. Trouver la distance du centre de gravité au centre de l'hexagone. Le fil est ensuite suspendu librement par le point A. Calculez la mesure de l'angle d'inclination de $\overline{AB}$ sur la vertical à l'état d'équilibre.

17 ABCD est plaque mince homogène rectangulaire dans laquelle AB = 30 cm et BC = 60 cm. E est le milieu de $\overline{AD}$,N est le milieu de $\overline{DC}$ On enlève de cette plaque le triangle EDN La plaque restante est ensuite suspendue librement par le sommet B. Trouver à l'état d'équilibre la tangente de l'angle qui fait le côté $\overline{BC}$ avec la verticale.

18 ABCD est plaque homogène en forme de carré de 36 cm de côté, ses diagonales se coupent en M, E est le milieu de $\overline{DM}$ On enlève de cette plaque le triangle EAD. Trouvez le centre de gravité de partie restante. La plaque restante est ensuite suspendue librement par le sommet A. Trouver à l'état d'équilibre la mesure de l'angle d'inclination de côté $\overrightarrow{AB}$ sur la verticale.

19 ABCD est plaque homogène en forme de carré de 8 cm de côté. On enlève de la plaque un disque de 2 cm de rayon, centré en un point situé à 3 cm de $\overline{AB}$ et de $\overline{BC}$, Trouvez la distance du centre de gravité de la partie restante à $\overline{DC}$, $\overline{AD}$.

20 ABCD est plaque homogène en forme de carré de 40 cm de côté. On y fait un trou circulaire de 100 cm^2 d'aire et son centre en un point de la diagonale $\overline{BD}$ qui la partage dans le rapport 1 : 4 à partir de B. La plaque restante est ensuite suspendue librement par le sommet A. Trouver à l'état d'équilibre la mesure de l'angle d'inclination de côté $\overline{AB}$ sur la verticale.

Résumé de l'unité

1) **Le centre de gravité d'un corps** rigide est un point fixe dans le corps, par lequel passe la ligne d'action de la force du poids de ce corps, quelle que soit la position de ce corps par rapport à la Terre.

2) **Remarque sur le centre de gravité :**

Le centre de gravité d'un corps rigide sa change si le corps change sa forme, car les distances entre ses points matériels serons changés.

Le corps homogène : C'est un corps dont la masse d'une unité de longueur ou d'aire ou de volume de ce corps est toujours fixe.

3) **Vecteur de position du centre de gravité d'un corps rigide par rapport au point d'origine:**

Si P_1 , P_2 , P_3 ,....... sont les poids des points matériels formant le corps et $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$, $\vec{r_3}$,....... , $\vec{r_n}$ sont les vecteurs positions de ces points matériels par rapport à l'origine. Alors :Le vecteur position $\vec{r_G}$ du centre de gravité par rapport au point d'origine se détermine par la formule:

$$\vec{r_G} = \frac{m_1 \vec{r_1} + m_2 \vec{r_2} + m_3 \vec{r_3} + ... + m_n \vec{r_n}}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}$$

On peut écrire les relations vectorielles en fonctions des composantes suivant les axes OX et OY on obtient la relation:

$$X_G = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 X_3 + ... + m_n X_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}$$

$$Y_G = \frac{m_1 Y_1 + m_2 Y_2 + m_3 Y_3 + ... + m_n Y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} ,$$

4) **Suspension libre d'un corps rigide :** Lors de la suspension libre d'un corps rigide de l'un de ses points, le centre de gravité de ce corps appartient à la ligne verticale passant par le point de suspension

5) **Le centre de gravité d'une barre mince de densité** constante est situé au milieu de cette barre.

6) **Le centre de gravité d'une plaque homogène mince**, délimité par un parallélogramme est situé au centre géométrique du parallélogramme (point d'. intersection des diagonales).

7) **Le centre de gravité d'une plaque homogène mince, délimité par un triangle** est situé au point d'intersection des médianes de ce triangle.

8) **Considérons un corps de masse** (m) et la masse de la partie coupée (- m_1), la masse de la partie de la partie droit restante ($m - m_1$) Donc $\vec{r_2}$ est donné par la relation suivante:

$$\vec{r_2} = \frac{m \vec{r_G} - m_1 \vec{r_1}}{m - m_1}$$

On peut écrire la relation vectorielle précédente en fonction des composantes algébriques dans un repère cartésien :

$\overrightarrow{OX}$ et $\overrightarrow{OY}$, on obtient les coordonnées de la partie restante qui sont :

$$x_2 = \frac{m x_G - m_1 x_1}{m - m_1} , \quad y_2 = \frac{m y_G - m_1 y_1}{m - m_1}$$

9) **Si une plaque géométrique mince admet un axe de symétrie,** alors son centre de gravité appartient à cet axe.

10) **Si une solide géométrique admet un plan de symétrie,** alors son centre de gravité appartient à ce plan.

11) **Cas particuliers**

- Le centre de gravité d'un fil de densité uniforme en forme de cercle est au centre de ce cercle.
- Le centre de gravité d'une plaque de densité uniforme délimité par cercle est au centre de ce cercle.
- Le centre de gravité d'une coque sphérique de densité uniforme est au centre de la sphère.
- Le centre de gravité d'une sphère solide de densité uniforme est au centre de la sphère.
- Le centre de gravité d'un solide en forme de parallélépipède rectangle de densité uniforme est en son centre géométrique.
- Le centre de gravité d'une coque cylindrique circulaire droite de densité uniforme est au milieu de son axe.
- Le centre de gravité d'un solide en forme de cylindre circulaire droite de densité uniforme est au milieu de son axe.
- Le centre de gravité d'un prisme droit de densité uniforme est au milieu de l'axe parallèle à ses arêtes latérales et passant par les centres de gravite de ses bases, considérées comme plaques de densité uniforme.

Exercices généraux

Premièrement : Choisirez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

1. Le centre de gravité de trios masses égales 2 kg chacune sont placées aux sommets d'un triangle rectangle dont les longueurs de côtés de l'angle droit sont 3cm et 4 cm est:

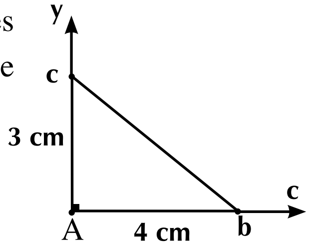


Figure (35)

a $(1, \frac{4}{3})$ b $(2, \frac{3}{2})$

c $(\frac{4}{3}, 1)$ d $(\frac{3}{3}, 2)$

2. Le centre de gravité de deux points matériels séparés par une distance fixe appartient au segment joignant ces deux points, et le partage sa longueur dans des rapports :

a directe. b inverse. c quelconque. d constants.

3. Le centre de gravité du système suivant : $m_1 = 1$ kg en (2 , 3) , $m_2 = 2$ kg en (- 2 , 1) $m_3 = 3$ kg en (0 , 1) est:

a $(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ b $(\frac{7}{6}, \frac{4}{3})$ c $(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3})$ d (0, 1)

4. La distance du centre de gravité d'un système de deux masses, 6 et 9 kg, distance de 10 mètres à la premier force est égale à :

a 3 mater b 4 mater c 5 mater d 6 mater

5. La distance du centre de gravité d'un plaque mince homogène a la forme d'un triangle équilatérale de 12 cm de côté de l'un des sommets du triangle est :

a $2\sqrt{3}$ cm b $4\sqrt{3}$ cm c 6 cm d $6\sqrt{3}$ cm

6. Une plaque homogène à la forme d'un triangle équilatérale est suspendue librement par un fil d'un point de l'un de ses côtés qui le partage dans le rapport 1 : 2 , alors la mesure de l'angle d'inclination de ce côté sur la verticale est égale à :

a 22,5° b 30° c 45° d 60 °

7. Dans la figure ci-contre ABCD est un fil de 32 cm de longueur, dans le quel AB = 2BC = 2CD = 16 cm, alors la distance du centre de gravité du fil aux chacun de $\overleftrightarrow{BC}$ et $\overleftrightarrow{BA}$ respectivement est :

a (3, 3) b (4 ,4) c (3, 5) d (4, 8)

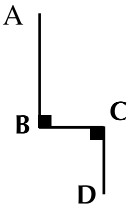


Figure (36)

Deuxièmement : Répondrez aux questions suivantes :

8. ABC est un triangle rectangle en B, dans lequel AB = 3cm, BC = 4cm ; trois masses égales à m sont placées en B ; le milieu de $\overline{AB}$ le milieu de $\overline{AC}$ Trouvez le centre de gravité de ces trois masses.

9 Une plaque mince homogène en densité délimité par un triangle ABC rectangle en B, dans le quel AB = BC = 9 cm. On enlève de cette plaque le triangle ABG où G est le centre de gravité du triangle. La plaque restante est ensuite suspendue librement par le point B. Trouver la tangente de l'angle d'inclination du côté $\overline{BC}$ sur la verticale à l'état d'équilibre.

10 AB est une barre homogène de longueur 24 cm et de masse 2 kg, une masse de 2 kg est fixé au point A une autre masse de 3 kg est fixé au point C de la barre à 8 cm de B Déterminez le centre de gravité du système par rapport à l'extrémité B.

11 ABCD est un carré de 4cm de côté. Des masses 6 ; 4 ; 3 ; 2 grammes sont placées aux points A ; B ;C; D respectivement, une masse 10 g est placée au milieu de $\overline{AB}$. Trouvez la distance du centre de gravité du système par rapport aux $\overline{CD}$ et $\overline{CB}$.

12 Un fil mince homogène en densité et en épaisseur est plié en forme d'un triangle ABC rectangle en B, dans le quel AB = cm ; BC = 4 cm. Trouvez la distance du centre de gravité du fil par rapport chacun de $\overline{BA}$ et $\overline{BC}$, puis du point B.

13 Un fil mince homogène en densité et en épaisseur de longueur 40 cm est plié en forme d'un trapèze ABCD , dans le quel AB = 16 cm ; CD = 8 cm ; DA= 6 cm, $m(\angle DAB) = m(\angle CDA) = 90°$. Trouvez la distance du centre de gravité du fil par rapport aux côtés $\overline{AD}$ et $\overline{AB}$. Si le fil est suspendu librement du point A. Trouver à l'état d'équilibre la tangente de l'angle qui fait de côté $\overline{AB}$ sur la verticale.

14 Une plaque mince homogène en densité en forme d'un trapèze ABCD , dans le quel $m(\angle A) = m(\angle D) = 90°$, CD = 40 cm , AD = 60 cm ; AB = 120 cm. Trouvez la distance du centre de gravité de la plaque par rapport chacun de $\overline{AD}$ et $\overline{AB}$.

15 Un fil mince homogène en densité et en épaisseur de longueur 120 cm et de masse 600 g, est plié en forme d'un triangle ABC rectangle en B, dans le quel AB = 30 cm ; une masse m g est fixé au point A. Si le fil est suspendu librement du point B. Trouver la valeur de m, si à l'état d'équilibre $\overline{AC}$ est horizontal.

16 plaque mince homogène en épaisseur et en densité a la forme d'un disque circulaire de centre le point d'origine de rayon 24 cm. On enlève deux disques, l'un d'eux a pour centre le point (-2 ; - 12) et pour rayon 24 cm, le second a pour centre le point (6 ; 10) et pour rayon 12 cm. Trouvez le centre de gravité de partie restante du disque d'origine.

17 ABCD est plaque mince homogène rectangulaire dans laquelle AB = 40 cm et BC = 60 cm. Ces diagonales se coupent en M. On enlève de cette plaque le triangle BCM. La plaque restante est ensuite suspendue librement par le sommet C. Trouver la tangente de l'angle d'inclination du côté $\overline{CB}$ sur la verticale à l'état d'équilibre.

18 ABCD est plaque homogène en forme de carré de 48 cm de côté et de masse 40 g, les points L et M sont les milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{AD}$ respectivement. On enlève de cette plaque le triangle ALM et on fixe en chacun de C et D une masse égale à celui du triangle coupé et en B une masse égale au double de celui du triangle coupé. Le système est ensuite suspendu librement par le point C. Trouver la tangente de l'angle d'inclination du côté $\overline{BC}$ sur la verticale à l'état d'équilibre.

19 Une plaque mince homogène en densité et en épaisseur est plié en forme d'un triangle ABC rectangle en B, dans le quel AB = 12 cm ; BC = 20 cm. Si X ; Y ; Z sont les milieux de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ et $\overline{CA}$ respectivement. On découpe le triangle CYZ qui est ensuite fixé sur le triangle YBX. Le système est ensuite suspendu librement par le point B. Trouver la tangente de l'angle d'inclination du côté $\overline{BC}$ sur la verticale à l'état d'équilibre.

20 Une plaque mince homogène a la forme d'un triangle isocèle ABC dans le quel AB = AC = 26 cm, BC = 20 cm. $\overrightarrow{AD} \perp \overline{BC}$ qui coupe $\overline{BC}$ en D , si E est le milieu de $\overline{AD}$, On découpe le triangle EBC. Trouvez la distance du centre de gravité de la partie restante du point E.

21 Une plaque homogène en densité et en épaisseur en forme de carré ABCD de 48 cm de côté, ses diagonales se coupent en M, On découpe le triangle CMD qui est ensuite fixé sur le triangle CMB de tel sorte que $\overline{MD}$ et $\overline{MB}$. soient superposables. Trouvez la distance du centre de gravité de la plaque à chacun de $\overline{BA}$ et $\overline{BC}$.

22 ABCD est plaque mince homogène en densité et en épaisseur rectangulaire de centre M, dans laquelle AB = 16 cm et BC = 20 cm. Les points E et F sont appartient à $\overline{AB}$ tel que AE = BF = 3 cm , On enlève de cette plaque le triangle MEF. Trouvez la distance du centre de gravité de la partie restante du $\overline{CD}$ et $\overline{AD}$. La plaque restante est ensuite suspendue librement par le sommet D. Trouver la tangente de l'angle d'inclination de $\overline{DA}$ sur la verticale à l'état d'équilibre.

23 Les masses 10 ; 20 ;10 ; 30 ;10 ;40 kg sont placées aux sommet A ; B ; C ; D ; E ; F respectivement d'un hexagone régulière de 60 cm de côté. Trouvez la distance du centre de gravité du système au centre de l'hexagone.

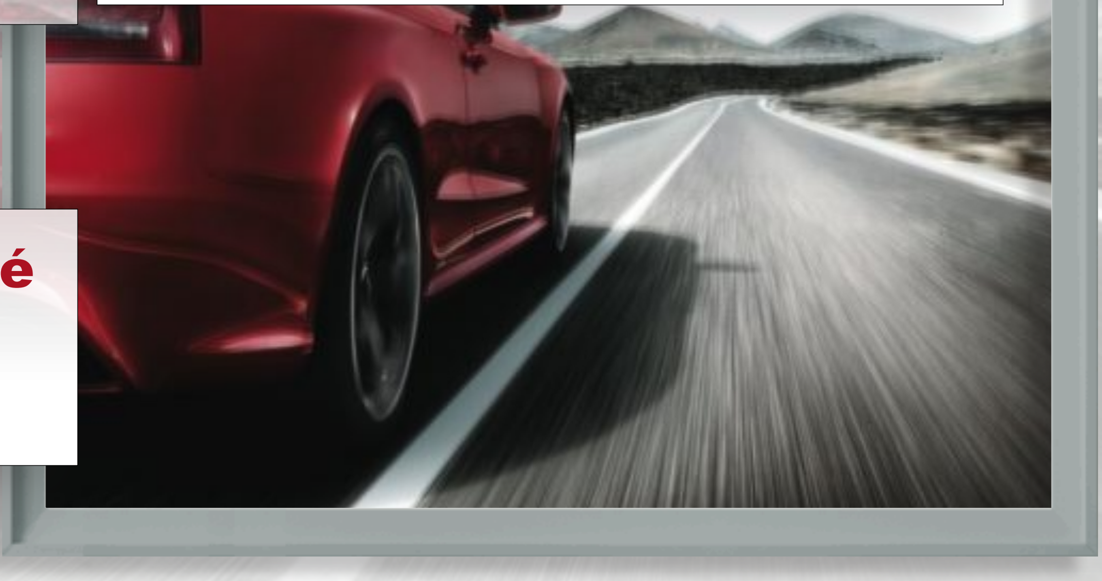
24 Une plaque mince homogène en densité a la forme d'un rectangle ABCD dans laquelle AB = 25 cm et BC = 16 cm. Les points E ∈ $\overline{BC}$ et point F ∈ $\overline{BA}$ tel que BE = 10 cm On enlève de cette plaque le triangle BEF. La plaque est mise dans un plan vertical tel que $\overline{CE}$ est confondu sur une table horizontal lisse, la plaque est alors sur le point de tournée autour (E). Trouvez la longueur de $\overline{BF}$.

Pour plus des activités et des exercices visiter le site
www.sec3mathematics.com.eg

[2]
Dynamique

Mouvement rectiligne

Unité
1



Introduction

Dans cette unité, on va étudier le mouvement rectiligne d'une particule qui se déplace. Analyser ce mouvement, étudier la position, déplacement, vecteur vitesse, et l'accélération de la particule et les déterminer en un instant quelconque durant le mouvement de la particule en une droite si le mouvement est uniforme ou uniformément varié en utilisant les méthodes de l'intégral ou la dérivation pour déduire les éléments de cette étude. On va analyser le mouvement rectiligne graphiquement en utilisant les courbes du mouvement et les utiliser pour résoudre des problèmes divers. L'étude de cette unité n'est pas uniquement sur les particules, mais sur les voitures, les trains, les avions et d'autre

Objectifs de l'unité

A la fin de l'étude de cette unité, l'élève doit être capable de :

- Exprimer la vitesse si le déplacement est une fonction de temps ($v = \frac{dD}{dt}$)
- Exprimer l'accélération si la vitesse est une fonction de temps ($a = \frac{dv}{dt}$)
- Exprimer l'accélération comme une fonction de déplacement si la vitesse est une fonction de déplacement ($a = v\frac{dv}{dD}$)
- Si D ; v et a sont des fonctions en temps, alors
  - $v = \frac{dD}{dt} \Leftrightarrow \int v dt = \int dD \quad \therefore D = \int v dt$
- $a = \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \int a dt = \int dv \quad \therefore v = \int a dt$
- Si a est une fonction de déplacement, alors
  - $a = V\frac{dV}{dD} \Leftrightarrow \int a dD = \int v dv$

Vocabulaires de base

- Mouvement rectiligne
- Position
- Déplacement
- Distance
- Vecteur de vitesse moyenne
- vitesse moyenne
- Vecteur de vitesse
- Vitesse
- Accélération moyenne
- Accélération

Leçons de l'unité

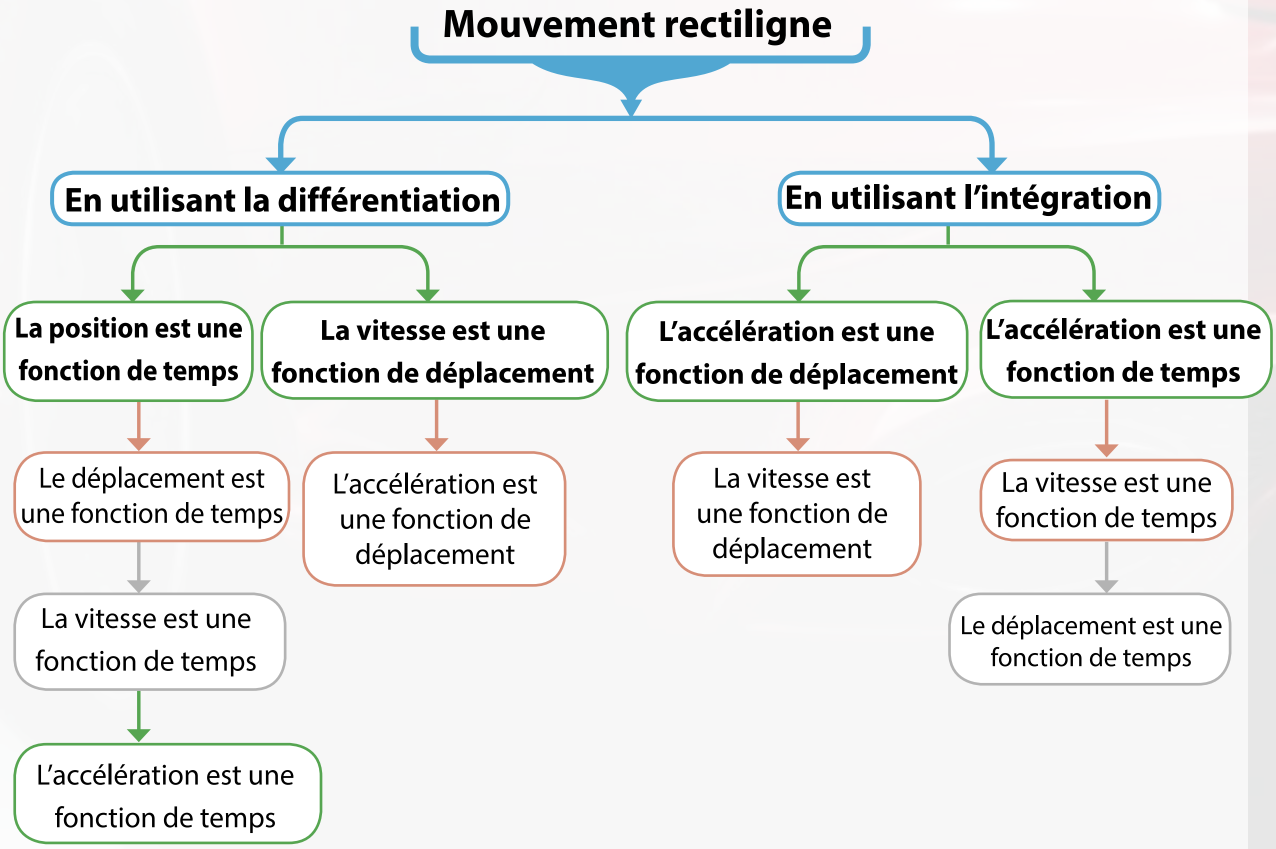
(1 -1): dérivation des fonctions vectorielles

(1 -2): intégration des fonctions vectorielles

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique
- logiciel de graphisme

Organigramme de l'unité



unité 1

1 - 1

Dérivée de fonctions vectorielles

A apprendre

- Si $\overrightarrow{D}$ est une fonction de temps , alors $\overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{D}}{dt}$
- Si $\overrightarrow{v}$ est une fonction de temps, alors $\overrightarrow{a} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt}$
- Si $\overrightarrow{v}$ is est une fonction de déplacement $\overrightarrow{D}$ alors $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{v}\frac{dv}{dt}$

Vocabulaires de base

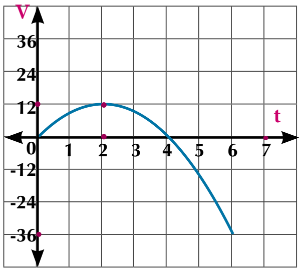
- Mouvement rectiligne
- Position
- Distance
- Vitesse
- Vecteur de vitesse
- Accélération moyenne
- Vecteur de vitesse instantanée
- Vecteur de vitesse moyenne
- Accélération moyenne
- Accélération

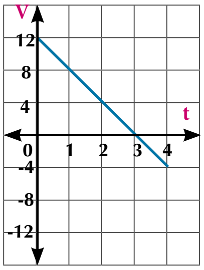
Aide pédagogique

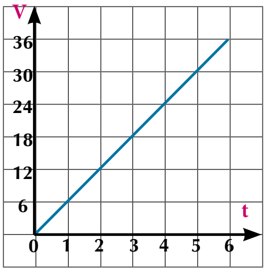
- Calculatrice scientifique
- logiciel de graphisme

Réfléchissez et discutez

Chacune des figures suivantes représente la courbe représentative de la vitesse – temps d'une particule qui se déplace sur une ligne droite.







D'après l'étude de ces courbes

1. Pouvez-vous déterminer la vitesse de particule au début du mouvement ? puis dans 2 seconds ? Dans 4 seconds ?
2. Comment pouvez vous calculer le déplacement de particule quand $t = 2$; $t = 4$
3. Pouvez-vous déterminer l'accélération du mouvement de particule?

Apprendre

1- Mouvement rectiligne

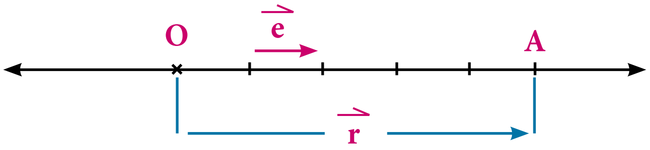
Si une particule se déplace sur une ligne droite, on dit que le corps se déplace dans un mouvement rectiligne.

2- position d'un particule

Quand une particule se déplace dans un mouvement rectiligne, alors elle occupe une certaine position sur une ligne droite. Pour déterminer la position $\overrightarrow{r}$, d'une particule en un instant quelconque t, on choisit un point fixe sur la droite comme point d'origine et la direction positive sur la droite.

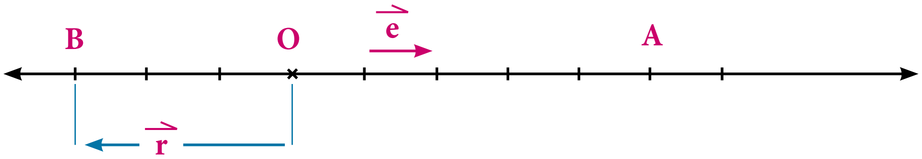
Par exemple

Quand la particule est en A sur la droite, alors $\overrightarrow{r} = 5\overrightarrow{e}$



où $\overrightarrow{e}$ est un vecteur unitaire de même sens que $\overrightarrow{OA}$,

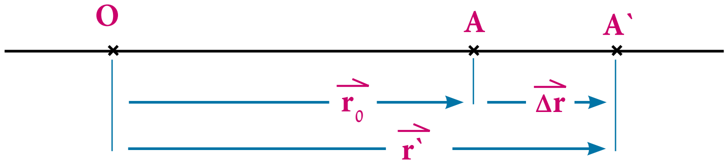
Mais si la particule est en B sur la droite, alors $\vec{r} = -3\vec{e}$



Remarquez que la position de la particule est une quantité vectorielle. On peut l'exprimer comme une fonction de temps **c-à-d** $\vec{r} = f(t)$ et mesuré par mètre dans le système international des unités

3- Déplacement

Le déplacement d'une particule est défini par le changement de sa position



Si une particule se déplace d'une position A à la position A' sur une droite, **alors:**
Le déplacement $\vec{D} = \Delta\vec{r}$ où $\Delta\vec{r} = \vec{r}\,` - \vec{r}_0$, dans ce cas là $\Delta\vec{x}$ est positif car la position finale de la particule A'est située à la droite de la position initiale A. Si la position finale de la particule A'est située à la gauche de la position initiale A, alors $\Delta\vec{r}$ est négatif.

- Le déplacement de la particule $\vec{D}$ est une quantité vectorielle. On peut l'exprimer comme une fonction de temps t, **c-à-d,** $\vec{D} = f(t)$, Le déplacement est caractérisé par la distance parcourue par la particule et plus particulièrement la distance est une quantité scalaire positive représentant la longueur totale d'un trajet parcourue par la particule.
- On utilise les symboles x pour exprimer la mesure algébrique du vecteur de position $\vec{r}$ et D pour le vecteur de déplacement.
- Si la position de la particule au début de mesurer le temps est au point d'origine, alors $\vec{r}_0 = \vec{o}$ et $\vec{D} = \vec{r}$

4- Vecteur vitesse

Si $\vec{D} = \Delta\vec{r}$ est le déplacement d'une particule durant un intervalle du temps Δt , alors le vecteur de vitesse moyenne $\vec{V}_m$ est égal au quotient de déplacement par le temps

c-a-d $\vec{V}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{r}\,(t+\Delta t) - \vec{r}\,(t)}{\Delta t}$

Le vecteur de vitesse instantanée $\vec{V}$ est défini par la relation

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}\,(t+\Delta t) - \vec{r}\,(t)}{\Delta t}$$

D'après la définition de la dérivée, on peut déduire que $\vec{V} = \frac{d\vec{D}}{dt}$ (pente de la tangente de la courbe représentant position – temps)

Comme $\vec{r}_0$ est un vecteur constant, donc vecteur de vitesse est égal au taux de variation de déplacement par rapport au temps $\vec{V} = \frac{d\vec{D}}{dt}$ (pente de la tangente de la courbe représentant déplacement – temps) La norme du vecteur vitesse est mesurée par m/sec dans le système international des unités

➲ On peut utiliser le symbole v pour exprimer la mesure algébrique du vecteur vitesse.

5- La vitesse

Si $\vec{V}$ (t)est le vecteur vitesse d'une particule qui se déplace sur une ligne droite, alors la vitesse est la quantité scalaire qui exprime la norme du vecteur vitesse c'est-à-dire vitesse = $\|\vec{V}\| = \left\|\frac{d\vec{D}}{dt}\right\| = \left\|\frac{d\vec{r}}{dt}\right\|$

Si v est la mesure algébrique du vecteur vitesse, D est la mesure algébrique du vecteur de position, alors la vitesse $= |V| = \left|\frac{dD}{dt}\right| = \left|\frac{dr}{dt}\right|$

Exemple

1. Un corps est lancé, verticalement, vers le haut. Dans t seconds sa hauteur D est donnée par la relation $D = 49\,t - 4{,}9\,t^2$ où D est mesurée par mètre
   - **a** Trouvez la hauteur maximale.
   - **b** Trouvez la mesure algébrique du vecteur vitesse quand le corps à 78,4 mètres puis trouvez sa vitesse à ce moment
   - **c** Tracez la courbe de positon-temps et la courbe de la vitesse-temps et les utilisez pour analyser le mouvement.

Solution

Dans le mouvement rectiligne, on considère que D mesure la hauteur (position) , v est positive dans le cas de mouvement vers le haut.

$\because D(t) = 49\,t - 4{,}9\,t^2$ $\because v(t) = \frac{dD}{dt}$ $\therefore v(t) = 49 - 9{,}8\,t$

a Le corps atteint la hauteur maximale quand V = 0

$\therefore 49 - 9{,}8\,t = 0$ $\therefore t = 5$ sec

$\therefore$ La hauteur maximale= $D(5) = 49 \times 5 - 4{,}9 \times 5^2 = 122{,}5$ mètres

b Le corps atteint la hauteur 78,4 quand D = 78,4

$\therefore 49\,t - 4{,}9\,t^2 = 78{,}4$ $\therefore 4{,}9\,t^2 - 49\,t + 78{,}4 = 0$

En divisant les deux membres de l'équation par 4,9 $t^2 - 10\,t + 16 = 0$

$\therefore (t - 2)(t - 8) = 0$ $\therefore t = 2$ sec or $t = 8$ sec

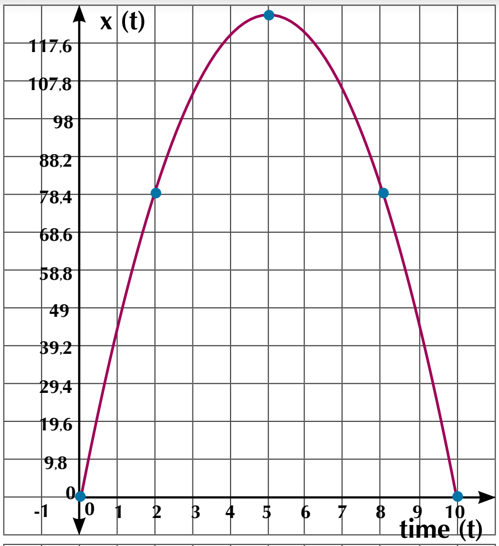
$\therefore v(2) = 49 - 9{,}8 \times 2 = 29{,}4$ m/s $\therefore v(8) = 49 - 9{,}8 \times 8 = -29{,}4$ m/s

c-à-d le corps atteint la hauteur 78,4 m en montant dans 2 s et une autre fois en descendant dans 8 s

la mesure algébrique du vecteur vitesse est 29,4 ou - 29,4

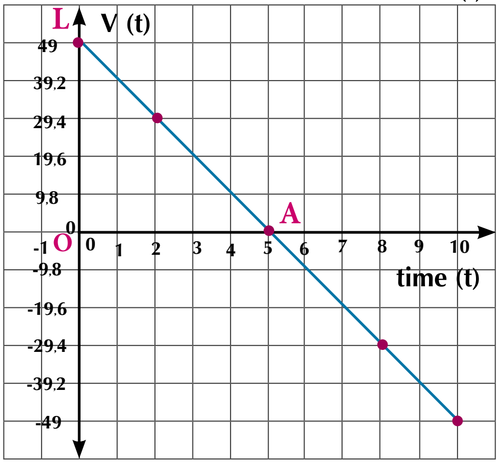
$\therefore$ Vitesse du corps dans les deux cas $= |\pm 29{,}4| = 29{,}4$ m/s

b **D'après la courbe de position- temps, on trouve que :**



- Le corps atteint la hauteur 122,5 m quand t = 5 s **(sommet de la courbe).**
- Le corps arrive au point de lancement une autre fois quand t = 10 s **le point B (10 ; 0))**
- Le temps de la montée est 5 s et le temps de la descente est 5 s
- Le corps atteint la hauteur 78,4 m quand t = 2 s, t = 8 s

D'après la courbe de vitesse - temps, on trouve que:



1- La vitesse initiale du corps est 49 m / s et commence à diminuer pendant] 0 ; 5 [jusque son repos instantané quand t = 5 s. En ce moment le corps est arrivé à la hauteur maximale et sa vitesse commence à augmenter dans le sens inverse dans] 5 ; 10[jusque son arrivé au point de lancement avec la même vitesse de lancement 49 m / s

2- On peut calculer la hauteur maximale d'après la courbe vitesse- temps par l'une des deux méthodes:

- La hauteur maximale = aire du △ OAL = $\frac{1}{2}$ OA × OL = $\frac{1}{2}$ × 5 × 49 = 122,5 mètre carré
- Par le calcul intégral et on va chercher cette méthode en détail plus loin

Réflexion critique : D'après la courbe précédente de vitesse - temps, comment calculez la distance parcourue dans **l'exemple (1)** jusque son arrivé au point de lancement ainsi que son déplacement pendant cette période du temps.

Essayez de résoudre

1 Une particule se déplace sur une ligne droite dont le vecteur position est donné par la relation $\vec{r}$ (t) = (t^2 - 4t + 3) $\vec{e}$ en un instant quelconque où r est mesuré par mètre, t par seconds, $\vec{e}$ est le vecteur unitaire de même sens du mouvement de la particule.

a Trouvez le déplacement pendant les trois premières seconds

b Trouvez le vecteur de la vitesse moyenne de la particule quand t ∈ [0; 2]

c Trouvez le vecteur de la vitesse de la particule quand t = 4

d D'après la courbe de vitesse – temps ; position- temps, analysez le mouvement de la particule et montrez quand la particule change le sens de son mouvement ?

6- Accélération :

Si $\Delta \vec{v}$ exprime la variation du vecteur vitesse pendant une période de temps Δt, alors l'accélération moyenne $\vec{a}_m$ est donnée par la relation

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad \textbf{c-à-d} \quad \vec{a}_m = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

Et l'accélération instantanée $\vec{a}$ est **(accélération)** en un instant t par la relation

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

D'après la définition de la dérivée, on déduit que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

C'est-à-dire l'accélération est le taux de variation du vecteur vitesse par rapport au temps(pente de la tangente de la courbe vitesse-temps) et la norme du vecteur de l'accélération est mesurée par l'unité m/s/s (m/s^2) dans le système international d'unités

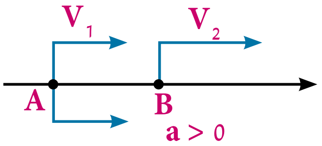
De ce qui précède, on trouve que : si la position de la particule $\vec{r}(t)$ est une fonction de temps, alors le vecteur vitesse $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ et le vecteur accélération $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Attention : Pour les mesures algébriques de la position, la vitesse et l'accélération, on utilise les symboles r ; v ; a

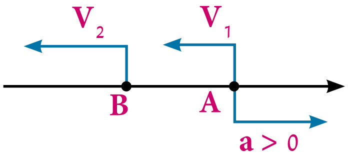
La mesure algébrique du vecteur vitesse et vecteur accélération :

1- Si $a > 0$, alors v augmente, cela signifie que la particule se déplace rapidement dans la direction positive (figure 1) ou la particule se déplace lentement dans la direction négative (figure 2). Dans les deux cas $\Delta V > 0$

(1)

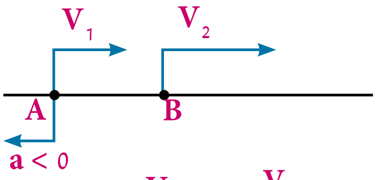


(2)



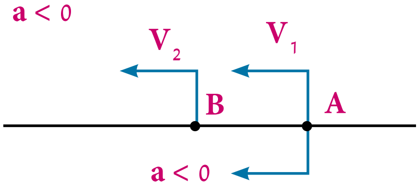
2- Si $a < 0$ alors v diminue, cela signifie que la particule se déplace lentement dans la direction positive (figure 3) ou la particule se déplace rapidement dans la direction négative (figure 4).

(3)



3- Dans les deux cas **(2)** et **(3)** on dit que le mouvement est retardé mais dans les cas **(1)** et **(4)** le mouvement est **(accéléré)**.

(4)



C'est-à-dire : le mouvement est accéléré si $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de même sens $(v\,a > 0)$ et le mouvement est retardé si $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de sens contraire $(v\,a < 0)$

Exemple

2 Une particule se déplace sur une ligne droite, si la mesure algébrique du vecteur déplacement est donné par la relation: $D = t^3 - 6t^2 + 9t$ où D est mesuré par mètre, t par second

a Trouvez l'accélération quand la vitesse s'annule

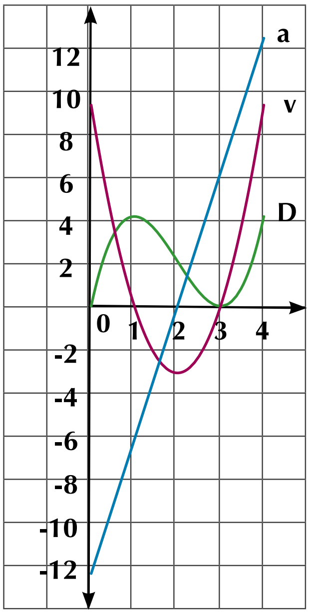
b Trouvez la vitesse quand l'accélération s'annule

c Trouvez la distance parcourue pendant la période de $t = 0$ à $t = 2$.

Solution

$\because D = t^3 - 6\,t^2 + 9\,t$ $\quad\quad \therefore v = \dfrac{dD}{dt} = 3\,n^2 - 12\,t + 9$

$\therefore a = \dfrac{dv}{dt} = 6t - 12$



a La vitesse de la particule s'annule **quand** $3\,t^2 - 12\,t + 9 = 0$

$\therefore t^2 - 4\,t + 3 = 0$

$(t - 1)\,(t - 3) = 0$ $\quad\quad$ quand $t = 1$ ou $t = 3$

a (1) $= 6\,(1) - 12 = -6\ m/s^2$

a (3) $= 6\,(3) - 12 = 6\ m/s^2$

b l'accélération de la particule s'annule **quand** $6\,t - 12 = 0$

$\therefore\ t = 2$

La vitesse $= |V(2)| = |3 \times 4 - 12 \times 2 + 9| = 3\ m/s$

c D'après l'étude de la courbe vitesse- temps du mouvement de la particule ou par l'étude du signe de v(t), on trouve que la particule se déplace dans le sens positif dans l'intervalle $0 \leqslant t < 1$ puis change le sens de son mouvement dans le sens contraire dans l'intervalle $1 < t < 3$.

$\therefore$ La distance parcourue de $t = 0$ à $t = 2$ pendant la premier et la deuxième second

$= |D\,(1) - D\,(0)| + |D\,(2) - D\,(1)|$

$= |4 - 0| + |2 - 4| = 6\ m$

Réflexion critique : A l'aide de la figure précédente, déterminez les intervalles d'accéléré et retardé du mouvement de la particule

Essayez de résoudre :

2 Si le vecteur vitesse d'une particule est donné en fonction du temps par la relation $\vec{v}\,(t) = -\,(t^2 - 6\,t + 5)\,\vec{e}$ où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire de même sens que le mouvement de la particule.

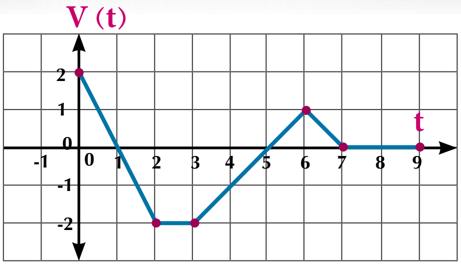
a Quand la particule change le sens de son mouvement ?

b Quand la vitesse de la particule augmente et quand elle diminue ?

c Trouvez la vitesse quand l'accélération s'annule

Réflexion critique :

La figure ci-contre montre la vitesse d'une particule qui se déplace sur une ligne droite



a Quand la particule se déplace vers devant ? Quand elle se déplace en arrière ? Quand sa vitesse augmente? Quand elle diminue ?

b Quand l'accélération du mouvement est positive ? Quand est elle négative ? Quand s'annule t-elle?

c Quand la vitesse de la particule sera maximale ?

d Quand la particule s'arrête pendant plus d'une seconde ?

Déduction de l'accélération quand le vecteur vitesse est une fonction du temps.

Si V = f (r) et r = f(t)

En utilisant la règle de chaîne, on peut déduire que : $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \cdot \frac{dr}{dt}$

c-ad $a = v \times \frac{dv}{dr}$

et c'est une autre forme de l'accélération qu'on peut utiliser quand le vecteur vitesse $\vec{V}$ est une fonction de position $\vec{r}$

Exemple

3 Une particule se déplace sur une ligne droite, si la mesure algébrique du vecteur vitesse $\vec{V}$ est donné par $V = \frac{1}{20}(400 - r^2)$ où r exprime la mesure algébrique de la position $\vec{r}$. Trouvez la mesure algébrique de l'accélération du mouvement $\vec{a}$ quand r = 15

Solution

$\because v = \frac{1}{20}(400 - r^2)$ $\therefore \frac{dv}{dr} = \frac{-1}{10} r$

$\because a = v \frac{dv}{dx}$ $a = \frac{-1}{200} x (400 - r^2)$

Quand r = 15.

$\therefore a = \frac{-1}{200} \times 15 (400 - 225)$ $a = -\frac{105}{8}$ unité d'accélération

Essayez de résoudre :

3 Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre v et r est sous la forme $v = \frac{5}{4 + r}$ où v est mesurée par m / s et r par mètre. Trouvez l'accélération du mouvement quand r = 2 mètres.

Exemple

4) Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre la mesure algébrique v et celle de sa position r est sous la forme $v^2 = 5\,(9 - r^2)$. Trouvez l'accélération quand la vitesse s'annule sachant que la ivitesse est mesurée par m / s et r par m.

Solution

$\because\ v^2 = 5\,(9 - r^2)$ $\qquad \therefore\ 2V\dfrac{dv}{dr} = -\,10\,r$

$\therefore\ 2\,a = -10\,x$ $\qquad \therefore\ a = -\,5\,r$

La vitesse s'annule quand $v = 0$ **d'ou** $5\,(9 - r^2) = 0$ $\qquad \therefore\ r = \pm\,3$

$a\,(3) = -5 \times 3 = -\,15\ m/s^2$ $\qquad a\,(-3) = -5 \times -3 = 15\ m/s^2$

Essayez de résoudre :

4) Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre la mesure algébrique v et celle de sa position r est sous la forme $v^2 = \dfrac{1}{8\,(4 - r^2)}$. Trouvez a en fonction de r où a est la mesure algébrique de l'accélération du mouvement puis trouvez la plus petite vitesse de la particule.

Exercices 1 - 1

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

1) Si une particule se déplace sur une ligne droite, alors la norme de son accélération ....

a) augmente b) diminue c) constante non nulle d) 0

2) La variation du vecteur position d'une particule qui se déplace sur une ligne droite est définie par ....

a) déplacement b) distance c) vecteur vitesse
d) vecteur accélération

3) Si une particule se déplace sur une ligne droite tel que $V = 3e^{t+2}$, alors sa vitesse initiale est égale à ....

a) 3 b) e c) $3e^2$ d) e^2

4) Si une particule se déplace sur une ligne droite et l'équation de son mouvement est $r = tg\ t$, alors son accélération est égale à ....

a) $sec^2 t$ b) $2\ sec\ t$ c) $2v\ x$ d) vx

5) Si une particule se déplace sur une ligne droite et l'équation de son mouvement est $r = 2 + \ln\,(t + 1)$, alors ....

a) sa vitesse et son accélération diminuent toujours
b) sa vitesse et son accélération augmentent toujours
c) sa vitesse diminue et son accélération augmente
d) sa vitesse augmente et son accélération diminue

6 Laquelle des figures suivantes représente une particule dont la vitesse augmente ?

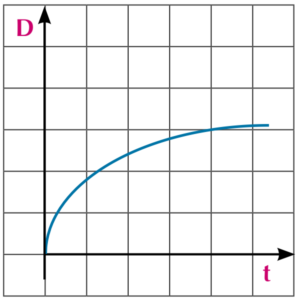


figure a

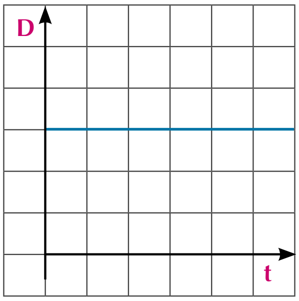


figure b

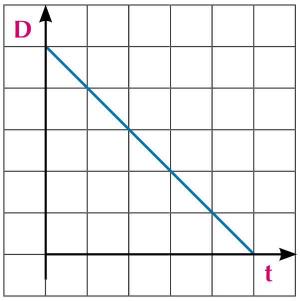


figure c

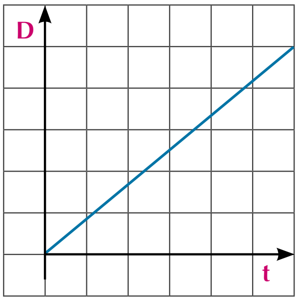


figure d

7 Laquelle des figures suivantes représente une particule qui se déplace avec un mouvement retardé

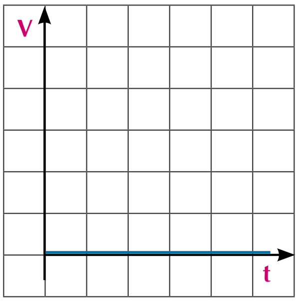


figure a

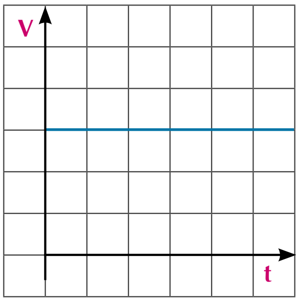


figure b

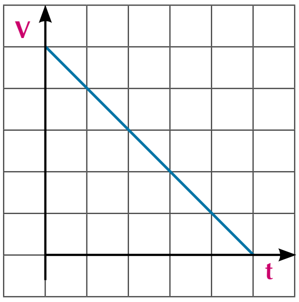


figure c

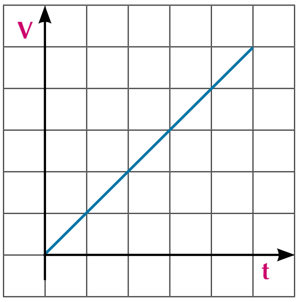


figure d

8 Dans chacune des courbes suivantes **(position-temps),** déterminez le signe de la mesure algébrique du vecteur vitesse. Quand le mouvement est-il accéléré ? Quand est-il retardé ?

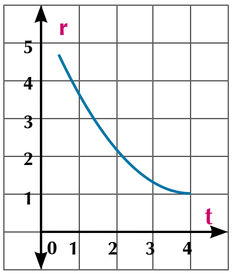


figure (1)

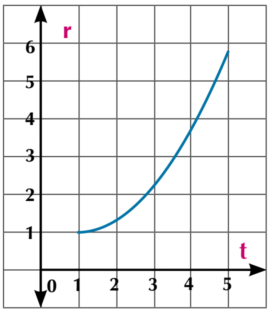


figure (2)

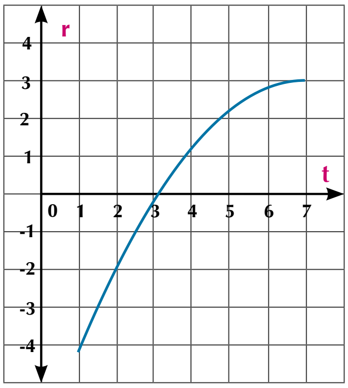


figure (3)

9 Dans chacune des courbes suivantes **(vitesse-temps),** déterminez le signe de l'accélération Quand le mouvement est-il accéléré ? Quand est-il retardé ?

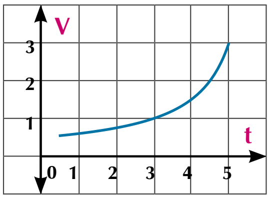


figure (1)

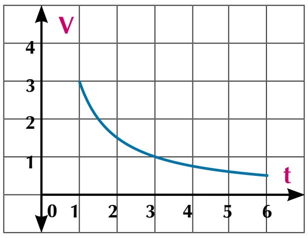


figure (2)

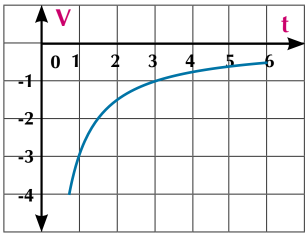


figure (3)

10 Chacune des courbes (1) ;(2) ; (3) représente la courbe position-temps et (4) ; (5) ; (6) représente la courbe vitesse-temps. Reliez chacune des courbes du premier groupe à la courbe correspondant du deuxième groupe B.

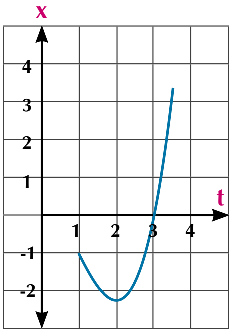


figure (1)

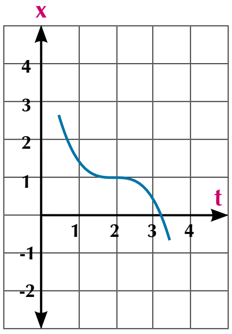


figure (2)

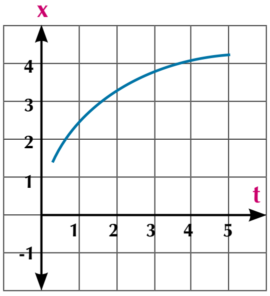


figure (3)

premier groupe

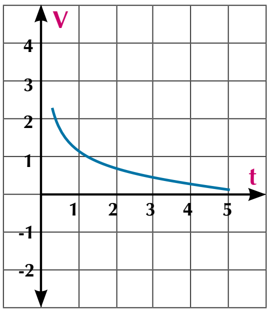


figure (4)

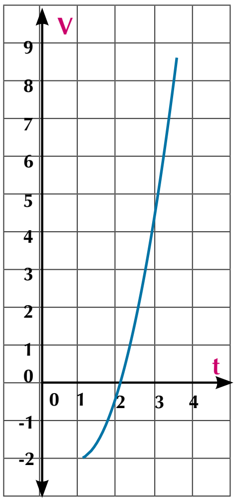


figure (5)

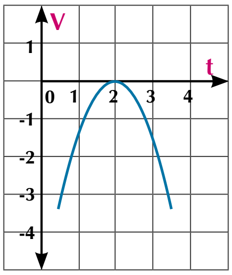


figure (6)

deuxième groupe

11 Si v = 3r, trouvez a en fonction de r puis a quand r = 2

12 Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre la mesure algébrique v et celle de sa position r est sous la forme $V = r + \frac{1}{r}$. Trouvez l'accélération quand r = 2 où la vitesse est mesurée par m/s et r par m

13 Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre la mesure algébrique v et celle de sa position r est sous la forme $V = \frac{1}{r^2}$. Trouvez a en fonction de r puis a quand $x = \frac{1}{2}$.

14 Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre la mesure algébrique v et celle de sa position r est sous la forme $v^2 = 16 - 9 \cos t$. Trouvez la vitesse maximale de la particule et l'accélération à ce moment la

15 Si une particule se déplace sur une ligne droite et l'équation de son mouvement est $r(t) = 3 \cos t + 4 \sin t$ où le temps est mesuré par s et r par m.

- a trouvez la mesure algébrique de déplacement $\overrightarrow{D}$ quand $t = \frac{\pi}{2}$; $t = \pi$
- b trouvez la mesure algébrique du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ quand $t = 0$; $t = \frac{\pi}{2}$; $t = \pi$
- c trouvez le déplacement maximum de la particule.

16 Une particule se déplace sur une ligne droite selon la relation $r = a \sin kt$ où r exprime la mesure algébrique de position , t exprime le temps. a et $k \in R$.

- a trouvez la relation entre v et r où v est la mesure algébrique du vecteur vitesse
- b trouvez v quand $r = \frac{a}{2}$.
- c trouvez le temps mis pour $r = \frac{-a}{2}$ puis trouvez l'accélération à ce moment là.

Intégral de fonctions vectorielles

Unité 1

1 - 2

Travail collectif

Chacune des courbes suivantes représente la courbe vitesse-temps ; la courbe accélération-temps. Montrez que l'aire au dessous la courbe accélération-temps pendent un intervalle quelconque [0 ; t] est égale à la vitesse de la particule en t.

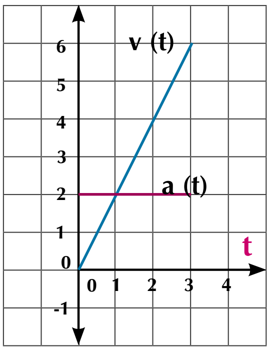


figure (1)

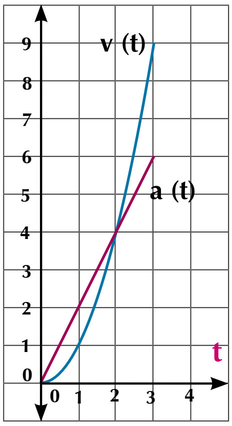


figure (2)

On peut utiliser les courbes tracées ou d'autres logiciels de graphisme pour démontrer la conclusion.

A apprendre

1- Intégral fini

$$\int_a^b f`(x) \cdot dx = f(b) - f(a)$$

Par exemple $\int_1^4 (x^2 + 2x - 1)\, dx$

$= [\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} - x]_1^4$

$= [\frac{x^3}{3} + x^2 - x]_1^4 = [\frac{64}{3} + 16 - 4] - [\frac{1}{3} + 1 - 1] = 33$

On va étudier l'intégral fini au calcul différentiel

2- Déduction de la vitesse et le déplacement

(i) Si $a = \frac{dv}{dt}$, alors $\int a\, d\, t = \int dv$

$\therefore v = \int a\, d\, t$ **(1 - 1)**

Rappel

Les symboles a ; v; r expriment les mesures algébriques de l'accélération; vitesse; position respectivement

A apprendre

- *Si a ; v ; sont deux fonctions du temps, alors $r = \int V\, d\, t$; $V = \int a\, d\, t$*
- *Si l'accélération est une fonction du temps, alors $\int a\, d\, r = \int V\, d\, V$*

Vocabulaires de base

- *intégral*

Aides pédagogiques

- *Calculatrice scientifique*
- *Logiciel de graphisme*

Pour déterminer l'accélération d'un seul mouvement a(t), il faut mettre les conditions initiales de la vitesse initiale v_0 et la position initiale r_0 quand t = 0. Si on peut remplacer l'intégral infini par l'intégral fini avec des bornes convenables, alors on a

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a\, dt$$

$\therefore v - v_\circ = \int_0^t a\, dt$ **(1 - 2)**

= l'aire au dessous la courbe accélération-temps

Et si l'accélération a est constante, alors : $V - V_\circ = a \int_0^t dt$

$\therefore v = v_\circ + a\,t$ **(1 - 3)**

Remarquez que :

On utilise l'équation **(1 - 3)** dans le cas où l'accélération est constante mais si l'accélération est une fonction du temps, on utilise l'équation **(1 - 1)** ou **(1 - 2)** selon l'hypothèses du problème.

(ii) Si $V = \frac{dr}{dt}$ **alors** $\int V\, dt = \int dr$

$\therefore r = \int V\, dt$ **(2 - 1)**

En utilisant l'intégral fini et des bornes convenables, on trouve que :

$$\int_{r_\circ}^{r} dr = \int_0^t v dt$$

$\therefore r - r_\circ = \int_0^t v dt$ (Remarquez que $r - r_\circ = D$) **(2 - 2)**

= l'aire au dessous la courbe vitesse-temps

Si l'accélération est constante, on peut utiliser l'équation **(1 - 3)** :

$\therefore r - r_\circ = \int_0^t (v_\circ + a\,t)\, dt$ $\therefore r - r_\circ = v_\circ t + \frac{1}{2} a\, t^2$

$\therefore r = r_\circ + v_\circ t + \frac{1}{2} a\, t^2$

(iii) Si $a = v \frac{dv}{dr}$ **, alors** $\int a\, dr = \int v\, dv$ **(3 - 1)**

En utilisant l'intégral fini et des bornes convenables, on trouve que :

$$\int_{v_0}^{v} v\, dv = \int_{r_\circ}^{r} a\, dx$$

$\frac{1}{2}(v^2 - v_\circ^2) = \int_{r_\circ}^{r} a\, dx$ **(3 - 2)**

= l'aire au dessous la courbe d'accélération-déplacement

Si l'accélération a est constante, alors $v^2 - v_\circ^2 = 2\,a \int_{r_\circ}^{r} dx$

$\therefore v^2 = v_\circ^2 + 2\,a\,(r - r_\circ)$ (Remarquez que $r - r_\circ = D$) **(3 - 3)**

Exemple

1. Une particule se déplace sur une ligne droite et commence son mouvement du point d'origine d'une vitesse initiale 8 m/s. Si son accélération du mouvement dans 2 s est donnée par la relation (3 t – 2). Trouvez la vitesse de la particule et son déplacement dans 2 s à partir de commençant du mouvement.

Solution

$\because\ a = 3t - 2$ $\quad\therefore\ v = \int (3t - 2)\, dt$ $\quad\therefore\ v = \frac{3}{2} t^2 - 2t + c$

$\because\ V_\circ = 8 m/sec$ $\quad\therefore\ v = 8 m/sec$ quand $t = 0$ $\quad\therefore\ c = 8$

$\therefore\ V = \frac{3}{2} v^2 - 2t + 8$ $\quad\therefore\ v(2) = \frac{3}{2} \times 4 - 2 \times 2 + 8 = 10\ m/s$

$\because\ V = \frac{3}{2} v^2 - 2t + 8$ $\quad\therefore\ r = \int (\frac{3}{2} v^2 - 2t + 8)\, dt$

$\therefore\ r = \frac{1}{2} v^3 - v^2 + 8v + c`$

$\because\ r = 0$ quand $t = 0$ $\quad\therefore\ c` = 0$ $\quad\therefore\ r = \frac{1}{2} v^3 - v^2 + 8t$

$s(2) = x(2) - x(0) = \frac{1}{2}(2)^3 - (2)^2 + 8(2) = 16$ mètres

Autre solution:

$\because\ a = 3t - 2$ $\quad\therefore\ \frac{dv}{dt} = 3t - 2$

$\therefore\ \int_8^v dv = \int_0^t (3t - 2)\, dt$ $\quad\therefore\ v - 8 = \frac{3}{2} t^2 - 2t$

$\therefore\ v = \frac{3}{2} t^2 - 2t + 8$ $\quad\therefore\ v(2) = \frac{3}{2} \times 4 - 2 \times 2 + 8 = 10\ m/sec$

$\because\ D = \int_0^t v\, dt$ $\quad\therefore\ D(2) = \int_0^2 (\frac{3}{2} t^2 - 2t + 8)\, dt$

$\therefore\ D(2) = [\frac{1}{2} t^3 - t^2 + 8t]_0^2 = \frac{1}{2}(2)^3 - (2)^2 + 8(2) = 16$ mètres

Essayez de résoudre :

1 Une particule commence son mouvement du repos et de 8 m d'un point fixe sur une ligne droite. Si $a = 6t - 4$ où a est mesurée par m/s^2, trouvez la relation entre la vitesse et le temps; le déplacement et le temps

Exemple

2 Une particule se déplace sur une ligne droite. Si la mesure algébrique de sa vitesse v est donnée en fonction du temps par la relation $v = 6t^2 - 24$ où v est mesurée par m/s . Quand la vitesse de la particule atteint 72 m / s. Trouvez l'accélération quand la vitesse est 30 m/s. Trouvez le déplacement dans l'intervalle $t \in [1 ; 4]$.

Solution

$\because\ V = 6t^2 - 24$

1- Quand la vitesse atteint 72 m/s

$\therefore\ 6t^2 - 24 = 72$ $\quad\therefore\ 6t^2 = 96$ $\quad t^2 = 16$ $\quad t = 4$ sec

2- Quand la vitesse atteint 30 m/s

$\therefore\ 6t^2 - 24 = 30$ $\quad\therefore\ 6t^2 = 54$ $\quad t^2 = 9$ $\quad t = 3$ sec

$\because\ a = \frac{dv}{dt}$ $\quad\because\ a = 12t$ $\quad a(3) = 36\ m/s^2$

3- le déplacement dans l'intervalle $t \in [1 ; 4]$

$D = \int_1^4 v\, dt$ $\quad D = \int_1^4 (6t^2 - 24)\, dt = [2t^3 - 24t]_1^4$

$D = (2 \times 64 - 24 \times 4) - (2 - 24) = 54$ m

Essayez de résoudre :

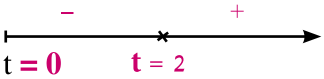
(2) Une voiture roule sur une ligne droite et commence son mouvement du point fixe sur la droite. Si la mesure algébrique du vecteur vitesse dans un temps t est donnée par la relation $v = 3t^2 + 2t$ où v est mesurée par m/s et t est mesurée par s. Trouvez l'accélération et le déplacement quand t = 2.

Exemple

(3) Une voiture roule sur une ligne droite et commence son mouvement d'un point fixe sur la droite. Si la mesure algébrique du vecteur vitesse dans un temps t est donnée par la relation $v = 3t^2 - 6t$ où v est mesurée par m/s et t est mesurée par s. Trouvez le vecteur vitesse moyenne et la vitesse moyenne dans l'intervalle $0 \leqslant t \leqslant 3,5$

Solution

$\because\ v = 3t^2 - 6t \qquad \therefore\ v = 3t(t-2)$

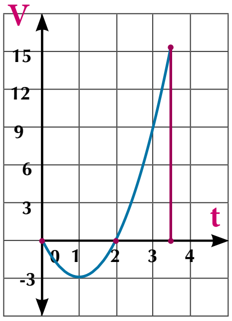


On trouve que la voiture change le sens de son mouvement dans 2 s. L'étude du signe de v (t) ou la courbe vitesse-temps

$\therefore D = \int_0^{3,5} v\,dt = \int^{3,5} (3t^2 - 6t)\,dt$

$\therefore D = [t^3 - 3t^2]_0^{3,5} = (3,5)^3 - 3(3,5)^2 = \frac{49}{8}$

$\therefore$ vecteur vitesse moyenne $\overrightarrow{V_m} = \dfrac{\frac{49}{8}\vec{c}}{3,5 - 0} = 1,75\ \vec{e}$



où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire dans le même sens du mouvement et la mesure algébrique du vecteur vitesse moyenne est égale à 1,75 m/s

La distance parcoure dans l'intervalle $t \in [0\,;\,3,5]$

$$= \left|\int_0^2 v\,dt\right| + \left|\int_2^{3,5} v\,dt\right| = \left|[t^3 - 3t^2]_0^2\right| + \left|[t^3 - 3t^2]_2^{3,5}\right| = 4 + \frac{49}{8} + 4 = \frac{113}{8} \text{ mètres}$$

$\therefore$ La vitesse moyenne $= \dfrac{\frac{113}{8}}{3,5 - 0} = \dfrac{113}{28} \simeq 4,04$ m/sec

Essayez de résoudre :

(3) Une voiture roule sur une ligne droite et commence son mouvement d'un point fixe sur la droite. Si la mesure algébrique du vecteur vitesse dans un temps t est donnée par la relation $V = 4t - 3t^2$ où v est mesurée par m / s et t est mesurée par s. Trouvez vitesse moyenne et le vecteur vitesse moyenne dans l'intervalle $t \in [0\,,\,4]$ Quand la voiture atteint vitesse maximale ? Trouvez l'accélération à ce moment là ?

Exemple

4 Une particule se déplace sur une ligne droite et commence son mouvement d'un point fixe sur la droite. Si la mesure algébrique de son accélération a est donnée en fonction de la mesure algébrique de sa position r par la relation $a = 2r + 5$,sachant que sa vitesse initiale est de 2m/sec. **Trouvez :**

a v^2 en fonction de r

b sa vitesse quand $r = 1$

c r quand $v = 4$ m/s

Solution

a $\because\ a = 2r + 5$

$\because\ \int a\,dx = \int v\,dv$

$\therefore\ {}_0\int^x (2r + 5)\,dx = {}_2\int^V v\,dv$

$\therefore\ [r^2 + 5r]_0^r = \frac{1}{2}[v^2]_2^v$

$\therefore\ r^2 + 5r = \frac{1}{2}(v^2 - 4)$

$\therefore\ v^2 = 2r^2 + 10r + 4$

b Quand $r = 1$, **alors**

$v^2 = 16$ $\therefore$ La vitesse $= |v| = 4$ m/s

c Quand $V = 4$ m/s, **alors**

$16 = 2r^2 + 10x + 4$ $\therefore\ r^2 + 5x - 6 = 0$

$(x + 6)(r - 1) = 0$ $r = -6$ mètres or $r = 5$ mètres

Essayez de résoudre :

4 D'une distance de 4 mètres d'un point fixe et sur une ligne droite, une voiture roule avec une vitesse initiale de 12 m / s . Elle prend une direction positive tel que $a = r - 4$. Trouvez :

a v^2 en fonction de r

b la vitesse de la voiture quand $r = 0$

Exemple

5 Une particule se déplace sur une ligne droite avec une vitesse initiale 8 m / s d'un point fixe sur la droite tel que t $a = 40\,e^{-r}$, Trouvez :

a v^2 en fonction de r

b r quand $v = 10$ m/s

c la vitesse maximale de la particule

Solution

a $\because\ a = 40\,e^{-r}$

$\because\ \int a\,dx = \int vdv$

$\therefore\ 40\ {}_0\int^r e^{-r}\,dx = {}_8\int^v vdv$

$\therefore\ -40\,[e^{-x}]_0^r = \frac{1}{2}[v^2]_8^V$

$\therefore\ -80\,(e^{-r} - 1) = v^2 - 64$

$\therefore\ v^2 = 144 - 80\,e^{-r}$

b Quand v = 10 m/s **on trouve que** : $80\,e^{-r} = 44$

$\therefore\ e^r = \frac{20}{11}$ $\therefore\ r = \ln\frac{20}{11}$ mètres

c $\because\ v^2 = 144 - \frac{80}{e^r}$ $\because\ e^r > 0$ pour toute les valeur de r

$\therefore\ \frac{80}{e^r} \longrightarrow 0$ **quand** $e^r \longrightarrow \infty$ $\therefore$ la vitesse maximale = 12 m/sec

Essayez de résoudre

5) Une particule se déplace sur une ligne droite avec une vitesse initiale 2m/sec d'un point fixe sur la droite tel que $a = e^r$. Trouvez : v^2 en fonction de r; v quand r = 4 m puis r quand v = 20 m/s

Exercices 1 - 2

Dans tous les exercices, considérez que la particule se déplace sue une ligne droite ; r ; v ; a sont les mesures algébriques de position ; vitesse ; accélération respectivement

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées

1) Si $v = 3t^2 - 2t$ et r = 1 quand t = 0 , alors

a $r = 6t - 2$ **b** $r = 3t^2 - 2t + 1$ **c** $r = t^3 - t^2 + 1$ **d** $r = t^3 - t - 1$

2) Si $v = 1 + \sin t$, r = -3 quand t = 0 , alors

a $r = t + \cos t$ **b** $r = t - \cos t$ **c** $r = t - \cos t + 2$ **d** $r = t - \cos t - 2$

3) Si v = 3t - 2 , alors D dans l'intervalle [0 ; 2] =

a 1 unité de longueur **b** 2 unités de longueur

c 3 unités de longueur **d** 4 unités de longueur

4) Si $v = 3t^2 - 2t$, alors la distance parcourue dans l'intervalle [0 ; 2] =

a $\frac{4}{27}$ unité de longueur **b** 4 unités de longueur

c $\frac{112}{27}$ unités de longueur **d** $\frac{116}{27}$ unités de longueur

5) Si $v = t^3 - 3t^2 + 2t$, alors la distance parcourue dans l'intervalle [0 ; 3] =

a $\frac{1}{4}$ unité de longueur **b** $\frac{1}{2}$ unités de longueur

c $\frac{9}{4}$ unités de longueur **d** $\frac{11}{4}$ unités de longueur

6) Si a = 3 , $v_\circ = -1$, alors D dans l'intervalle [0 ; 2] =

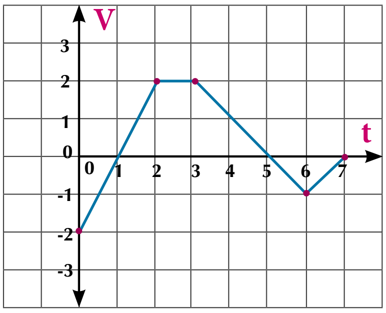
a $\frac{1}{6}$ unité de longueur **b** 4 unités de longueur

c $\frac{25}{6}$ unités de longueur **d** $\frac{13}{3}$ unités de longueur

7. Si a = 3, V_0 = -1, alors D dans l'intervalle [0 ; 2] =

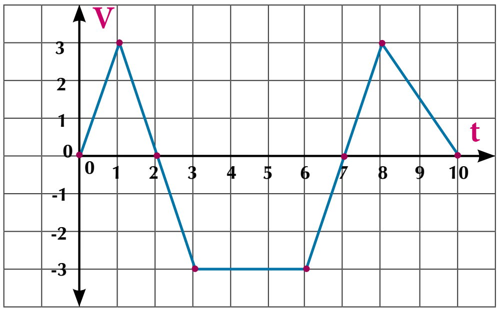
a) $\frac{1}{6}$ unité de longueur
b) 4 unités de longueur
c) $\frac{25}{6}$ unités de longueur
d) $\frac{13}{3}$ unités de longueur

8. De la courbe vitesse-temps ci-contre, la valeur du déplacement = ...



a) 3 unités de longueur
b) 5 unités de longueur
c) 7 unités de longueur
d) 8 unités de longueur

9. De la courbe vitesse-temps ci-contre, la distance parcourue = ...



a) 4,5 unités de longueur
b) 10,5 unités de longueur
c) 13,5 unités de longueur
d) 19,5 unités de longueur

10. D'un point situé à 24,5 du sol, on lance une particule verticalement vers le haut avec une vitesse initial 5,6 m /s. Trouvez v et r en fonction de temps puis la hauteur maximale.

11. D'un point fixe, une particule se déplace sur une ligne droite avec une vitesse initiale 2 m/s. Si a = 2t – 6 où a est mesurée par m /s^2, trouvez v et r en fonction de temps puis r quand v = 18 m /s.

12. D'un point fixe, une particule commence à se déplacer sur une ligne droite tel que a = 8 – $2t^2$ où a est mesurée par m /s^2, trouvez la vitesse maximale ; le temps mis pour atteindre la vitesse maximale et la distance parcourue jusqu'à ce temps

13. D'un point fixe, une particule commence à se déplacer sur une ligne droite tel que a = 8 – $2t^2$ où a est mesurée par m /s^2 ; r par mètre, trouvez la vitesse quand r = 2 mètres puis trouvez sa position quand v = 8 m /s.

14. D'un point fixe, une particule commence à se déplacer sur une ligne droite tel que a = 8 – $2t^2$ où a est mesurée par m /s^2 ; r par mètre, trouvez v^2 en fonction de r ; la vitesse quand r = 2 puis r quand v^2 = 87

Exercices généraux

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées

1. Si $r = t^2 - 3t + 2$, alors la particule change le sens de son mouvement quand :
   a) $t = 1, t = 2$ b) $t = 1$ c) $t = 1{,}5$ d) $t = 2$

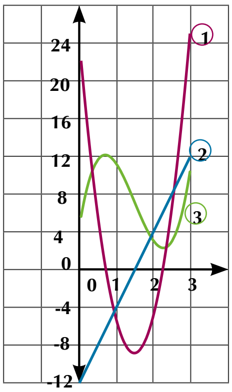
2. Si $r = 6t - t^2$, alors la distance parcourue dans l'intervalle $0 \leqslant t \leqslant 6$ est
   a) zero b) 9 c) 18 d) 36

3. Si $V(t) = 9{,}8t + 5$ où $r(0) = 10$, alors $r(10) =$
   a) zero b) 530 c) 540 d) 550

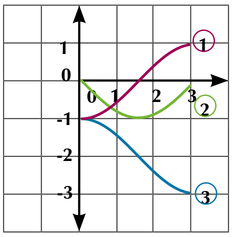
4. Si $V(t) = \frac{2}{\pi}\cos\left(\frac{2t}{\pi}\right)$, et $r(\pi^2) = 1$, alors $r(t) =$
   a) $\frac{2}{\pi}\sin\left(\frac{2t}{\pi}\right) + 1$ b) $\frac{2}{\pi}\sin\left(\frac{2t}{\pi}\right) - 1$
   c) $\sin\left(\frac{2t}{\pi}\right) + 1$ d) $\sin\left(\frac{2t}{\pi}\right) - 1$

5. Si $a(t) = -4\sin 2t$; $v(0) = 2$ et $r(0) = -3$, alors $r(\pi)$
   a) -3 b) 0 c) 2 d) 3

6. La courbe ci-contre représente, la position d'une particule ; le vecteur de sa vitesse et l'accélération de son mouvement. Lesquels des choix suivants représentent respectivement les courbes position-temps ;vitesse-temps ou accélération-temps ?
   a) 3 ; 2; 1
   b) 1; 3; 2
   c) 3; 1; 2
   d) 1; 2; 3



7. La courbe ci-contre représente, la position d'une particule ; le vecteur de sa vitesse et l'accélération de son mouvement. Lesquels des choix suivants représentent respectivement les courbes position-temps ; vitesse-temps ou accélération-temps ?
   a) 3 ; 2; 1 b) 1; 2; 3
   c) 2; 3; 1 d) 3; 1; 2



8. Une particule se déplace sue une ligne droite selon la relation $r = 4\cos t$ où r est mesurée cm; t par s, ,Trouvez
   a) V quand $t = \frac{\pi}{2}$ b) a quand $t = \pi$

9. D'un point fixe, une particule se déplace sur une ligne droite selon la relation $V = \sin t - \cos t$, Trouvez $r\left(\frac{\pi}{2}\right)$

10 Une particule se déplace sur une ligne droite. Si la mesure algébrique de son déplacement D est donnée en fonction du temps par la relation $D = t^3 - 6t^2 + 9\,t$ où D est mesurée par m; t par s.

- **a** Trouvez l'accélération du mouvement quand la vitesse s'annule
- **b** Trouvez la vitesse quand $a = 0$
- **c** Quand la vitesse augmente et quand est – elle diminue?
- **d** Trouvez la distance parcourue pendant les cinq premières seconds

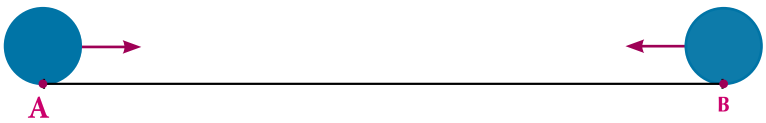
11 D'un point fixe sur une ligne droite, une particule se déplace selon la relation $a(t) = -2$. Si sa vitesse initiale est de 3 m / s, trouvez le déplacement et la distance parcourue dans l'intervalle $[1 ; 4]$.

12 Une particule se déplace sur une ligne droite selon la relation $D = t^3 - 3\,t^2$ où D est mesurée par m; t par s.. Trouvez :

- **a** Trouvez l'accélération du mouvement quand la vitesse s'annule
- **b** sa vitesse moyenne ; vecteur vitesse moyenne dans l'intervalle $[0 ; 5]$

13 D'un point distant de 3 m dans la direction positive d'un point fixe sur la droite, une particule se déplace sur cette droite avec une vitesse initiale – 2 m/s. Si $a = 2\,t + 1$, trouvez l'accélération du mouvement quand la vitesse s'annule.

14 A et B sont deux points d'une droite. Une particule se déplace du repos en commençant par le point A dans la direction $\overrightarrow{AB}$ tel que la mesure algébrique de sa vitesse est donnée par la relation $v = 0{,}4\,t + 0{,}9\,t^2$ où v est mesurée par m/s ; t par s. Deux seconds après du mouvement de la première particule, une autre particule se déplace du repos en commençant par le point B dans la direction $\overrightarrow{BA}$ avec une accélération constante $0{,}2\ m/s^2$. Les deux particules se rencontrent dans 5 s du mouvement de la première particule, trouvez la distance entre A et B.



Pour plus d'activités, visitez le site www.sec3mathematics.com.eg

Lois de mouvement de Newton

Unité 2

Introduction de l'unité

Crédit pour découvrir la Loi de la gravitation générale dans le savant anglais Isaac Newton (1642-1727), qui est l'un des symboles de la révolution scientifique en mécanique moderne, puis vint le savant allemand Johann Kepler (1571-1630) et devant lui, mettre quelques règles mathématiques qui régissent le mouvement des planètes autour du soleil. à l'études des savants musulmans qui traduite au cours des siècles précédents. fondé le savant italien Galileo Galilée (1564-1643) kinésiologie où il a occupé de nombreuses expériences sur la chute d'objets ou levée ainsi que des objets en mouvement horizontalement et avait de nombreuses expériences par le biais de propriétés de tâche Active du mouvement et des épaules de retours crédités déplacement d'objets sur des surfaces horizontales sans résistance de poursuivre leur mouvement à une vitesse constante et croit que Galileo était venu par le biais de sa loi première et deuxième lois de Newton du mouvement. Isaac Newton a apporté la recherche globale dans son livre appelé (Brescia) les principes mathématiques de philosophie de la nature et font de ce livre un des livres plus importants scientifiques paraissant dans l'ère moderne, dans lequel Newton a rédigée les trois lois. la Loi de la Gravitation générale de Newton a expliqué entendait que la force peut être produire d'effet à distance, les objets s'attirent même s'ils ne touchent pas la terre, par exemple s'oppose fermement attirer appelé la force du poids ,

Pour la masse, Notons que la définition statique de la masse ne pas définie la masse des objets en mouvement, mais elle compare les masse selon de la résistance des leurs poids, comme une définition de la masse dynamique peut être donnée en examinant le mouvement des objets et aborder cette étude de l'unité de masse, quantité du mouvement, les lois du mouvement de Newton, et des applications sur ces lois comme le mouvement sur un plan lisse ou rugueux et d'étude du mouvement des poulies simple.,

Après l'étude de l'unité et pratiquer les activités, l'élève doit être capable de:

- Savoir la notion de la quantité du mouvement et ses unités de mesure – la variation de la quantité du mouvement.
- Savoir les lois de Newton (première ; deuxième et troisième).
- Savoir la relation entre l'accélération et la force:
  Si la force F est une fonction du temps: F = f(t)
  alors : $F = m \frac{dV}{dt}$ c.à.d $\int F\,dt = m \int dV$
  Si la force est une fonction de déplacement:
  $F = f(D)$ alors: $F = m V \frac{dV}{dD}$
  c.à.d $\int F\,dD = m\int V\,dV$.
- Savoir appliquer les lois du mouvement de Newton dans la situation de la vie comme: Un corps dans un ascenseur déplacé avec une accélération uniforme– le mouvement reliant avec des fils.
- Mouvement des poulies simples.
- Mouvement d'un corps sur un plan lisse (horizontal – incliné).
- Mouvement d'un corps sur un plan rugueux (horizontal – incliné)
- Mouvement de deux corps pendants verticalement، reliant par un fil passant sur une poulie lisse.

- Mouvement de deux corps reliant par un fil، l'un se déplace sur un plan horizontal rugueux et l'autre est vertical.
- Mouvement de deux corps reliant par un fil، l'un se déplace sur un plan incliné lisse et l'autre est vertical.
- Mouvement de deux corps reliant par un fil، l'un se déplace sur un plan incliné rugueux et l'autre est vertical.

Vocabulaire de base

- Quantité du mouvement
- Quantité du mouvement linéaire
- masse
- Vecteur vitesse
- Variation de la quantité du mouvement
- Première loi de Newton
- Inertie
- Principe d'Inertie
- Force
- Deuxième loi de Newton
- équation de mouvement
- Poids
- Troisième loi de Newton
- Pression
- Réaction
- Animation d'ascenseur
- Dynamomètre
- balance de pression
- balance
- Plan incliné
- Plan lisse
- Plan rugueux
- Frottement dynamique
- Frottement statique
- poule lisse

Leçons de l'unité

(2 - 1): Quantité du mouvement

(2 - 2): Première loi de Newton

(2 - 3): Deuxième loi de Newton

(2 - 4): Troisième loi de Newton

(2 - 5): Mouvement d'un corps sur un plan incliné

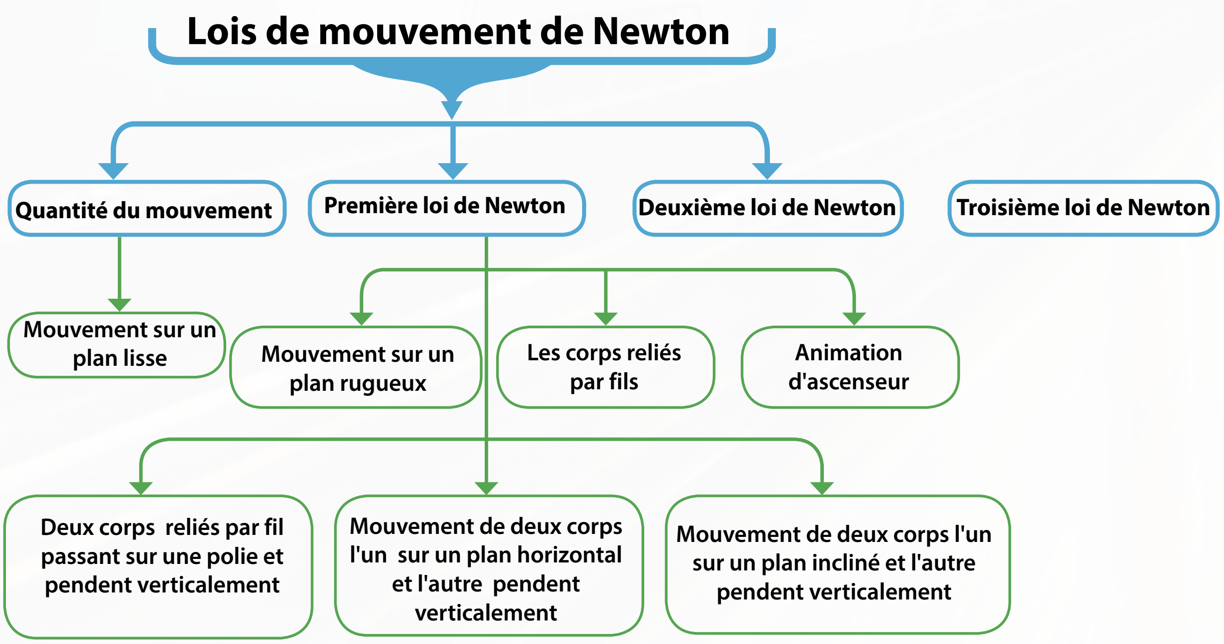
(2 - 6): Mouvement d'un corps sur un plan rugueux

(2 - 7): Poulies simples

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique
- Logiciel graphisme

Organigramme de l'unité



Unité 2

2 - 1

Quntité du mouvement

A apprendre

- Concept de quantité de mouvement
- Unités de mesure de quantité de mouvement
- Variation de quantité de mouvement.

Vocabulaire de bas

- Quantité de mouvement
- Quantité de mouvement linéaire
- Masse
- Vecteur vitesse
- Variation de quantité de mouvement

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique.

Réfléchissez et discutez

1 Quelle est l'action de poser une grand pierre sur le plafond d'une maison? Quelle est l'action de tirer une balle de fusé sur ce plafond?

2 Quelle est l'action de poser un grain du sable sur vos mains? Quelle est l'action de ce grain dans un coup de vent sur une voiture qui se déplace par une grande vitesse contre le coup de vent?

Remarquez – vous de ces exemples que:

1 - Quand on tire la balle du fusé malgré sa petite masse sur le plafond de la maison, elle va enfoncer dans le plafond une distance car la vitesse de la balle est plus grande que la vitesse de la pierre.

2 - Le grain du sable malgré sa petite masse, il peut faire des scratches à pare-brise de la voiture, car il aura une quantité du mouvement par rapport à la voiture. Le vecteur de la quantité du mouvement devient assez grand à cause de la grande vitesse relative.

Apprendre

Quantité du mouvement

La quantité du mouvement d'un corps mobil est une quantité vectorielle a le même sens que le corps et sa norme pendant un instant quelconque vaut le produit de la masse du corps par sa vitesse en ce moment et le vecteur de la quantité du mouvement est noté $\vec{P}$.

$$\vec{P} = m\,\vec{V}$$

Dans le cas du mouvement rectiligne $\vec{P}$; $\vec{V}$ sont parallèles à la droite du mouvement. On peut représenter chacun des $\vec{P}$ et $\vec{V}$ par les mesures algébriques:

$$P = mV$$

Où P ; V sont les mesures algébriques des vecteurs de la quantité du mouvement et de la vitesse respectivement.

Unités de mesure de la quantité du mouvement

L'unité de la norme de la quantité du mouvement =

L'unité de la masse × l'unité de la vitesse

Dans le système international des unités, la norme de la quantité du mouvement est mesurée en kg. m/s
C.-à-d.: P (kg. m / s) = m(kg) × V(m / s).

Remarquez-vous que: P est proportionnelle à V quand la masse est constante et la relation entre eux est linéaire. En ce moment la quantité du mouvement est appelée quantité du mouvement linéaire.

Exemple Définition de la quantité du mouvement

(1) Calculez la quantité du mouvement d'une bicyclette de masse 35 kg qui meut par une vitesse constante de 12 m/s vers l'Est.

Figure (1)

Solution

$\because$ P = mv $\therefore$ P = 35 × 12 = 420 kg. m/sec

La quantité du mouvement de la bicyclette = 420 kg. m/sec vers l'Est.

Essayez de Résoudre

(1) Calculez la quantité du mouvement d'un train de masse 40 tonnes se déplace dans la direction du Nord avec une vitesse de 72 km/h.

(2) Calculez la quantité du mouvement d'une voiture de masse 800 kg qui se déplace vers le Sud-ouest avec une vitesse de 126 km/h.

Exemple Utilisation des vecteurs

(2) Une voiture de masse 2 tonnes se déplace dans une ligne droite tel que son vecteur de position $\vec{r} = (3t^2 - 4t + 1)\vec{e}$ où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire. Si r est mesuré en mètre, déterminez la norme de la quantité du mouvement de la voiture au début et après 3 s de début du mouvement.

Figure (2)

Solution

$\because \vec{r} = (3t^2 - 4t + 1)\vec{e}$

$\therefore \vec{V} = \frac{\vec{dx}}{\vec{dt}} = (6t - 4)\vec{e}$

(1) au début $t = 0$, $\vec{V} = -4\vec{e}$

$\because \vec{P} = m\vec{V}$

$\therefore \vec{P} = 2000(-4\vec{e}) = -8000\vec{e}$

La norme de la quantité du mouvement = 8000 kg. m/s

(2) en t = 3 s, **alors** $\vec{V} = (6 \times 3 - 4)\vec{e} = 14\vec{e}$

$\because \vec{P} = m\vec{V}$ $\therefore \vec{P} = 2000(14\vec{e}) = 28000\vec{e}$

La norme de la quantité du mouvement = 28000 kg. m/s.

Essayez de Résoudre

(3) Une voiture de masse 1200 kg se déplace dans une ligne droite tel que $D = t^3 - 12t^2$ où D mesuré en mètre. Déterminez la quantité du mouvement après 4 s de le début de mouvement.

La variation de la quantité du mouvement

Si le vecteur de la vitesse d'un corps mobil en deux instants consécutifs t_1 et t_2 sont $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ respectivement, alors la variation de la quantité du mouvement est définie par la relation:

$$\Delta \vec{P} = m \Delta \vec{V}$$

Où m est la masse du corps mobil, $\Delta \vec{V}$ la variation de la vitesse

$\therefore$ La variation de la quantité du mouvement $\Delta P = m(\vec{v_2} - \vec{v_1})$

Si $\vec{a}$ (t) est l'accélération du corps mobil alors:

$$\Delta P = m\int_{t_1}^{t_2} a\,dt$$

Exemple la variation de la quantité du mouvement

3 Une balle de masse 200 g est lâchée d'une hauteur de 90 cm sur un sol horizontal et elle rebondit à une hauteur de 40 cm. Calculez en kg. m/s la norme de la variation de la quantité du mouvement.

Solution

Soit $\vec{e}$ un vecteur unitaire dans le sens du mouvement vers le bas

L'étude du mouvement de la balle vers le bas.

$\because v^2 = V_\circ^2 + 2\,g\,S$

$\therefore V_1^2 = 0 + 2 \times 980 \times 90$

$v_1 = 420$ cm / sec

$\therefore \vec{v_1} = 420\,\vec{e}$

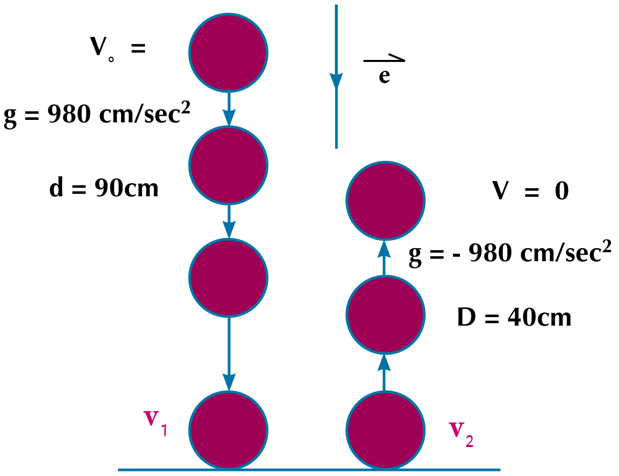


Figure (3)

L'étude du mouvement de la balle vers le haut.

$\because v^2 = V^2 + 2\,g\,d$

$\therefore 0 = V_2^2 - 2 \times 980 \times 40$

$v_2 = 280$ cm / sec

$\therefore \vec{v_2} = -280\,\vec{e}$

La variation de la quantité du mouvement $\Delta \vec{P} = m(\vec{v_2} - \vec{v_1})$

$$= \frac{200}{1000}(-2.8 - 4.2)\,\vec{e} = -1.4\,\vec{e}$$

$\therefore$ **La norme de la variation de la quantité du mouvement** = 1.4 kg. m/sec

Essayez de Résoudre

4 Un pierre de masse 800 g est lâché du repos après deux secondes, il heurte la surface d'un lac. Il enfonce dans l'eau et parcours 12 m pendant 3 s. déterminez la variation de la quantité du mouvement à cause du choc par la surface de l'eau.

Exemple
Utilisation d'intégrale

(4) Un corps se déplace dans une ligne droite sachant que son accélération du mouvement a donnée comme une fonction du temps par la relation a = 2 t – 6 où a mesurée en m/s², le temps par seconde. Déterminez la variation de la quantité du mouvement du corps pendant l'intervalle $3 \leqslant t \leqslant 5$ sachant que la masse du corps est 8 kg.

Solution

$\because \triangle P = m \int_{t_1}^{t_2} a\, dt$

$\therefore \triangle P = 8 \int_{3}^{5} (2t - 6)\, dt = 8\, [t^2 - 6t]_3^5$

$= 8\, [(25 - 30) - (9 - 18)] = 32$kg. m/sec

$\therefore \triangle \overrightarrow{P} = 32\, \overrightarrow{e}$ où $\overrightarrow{e}$ est un vecteur unitaire dans le sens du mouvement du corps.

Essayez de Résoudre

(5) Une voiture de masse 1,5 tonne, se déplace en ligne droite tel que a (t) donnée comme une fonction du temps par la relation a = 12 - t² où a mesurée en m/s², le temps t par seconde. Déterminez :

a) La variation de la quantité du mouvement de la voiture pendant les six premières secondes du mouvement .

b) La variation de la quantité du mouvement de la voiture pendant l'intervalle du temps [2 ; 14]

Réflexion critique :

Dans un jeu de billard quand la balle blanche frappe une autre, on trouve que le mouvement de chaque balle change. La balle blanche ralentit et peut changer la direction et par conséquent sa quantité de mouvement est diminue. Mais l'autre balle commence à déplacer et augmenter sa quantité de mouvement. **Expliquer ça.**

Figure (4)

Exercices 2 - 1

Choisissiez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

(1) la quantité du mouvement d'une balle de fusé de masse 100 g qui se déplace avec une vitesse de 240 m/s, est :.

a) 24×10^{-3} g. m/sec b) 24kg. m/sec

c) 24×10^{3} g. m/sec d) 24×10^{3} kg. m/sec

2. La quantité du mouvement d'une voiture de masse 2 tonnes qui se déplace en ligne droite avec une vitesse de 54 km/h, est:

- a 108 tons. m/sec
- b 3000kg. m/sec
- c 30000 kg. m/sec
- d 108000 kg. m/sec

3. Un corps de 500 g de masse est lâché d'une hauteur de 4,9 m du sol. La quantité du mouvement du corps quand il arrive au sol est égale à :

- a 2.45 kg. m/sec
- b 4.9kg. m/sec
- c 2450 kg. m/sec
- d 4900 kg. m/sec

4. Un fusée de masse 4 tonnes, avec le carburant a décollé par une vitesse de 200 m/s. Il échappe le carburant avec un taux constante de 100 kg par seconde en conservant la quantité du mouvement sans changer. alors la vitesse du fusée après 10 secondes en km/h est :

- a $\frac{800}{3}$
- b 600
- c 800
- d 960

5. Un obus de masse 1 kg lancé avec une vitesse de 720 km/h vers un char de masse 50 tonnes déplacé vers le canon avec une vitesse deb 20 m/s. alors :

(1) la norme de la quantité du mouvement d'obus par rapport au char est :

- a 200 kg. m/sec
- b 220 kg. m/sec
- c 10^7 kg. m/sec
- d 1.1×10^7 kg. m/sec

(2) la norme de la quantité du mouvement du char par rapport à l'obus est :

- a 200 kg. m/sec
- b 220 kg. m/sec
- c 10^7 kg. m/sec
- d 1.1×10^7 kg. m/sec

Répondez aux questions suivantes:

6. Une balle de masse 200g se déplace horizontalement avec une vitesse constante de 40 m/s. Elle heurte un mur vertical. Si la norme de la variation du mouvement à cause du choc est 12 kg. m/s, calculez la vitesse de rebondit de la balle.

7. Un corps de masse 90 g tombé verticalement et après 3 secondes il heurte une surface d'un liquide visqueux. Il y enfonce avec une vitesse uniforme. Il parcourt 2,2 m en demi-seconde. Déterminez la variation de la quantité du mouvement à cause du choc.

8. Un corps en caoutchouc de masse 100 g se déplace horizontalement avec une vitesse de 120 cm/s. Il heurte un mur vertical et rebondit dans un sens perpendiculairement au mur après perdre le deux tiers de sa vitesse. Déterminez la variation de la quantité du mouvement du corps en caoutchouc à cause du choc.

9) D'un point au dessous du plafond d'une chambre d'une distance 240 cm, une balle est lancée de masse 40 g avec une vitesse 980 cm/s verticalement vers le haut. Elle heurte le plafond. Alors la variation de la quantité du mouvement est 0,4 kg. m/s. Déterminez la vitesse du rebondissement de la balle.

10) Une balle en caoutchouc de masse $\frac{1}{2}$ kg est tombée d'une hauteur de 8,1 m d'un sol horizontal. Elle rebondit verticalement à une hauteur de 3,6 m après qu'elle heurte le sol. Calculez la variation de la quantité du mouvement de la balle à cause du choc au sol.

11) Un wagon de chemin de fer de masse 15 tonnes se meut horizontalement avec une vitesse de 40 m/s. Il heurte la barrière à la fin du chemin et il rebondit à la vitesse de 30 m/s. Déterminez la variation de la quantité du mouvement.

12) Un corps de masse 1 kg est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse de 58,8 m/s. Déterminez la variation de la quantité du mouvement pendant les intervalles du temps suivants:

a) [2 , 5] b) [4 , 8] c) [7 , 11]

13) Un corps se déplace en ligne droite, sa masse après un temps t est égale à $\frac{1}{5}(t + 5)$ kg, et son déplacement après un temps t est donné par la relation $\vec{D} = \frac{1}{2}(t^2 - 4t + 3)\,\vec{e}$ où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire dans la direction du mouvement du corps, la norme de $\vec{D}$ mesurée en mètre.

a) Déterminez la quantité du mouvement en un moment quelconque t.

b) Déterminez la variation de la quantité du mouvement pendant l'intervalle [2 ; 5]

14) Un corps de masse 12 kg se déplace en ligne droite où $\vec{D}$ est une fonction de temps définie par la relation $\vec{D} = t(6 - t)\,\vec{e}$ où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire dans la direction du mouvement. Si la norme de $\vec{D}$ mesurée en mètre, t en seconde, Déterminez la variation de la quantité du mouvement pendant les intervalles du temps suivants:

a) [1; 2] b) [2;5] c) [4; 6]

15) Un corps se déplace en ligne droite avec une accélération uniforme $a = -3$ m/s² et avec une vitesse initiale 5 m/s. Si la masse du corps est 18 kg. Déterminez la norme de la variation de la quantité du mouvement pendant les intervalles du temps suivants:

a) [0 ; 3] b) [1;2]

16) Un corps se déplace en ligne droite sachant que $a = (3t - 12)$ m/s². Déterminez la variation de la quantité du mouvement pendant les intervalles du temps suivants:

a) [1; 3] b) [3; 5]

Unité 2

2 - 2

Première loi de Newton

Allez apprendre

- Première loi de Newton
- Concept d'Inertie

Vocabulaire de bas

- Première loi de Newton
- Inertie
- Concept d'Inertie
- La force

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique.
- Logiciel graphisme

Introduction :

Dans la vie, on rencontre plusieurs sortes de la force qui agissent aux différents corps mobil et changent leurs vitesses par exemple: un homme pousse une charrette ou la tire ou la force agit sur des corps en repos et les laisse en repos comme un livre sur bureau ou une photo suspendue sur un mur. L'effet d'une force peut être direct comme: le tirage d'une souplesse ou pousser d'une charrette. L'effet d'une force peut être de loin comme l'attraction ou la répulsion des pôles de l'aimant. La particule qui est en repos, est en équilibre quand la résultante des forces agissant sur lui est nulle. Il existe de plusieurs sortes des force dans la naturelle et elles sont mécanique, d'attraction, électrique, magnétique ou nucléaire. On étudiera dans cette unité la première et la deuxième, sortes seulement.

Sorte des forces

- Mécanique
- D'attraction
- Électrique
- Magnétique
- Nucléaire

Pour étudier la force mécanique, on commence d'étudier les lois de Newton du mouvement

Première loi de Newton

Newton a représenté à partir de cette loi ce qui passe d'un corps quand les forces agissant sur lui soit nulle.

> **Chaque corps garde son état de repos ou de mouvement uniforme rectiligne à moins d'être soumis à un influent extérieur qui change sons état.**

On remarque de la première loi de Newton ce qui suit:

(1) Le corps en repos reste en repos à moins d'être soumis à une force qui le fait déplacer. Le corps mobil en mouvement uniforme reste mobil avec la même vitesse à moins d'être soumis à une force qui change son mouvement.

(2) La force dans la loi signifie que la résultante des forces agissant sur le corps. La force est mesurée par l'unité de Newton en son honneur.

(3) La loi concerne l'état du repos et de mouvement uniforme rectiligne sont équivalent. Chacun de deux états représente l'étant du corps quand la résultante des forces agissant sur le corps est nulle.

(4) La loi concerne l'état du repos et de mouvement uniforme rectiligne (c-.à-d. dans sont état normal) ne peut pas changer son état mais il faut qu'une force agisse sur lui pour changer sans état. Pour cela la première loi de Newton est appelée la loi d'inertie.

Inertie

De la première loi de Newton, on déduit que les corps Tendent à garder son état de repos ou de mouvement uniforme rectiligne. Ce défend de changer est appelé l'inertie.

Principe d'inertie

Chaque corps est mineur ou incapable à changer son état du repos et de mouvement uniforme rectiligne.

Activité — **Relation entre la masse et l'inertie**

1. L'activité suivante montre que la masse est la mesure de l'inertie.
2. Amenez deux balle, d'une est une balle de golf du poids 500 gp et l'autre de bowling de poids 5 kgp
3. La quelle de deux balles qui a besoin de plus de force pour bouger?
4. Sans doute, la balle de bowling qui a besoin de plus de force que la force qui a besoin la balle de golf pour commencer le mouvement.
5. Cela parce que la balle de bowling tends à garder son état de repos, c.- à – d. l'inertie est assez grand à cause de sa grande masse qui est à peu près dix fois de la masse de la balle de golf.

figure (5)

Force

La première loi de Newton définie la force qu'elle l'effet qui change ou essaye à changer l'état du corps de repos ou de mouvement uniforme rectiligne.

Exemple — **(Corps en repos)**

(1) La figure ci – contre représente un corps en repos sous l'effet d'un ensemble des forces. Déterminez F_1 et F_2.

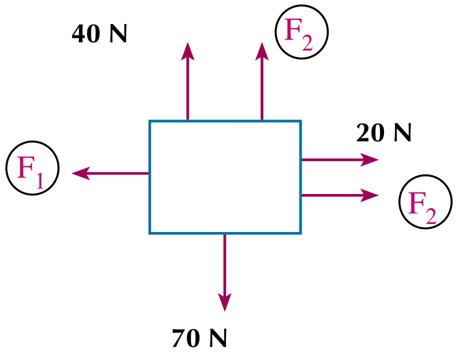


figure (6)

Solution

$\because$ Le corps est en repos

$\therefore$ Les forces verticales sont en équilibres

$\therefore F_2 + 40 = 70$

$\therefore F_2 = 30$ N

$\because$ Les forces horizontales sont en équilibres

$\therefore F_1 = 20 + F_2$

$\therefore F_1 = 50$!

Essayez de Résoudre

1. La figure ci – contre représente un corps en repos sous l'effet d'un ensemble des forces. Déterminez F_1 et F_2.

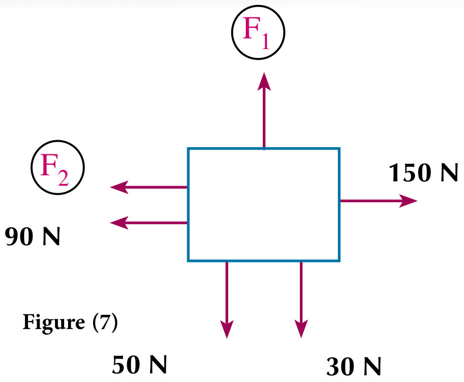


Figure (7)

Exemple

(le corps est dans le cas de se mouvoir)

2. La figure ci – contre représente un corps qui se déplace horizontalement dans le sens indiqué avec une vitesse uniforme de 8 m/s. Déterminez F_1 et F_2.

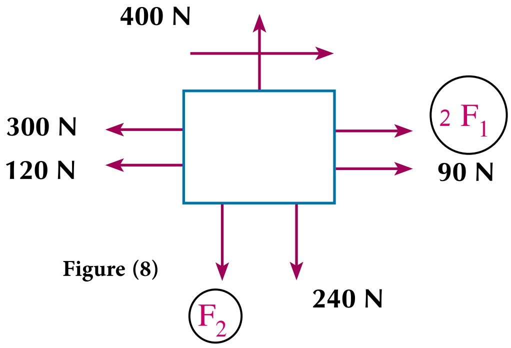


Figure (8)

Solution

∵ Le corps se déplace avec une vitesse uniforme

∴ Les forces horizontales sont en équilibres

∴ $2F_1 + 90 = 300 + 120$

∴ $F_1 = 165$ N

∵ Les forces verticales sont en équilibres

∴ $240 + F_2 = 400$

∴ $F_2 = 160$ N

Essayez de Résoudre

2. La figure ci – contre représente un corps qui se déplace verticalement vers le haut avec une vitesse uniforme de 8 m/s, sous l'effet d'un ensemble des forces. Déterminez F_1 et F_2.

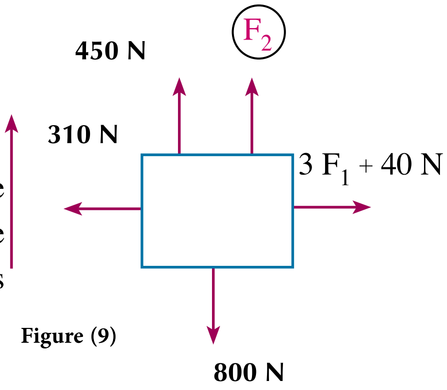


Figure (9)

Exemple

3. Un train de 200 tonnes de masse se déplace sous l'effet d'une résistance proportionnelle au carré de sa vitesse. Si la résistance est 9,6 kgp pour chaque tonne de la masse du train quand la vitesse du train Est 72 km/h. Déterminez la vitesse maximale du train sachant que la locomotive le tire par une force constante de 4,32 tonne. p.

Hypothèses

$r_1 = 9{,}6 \times 200$

$= 1920$ sec kg

$v_1 = 72$ km / h

Figure (10)

Solution

Posons que la résistance = r_1 quand la vitesse du train est v_1.

La résistance = r_2 quand la vitesse du train est v_2.

∵ La résistance est proportionnelle au carré de la vitesse.

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2}$$

La résistance est proportionnelle au carré de la vitesse.

Si v_2 est la vitesse maximale du train alors $r_2 = 4{,}32$ tonne. P $\quad \therefore r_2 = 4320$ kgp

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2} \qquad \frac{1920}{4320} = \frac{72 \times 72}{V_2^2} \qquad \therefore v_2 = 108 \text{ km/h.}$$

Essayez de Résoudre

3. Un train de 240 de masse, une locomotive le tire par une force constante de 12 tonne. p. Si la résistance du mouvement du train est proportionnelle au carré de sa vitesse et la résistance est 8 kgp pour chaque tonne de la masse quand la vitesse du train est 45 km/h. Déterminez la vitesse maximale du train.

Exemple

4. Un parachutiste chute verticalement avec parapluie ouvert. Si le poids du parachutiste et ses outils est 90 kgp. la résistance du vent est proportionnelle au carré de sa vitesse. La vitesse maximale du parachutiste est 15 km/h. Déterminez la résistance du vent contre le parachutiste quand sa vitesse est 10 km/h.

Solution

Le parachutiste attient sa vitesse maximale quand la résistance est égale au poids du parachutiste et ses outils.

Si r_1 est la résistance du vent quand la vitesse du parachutiste est v_1

$\therefore r_1 = 90$ kgp $\quad$ **quand** $\quad v_1 = 15$ km/ h

Si r_2 est la résistance du vent quand la vitesse du parachutiste est v_2

$\therefore r_2 = ?$ $\quad$ **quand** $\quad v_2 = 10$km /h

$\because$ La résistance est proportionnelle au carré de la vitesse

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2} \qquad \therefore \frac{90}{r_2} = \frac{15 \times 15}{10 \times 10}, \quad r_2 = 40 \text{ kgp}$$

Figure (11)

Essayez de Résoudre

4. Un homme est attaché par un parapluie de survie et il chute avec le parapluie verticalement. Si la résistance du vent est directement proportionnelle au carré de sa vitesse et la résistance est $\frac{4}{9}$ du poids de l'homme et ses outils quand sa vitesse est 12 km/h. Déterminez la vitesse maximale du chute de l'homme.

Exemple

5. Un corps se déplace en ligne droite sous l'effet des trois forces $\vec{F_1} = 4\vec{i} + 3\vec{k}$, $\vec{F_2} = -\vec{i} + 4\vec{j} - 15\vec{k}$ et $\vec{F_3}$ où le vecteur déplacement $\vec{D}$ est une fonction du temps t donné par la relation $\vec{D} = 2t\,\vec{i} - t\,\vec{j} + \vec{k}$ Déterminez la norme de $\vec{F_3}$.

Solution

$\because \vec{D} = 2t\,\vec{i} - t\,\vec{j} + \vec{K}$ $\therefore \vec{V} = \frac{d\vec{D}}{dt} = 2\,\vec{i} - \vec{j}\,,\ \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0}$

$\therefore$ Le corps se déplace avec une vitesse uniforme de $\sqrt{5}$ unité de vitesse

$\therefore \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$ $\therefore \vec{F_3} = -\vec{F_1} - \vec{F_2}$

$\vec{F_3} = (-4\,,0\,,-3) + (1\,,-4\,,15)$ $\vec{F_3} = -3\,\vec{i} - 4\,\vec{j} + 12\,\vec{K}$

$\vec{F_3} = \|\vec{F_3}\| = \sqrt{9 + 16 + 144} = 13$ force unit.

Essayez de Résoudre

5. Un corps se déplace avec une vitesse uniforme, sous l'effet des forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ où $\vec{F_1} = a\,\vec{i} - 5\,\vec{j} + 7\,\vec{K}$, $\vec{F_2} = -3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$, $\vec{F_3} = 2\,\vec{i} + 4\,\vec{j} + c\,\vec{K}$,
Déterminez a , b et c.

Exercices 2 - 2

Choisissiez la bonne réponse parmi les réponse proposées:

1. Une voiture de 4 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale par une vitesse uniforme. Si la force du moteur est 120 kgp, alors la résistance pour chaque tonne de la masse :

   a) 4 sec tons b) 30 kg.p c) 120 kg d) 480 kg.p

2. Un corps se déplace en ligne droite par une vitesse uniforme sous l'effet de deux forces $\vec{F_1} = 2a\,\vec{i} - 3\,\vec{j} + 4\,\vec{V}$ et $\vec{F_2} = 6\,\vec{i} + b\,\vec{j} - c\,\vec{K}$ alors a + b + c =

   a) 4 b) 3 c) - 3 d) - 4

3. Si un corps du poids 20 kgp descend avec une vitesse uniforme sur un plan incliné de 30°, à l'horizontal, alors la résistance du plan en kgp:

   a) Zero b) 10 c) $10\sqrt{3}$ d) 20

4. Un corps se déplace avec une vitesse uniforme, sous l'effet des forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ où $\vec{F_1} = 5\,\vec{i} + 7\,\vec{j} + 35\,\vec{K}$, $\vec{F_2} = 5\,\vec{j} + 49\,\vec{K}$, alors $\vec{F_3}$ =

   a) 49 unité de force. b) 54 unité de force c) 85 unité de force d) 103 unité de force

5. Un parachutiste chute verticalement. La résistance du vent est proportionnelle au carré de la vitesse et la vitesse est v_1 quand la résistance est $\frac{9}{25}$ de son poids, v_2 est sa vitesse maximale alors $v_1\ e_0\ v_2$ =

   a) 9: 25 b) 25: 9 c) 3: 5 d) 5: 3

Répondez aux questions suivantes:

6 Dans chacun de situations suivantes le corps est en repos sous l'effet d'un ensemble des forces:

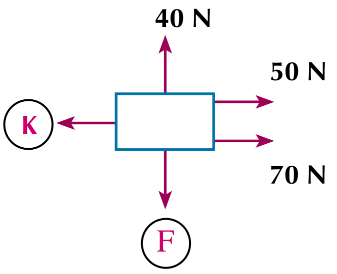
a


Figure (13)

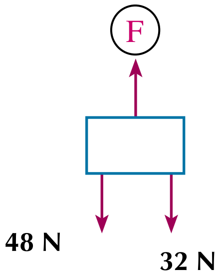
b


Figure (12)

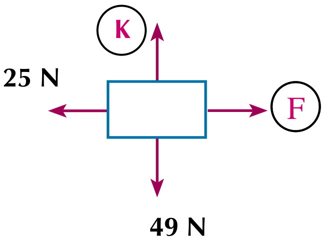
c


Figure (15)

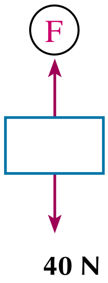
d


Figure (14)

Déterminez la force inconnue dans chaque cas

7 Dans chacun de situations suivantes le corps se déplace avec une vitesse uniforme V sous l'effet d'un ensemble des forces.

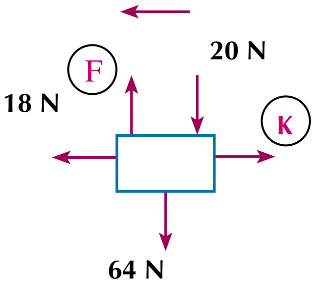
a


Figure (17)

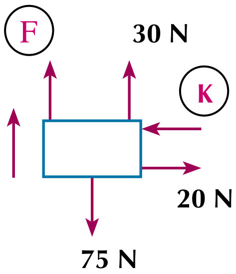
b


Figure (16)

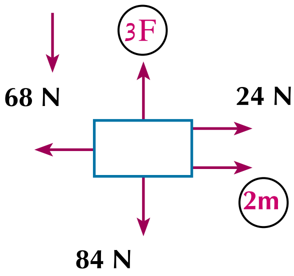
c


Figure (19)

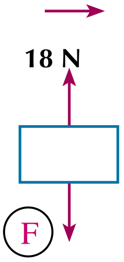
d


Figure (18)

Déterminez la force inconnue dans chaque cas

8 Une voiture De 8 tonnes de masse se déplace avec une vitesse uniforme sous l'effet une résistance constante de 6 kgp pour chaque tonne de la masse de la voiture. Quelle est la force du moteur de la voiture?

9 Un train de 240 tonnes de masse se déplace par une vitesse uniforme. La force du moteur de la locomotive est 4 tonne. P. Déterminez la résistance de chaque tonne de la masse du train.

10 Une voiture de masse 3 tonnes se déplace sous l'effet d'une résistance proportionnelle à la vitesse de la voiture. Si la résistance est 8 kgp de chaque tonne de la masse de la voiture quand sa vitesse est 36 km/h. Déterminez la vitesse maximale de la voiture Si la force du moteur de la voiture est 120 kgp.

11 Un train de 200 tonnes de masse se déplace sous l'effet d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse. Si la résistance est 8 kgp de chaque tonne de la masse du train quand sa vitesse est 70 km/h. Déterminez la vitesse maximale du train Si la locomotive le tire par une force constante de 6,4 tonne. p.

12 Un train de 200 tonnes de masse, une locomotive le tire par une force constante de 810 kgp sous l'effet d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse. Si la vitesse maximale du train est 30 m/s, déterminez le taux de la résistance de chaque tonne de la masse du train quand la vitesse du train est 90 km/h.

13 Le poids d'un parachutiste et ses outils est 80 kgp. La résistance du vent contre son mouvoir est proportionnelle au carré de sa vitesse. Si la résistance est 45 kgp quand la vitesse du parachutiste est 4,5 km/h, déterminez la vitesse maximale atteinte par le parachutiste pendant la chute.

14 Le poids d'un parachutiste et ses outils est 90 kgp. La résistance du vent est proportionnelle au carré de sa vitesse. Si la vitesse maximale pendant la chute est 12 km/h. Déterminez La résistance du vent quand sa vitesse 8 km/h.

15 Une locomotive de 30 tonnes du poids et 51 tonne poids de la force du moteur tire un nombre des wagons de 10 tonne de masse de chacun. Elle monte une route inclinée de 30° sur l'horizontal avec une vitesse uniforme. Si la résistance du mouvement de la locomotive et les wagons est 10 kgp de chaque tonne de la masse, alors quel est le nombre des wagons?

16 Un train de 300 tonnes de masse monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{240}$ sur l'horizontal dans la direction de la ligne de plus grande pente du plan. Si la vitesse maximale du train est 108 km/h , la force de la locomotive est 3500 kgp, et la résistance est proportionnelle au carré de la vitesse, déterminez la résistance contre le mouvement du train quand il se déplace avec la vitesse de 72 km/h.

Deuxième loi de Newton

Unité 2

2 - 3

Réfléchissez et discutez

On sait de la première loi de Newton que la résultante de forces qui agissent sur un corps se meut avec une vitesse uniforme est nulle. Tandis que si la résultante de forces n'égale pas à zéro, alors le corps se meut par une accélération.

- Est-ce que il y a une relation entre l'intensité de la résultante et l'accélération du mouvement?
- vous pouvez déduire cette relation ?

Apprendre

1- Deuxième loi de Newton

Le taux de variation par rapport au temps de la quantité de mouvement d'un corps est proportionnel à la force qui a provoqué cette variation et de même sens que cette force

$\frac{d}{dt}(m\vec{V}) \propto \vec{F}$ **c'est à dire que .** $\frac{d}{dt}(m\vec{V}) = C\,\vec{F}$

(où c est le coefficient de proportionnalité)

Si la masse est constante durant le mouvement, alors:

$m\frac{d\vec{V}}{dt} = C\,\vec{F}$ (où c est La constante de proportionnalité)

Donc $m\vec{a} = C\,\vec{F}$

Si on définit l'unité de la force comme étant l'intensité de la force qui appliquée à une masse de 1 kg, lui imprime une accélération de 1 m /s^2,

De l'équation précédente on obtient :

$1 = C \times 1 \times 1$ $\therefore C = 1$

L'équation prend alors la forme suivante $m\vec{a} = \vec{F}$

Cette équation est appelée **l'équation du mouvement d'un corps de masse constante**, qui est l'équation fondamentale de la dynamique

Qu'on peut l'appliquer sur tous les corps de masse constante qui se meut, considérons qu'ils sont des points matériels.

De l'équation du mouvement on trouve que $\vec{F}$ et $\vec{a}$ ont même sens, si $\vec{a}$ est mesuré d'un sens $\vec{F}$ doit être mesuré dans le même sens, donc la formule convenable est :

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Allez apprendre

- *Deuxième loi de Newton*
- *Unités de la force*
- *Le poids et la masse*

Vocabulaire de bas

- *Deuxième loi de Newton*
- *équation du mouvement*
- *La force*
- *La masse*
- *Le poids*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique*

Si a et F sont les mesurent algébriques de $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{F}$ respectivement alors : l'équation du mouvement d'un corps de masse constante s'écrit :

$$m\,a = F$$

Où m la masse du corps , (a) est l'accélération mouvement; F exprime l'intensité de la résultante des forces qui agissent sur le corps. C'est-à-dire :

$$m\,a = \Sigma F$$

Si la masse m est variante ; alors l'équation du mouvement s'écrit

$$\overrightarrow{F} = \frac{d}{dt}(K\,\overrightarrow{V})$$

$$\therefore \ \Sigma F = \frac{d}{dt}(m\,V)$$

Equation de mouvement en utilisant la différentielle

L'équation du mouvement d'un corps de masse constante s'écrit

$F = ma$

Si $a = \frac{dV}{dt}$ **, alors** $F = m\frac{dV}{dt}$ $\quad \therefore \int_{t_1}^{t_2} F\,dt = m \int_{v_1}^{v_2} dV$

Mais si $a = V\frac{dV}{dD}$ **, alors** $F = mv\frac{dV}{dD}$ $\quad \therefore \int_{D_1}^{D_2} F\,dD = m \int_{v_1}^{v_2} dV$

Si la masse m est variante ; alors l'équation du mouvement s'écrit : $F = \frac{d}{dt}(m\,V)$

Où m et v sont dérivables par rapport au temps

Unités de la force et de la masse

Quand on déduit l'équation du mouvement d'un corps, on a choisies des unités précisent de chacune de la force ; la masse et l'accélération, pour que la constante de la proportionnalité soit égale à un, l'équation du mouvement devient alors ; m a = F. Donc quand on utilise l'équation du mouvement, on utilise les unités de la force comme Newton et Dyne.

$m \times a = F$
$1\text{kg} \times 1\ \text{m/sec}^2 = 1$ Newton
$1\text{gm} \times 1\text{cm/sec}^2 = 1$ dyne

Rappel

1 kg.p = 9.8 Newton
1 kg.p = 980 dyne

Le poids et la masse

le poids du corps est la force qui attire le corps vers le bas, c'est la force de la pesanteur. Si on a un corps de masse 1 kg, alors son poids d'après l'équation du mouvement est égale à 1 kgp.

$\because\ m\,a = F \qquad \therefore\ 1 \times 9{,}8 = F \qquad F = 9{,}8$ newton $= 1$ kg.p

Exemple

(1) Une force de 10 Newton agit sur un corps de masse 8 kg en repose, elle le déplacé dans sa sens à une accélération uniforme. Calculez la distance parcourue après 12 sec ; ainsi que sa vitesse à ce moment.

Solution

$F = 10$ Newton $v_0 = 0$

$m = 8$ kg $t = 12$ sec

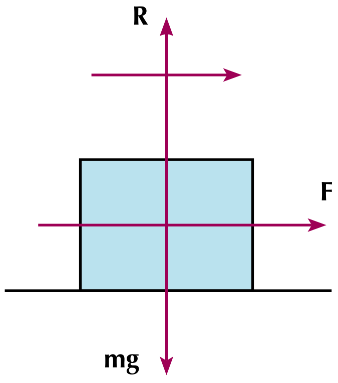


Figure (20)

Équation du mouvement du corps

$m\,a = F$ $\therefore 8\,a = 10$

$a = \frac{5}{4}$ m/sec

$\because V = v_0 + a\,t$ $\therefore V = 0 + \frac{5}{4} \times 12 = 15$ m/sec

$\because d = v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$ $\therefore d = 0 + \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times 144 = 90$ m

Essayez de résoudre

(1) Si le dernier wagon d'un train est séparé dont la masse est 24,5 ton quand sa vitesse été 54 km/h, il se meut avec une décélération constante et il s'arrête après 125 m. Trouvez l'intensité de la résistance qui agit sur le wagon séparé en kg.p.

Figure (21)

Exemple

(2) Un corps de masse 3 kg est tombé d'une hauteur de 10 m du sol sableuse et y pénètre à une profondeur de 5 cm. Calculez la résistance du sable, sachant que le corps se meut dans le sable avec une accélération uniforme.

Solution

L'étape Chute libre

$V^2 = V_0^2 + 2\,g\,S$

$V^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times 10$

$V = 14$ m/sec

L'étape de pénètre dans le sable

$V^2 = v_0^2 + 2a\,D$

$0 = (14)^2 + 2a \times 0.05$

$a = -1960$ m/sec ^{2}

Équation de mouvement

$m\,a = mg - r$

$3 \times -1960 = 3 \times 9.8 - r$

$\therefore r = 3 \times 9,8 + 3 \times 1960$

$r = 5909.4$ newton

$r = 603$ kg.P

Essayez de résoudre

2 Une boite de masse 100 kg. Soulever vers le haut à l'aide d'une corde avec une accélération uniforme de 25 cm/s². Trouvez la force de tension dans la corde, en négligeant la force de résistance.

Exemple

3 Un train de masse 220 t, se meut sur une route horizontale avec une vitesse uniforme de 29,4 m/s. Si le dernier wagon d'un train de masse est 24 tons est séparé, il se meut avec une décélération constante et il s'arrête après une minute de moment de la séparation . Trouvez:

Figure (23)

a) l'intensité de la résistance pour chaque tonne de la masse du train sachant qu'il est constante.

b) La force motrice.

c) La distance entre la partie restant du train et le wagon séparé au moment où il s'arrêté, sachant que la partie restant du train se meut avec une accélération uniforme.

Solution

a) Le mouvement du wagon séparé d'équations du mouvement rectiligne:

$m = 24$ ton, $V_0 = 29.4$ m/sec, $V = 0$, $t = 60$ sec

$V = V_0 + a\,t$

$0 = 29.4 + 60\,a$

$\therefore\ a = -0.49$ m/sec ^{2}

De l'équation de mouvement du wagon séparé

$ma = -r$ $\qquad 24 \times 1000 \times -0.49 = -r$

$r = 11760$ newton. $\qquad \therefore\ r = 1200$ kg.p

$r = 50$ kg.p /ton

La distance parcourue après une minute par le wagon séparé

$D = V_0\, t + \frac{1}{2} a\, t^2$

$= 29.4 \times 60 - \frac{1}{2} \times 0.49 \times (60)^2$

$D = 882$ meters

b) Le mouvement du train avant la séparation

$\because$ Le train se meut avec une vitesse uniforme avant la séparation $\qquad m = 220$ t

$\therefore$ La force motrice = résistance totale $\qquad$ La résistance / t $= 50$ kg.p

$\therefore\ F = 50 \times 220 = 11000$ kg.p

c) Le mouvement de la partie restant du train après la séparation du dernier wagon:

Equation du mouvement

$m\,a = F - r$	$m = 196$ ton
$196 \times 1000\,a = (11000 - 50 \times 196) \times 9{,}8$	$F = 11000$ kg.p
$a = \frac{3}{50}$ m/sec ^{2}	Resistance/ton $= 50$ kg.p

Des lois d'accélération

$d = V_{.}t + \frac{1}{2}a\,t^2$

$= 29.4 \times 60 + \frac{1}{2} \times \frac{3}{50} \times (60)^2$

$d = 1872$ meters

La distance entre la partie restant du train et le wagon séparé au moment où il s'arréê

$= 1872 - 882$

$= 990$ meters

Pensé critique : Tracez une courbe qui représente la distance entre la partie restant du train et le wagon séparé au moment où il s'arrêe. Puis à l'aide de la courbe trouvez :

a) Quand la distance égale à 110 m?

b) La distance 40 sec aprés la séparation du dernier wagon.

Essayez de résoudre

3) Un aérostat de masse 105 kg, se meut verticalement vers le bas avec une accélération uniforme de 98 cm/s². Trouvez l'intensité de la force de levage de l'aire qui agit sur l'aérostat en kg.p, si un corps de masse 35 kg, tombe d'aérostat quand sa vitésse est 490 cm/s, Trouvez la distance enter l'aérostat et le corps séparé $\frac{20}{7}$ sec après le momment de séparation.

Figure (24)

Exemple

4) Un corps de unité de masse se déplace sous l'effet de trois forces $\overrightarrow{F_1} = a\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{i} + b\,\overrightarrow{j} + 3\,\overrightarrow{K}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j} - c\,\overrightarrow{K}$, si le vecteur de déplacement $\overrightarrow{D}$ est donnée par la relation $\overrightarrow{D} = t\,\overrightarrow{i} + (\frac{1}{2}t^2 + t)\,\overrightarrow{j} + 5\,\overrightarrow{K}$ Trouvez les valeurs de a ; b et c

Solution

$\because \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (a + 2)\,\overrightarrow{i} + (b + 3)\,\overrightarrow{j} + (3 - c)\,\overrightarrow{K}$

$\because \overrightarrow{S} = t\,\overrightarrow{i} + (\frac{1}{2}t^2 + t)\,\overrightarrow{j} + 5\,\overrightarrow{K}$

$\overrightarrow{V} = \frac{d\,D}{d\,t} = \overrightarrow{i} + (t + 1)\,\overrightarrow{j}$

$\overrightarrow{a} = \frac{d\,\overrightarrow{V}}{d\,t} = \overrightarrow{j}$

$\because m\vec{a} = \vec{F}$ $\quad\therefore \vec{j} = (a+2)\vec{i} + (b+2)\vec{j} + (3-c)\vec{K}$

$a + 2 = 0 \quad , b + 3 = 1 \quad 3 - c = 0$

$a = -2 \quad , b = -2 \quad c = 3$

Essayez de résoudre

4 Un corps de masse 3 kg se déplace sous l'effet de trois forces $\vec{F_1} = a\vec{i} + \vec{j}$ $\vec{F_2} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{F_3} = 3\vec{i} + b\vec{j}$ où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ deux vecteurs unitérs orthonormés dans le plan des forces ; Si le vecteur de déplacement $\vec{D} = (t^2+1)\vec{i} + (2t^2+3)\vec{j}$, Trouvez les valeurs de a et b.

Exemple

5 Une force $\vec{F}$ agit sur un corps en repos de masse 1 kg, qui se déplace en ligne droite commençant du point de l'origine O si F = 5x + 6 où x la distance de corps du point O, en mètre et F en Newton.

Trouvez :

a) La vitesse du corps v quand x = 4 m **b)** Le déplacement du corps quand v = 9 m /s.

Solution

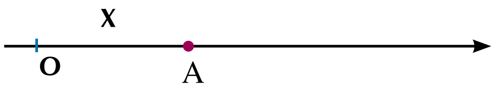


Figure (25)

$\because F = 5x + 6$

$\therefore ma = 5x + 6$

$\because a = v\frac{dv}{dx}$, $m = 1$ kg

a:

$\therefore V\frac{dV}{dx} = 5x + 6$ $\quad\therefore \int_0^V V\,dV = \int_0^4 (5x+6)\,dx$

$\therefore [\frac{1}{2}v^2]_0^v = [\frac{5}{2}x^2 + 6x]_0^4$ $\quad\therefore \frac{1}{2}v^2 = (\frac{5}{2}\times 16 + 6\times 4) - 0$

$v^2 = 128$ $\quad\therefore V = \pm 8\sqrt{2}$ m/sec

b:

$\because V\frac{dV}{dx} = 5x + 6$ $\quad\therefore \int_0^9 V\,dv = \int_0^x (5x+6)\,dx$

$\therefore [\frac{1}{2}v^2]_0^9 = [\frac{5}{2}x^2 + 6x]_0^x$ $\quad\therefore \frac{81}{2} = \frac{5}{2}x^2 + 6x - 0$

$\therefore 5x^2 + 12x - 81 = 0$

$(5x + 27)(x - 3) = 0$ $\quad\therefore x = 3 \quad , \quad x = -\frac{27}{5}$

Essayez de résoudre

5 Une force F agit sur un corps en repos de masse 2 kg, qui se déplace en ligne droite commençant d'une vitesse de 2 m/s. si $F = \frac{3}{2v+1}$ où v est la vitesse de corps après t second, quand la vitesse devient 6 m / s.

Exemple

6 Une force agit sur un corps en repos de masse 250 g, qui se déplace en ligne droite commençant de repos du point de l'origine O . si $\vec{F} = (5t - 2)\vec{i} + 4t\vec{j}$ où F est mesuré en Newton et t en second. Trouvez $\vec{V}$ et $\vec{D}$ en function de t.

Solution

$\because \vec{F} = (5t - 2)\vec{i} + 4t\vec{j}$ $\quad\because \vec{F} = m\vec{a}$ où $m = \frac{1}{4}$ kg

$\therefore \frac{1}{4}\vec{a} = (5t - 2)\vec{i} + 4t\vec{j}$ $\quad\therefore \vec{a} = (20t - 8)\vec{i} + 16t\vec{j}$

$\because \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ $\quad\therefore \frac{d\vec{V}}{dt} = (20t - 8)\vec{i} + 16t\vec{j}$

$\therefore \int_0^V d\vec{V} = \int_0^t [(20t - 8)\vec{i} + 16t\vec{j}]\,dt$

$\therefore \vec{V} = (10t^2 - 8t)\vec{i} + 8t^2\vec{j}$

$\because \vec{V} = \frac{d\vec{D}}{dt}$ $\quad\therefore \frac{dD}{dt} = (10t^2 - 8t)\vec{i} + 8t^2\vec{j}$

$\therefore \int_0^S dD = \int_0^t [(10t^2 - 8t)\vec{i} + 8t^2\vec{j}]\,dt$

$\therefore \vec{D} = (\frac{10}{3}t^3 - 4t^2)\vec{i} + \frac{8}{3}t^3\vec{j}$

Essayez de résoudre

6 Une force agit sur un corps en repos de masse $\frac{1}{2}$ kg qui se déplace en ligne droite commençant d'un point fixe ' O'. si $\vec{F} = (4t - 1)\vec{i} + 4\vec{j}$ où F est mesuré en Newton et t en second. Trouvez la vitesse du corps et sa distance du point O quand t = 2 sec .

Exemple

7 Un corps de masse variante m = 2 t + 1, est animé d'un mouvement rectiligne, son vecteur déplacement étant donné par la relation : $\vec{D} = (\frac{1}{2}t^2 + t)\vec{i}$ où $\vec{i}$ est un vecteur unitaire parallèle à la ligne droite. Calculez la quantité de mouvement de ce corps et en déduire la loi de la force à laquelle il est soumis.

Solution

$m = 2t + 1$

Vecteur vitesse $\vec{V} = \frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}t^2 + t)\vec{i} = (t + 1)\vec{i}$

Vecteur quantité de mouvement $\vec{P} = m\vec{V}$

$= (2t + 1)(t + 1)\vec{i} = (2t^2 + 3t + 1)\vec{i}$

De la deuxième loi de Newton on a :

$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}) = \frac{d\vec{H}}{dt} = \frac{d}{dt}(2t^2 + 3t + 1)\vec{i} = (4t + 3)\vec{i}$

Donc. la force qui agit sur le corps dans le sens de $\vec{i}$ et sa valeur est égale à (4t + 3)

Essayez de résoudre

7 Une boule métallique de masse 100 g se meut en ligne droite à la vitesse de 10 m / s dans une atmosphère poussiéreuse. La poussière se colle à la surface de la boule à un taux de 0,06 g / s. Trouvez la masse de la boule et la force exercée sur elle à un instant quelconque.

Exercices 2-3

Choisirez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

1 Le poids d'un corps de masse 5 kg, est :

a $\frac{25}{49}$ Newton b 5 Newton c 49 Newton d 49 kg.p

2 Un corps de masse m kg, se meut sous l'effet de la force $\vec{F} = 3m\,\vec{i} + 4m\,\vec{j}$, où F en Newton, alors l'accélération du mouvement en m / s² :

a 3 b 4 c 5 d 7

3 Un corps de masse de l'unité, se meut sous l'effet de la force $\vec{F} = 5\,\vec{e}$ si le vecteur vitesse $\vec{V} = (a\,t^2 + b\,t)\,\vec{e}$, alors a + b est:

a 0 b $\frac{5}{2}$ c $\frac{7}{2}$ d 5

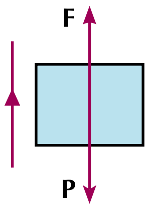


Figure (26)

4 Un corps de masse 8 kg, se meut verticale ment vers le haut avec une accélération constante (a) sous l'effet d'une force de même sens du mouvement d'intensité 12 kg.p, alors (a) en m / s² :

a $\frac{1}{2}$ b $\frac{3}{2}$ c 4,9 d 14,7

5 Une balle de fusil de masse 7 g est tirée à la vitesse de 254 m /s sur un obstacle fixe, elle y pénètre 12,25 cm avant de s'arrêter. Calculez la résistance de l'obstacle au mouvement de la balle, sachant qu'elle est décélérée.

a 17.15 Newton b 175 Newton c 175 kg.p d 1715 kg.p

6 Un corps de masse m = (2 t + 3)kg, est animé d'un mouvement rectiligne, son vecteur déplacement étant donné par la relation $\vec{D} = (\frac{3}{2}\,t^2 + 2t)\,\vec{e}$ où D est mesurer en mètre ; t en second alors la force à laquelle il est soumis en Newton est:

a $2t + 3$ b $12t + 3$ c $12t + 13$ d $6t + 13$

7 Dans chacune de cas suivante, la force F agit sur le corps de masse m k, qui lui acquise une accélération uniforme, indiquer sur la figure. Trouvez F

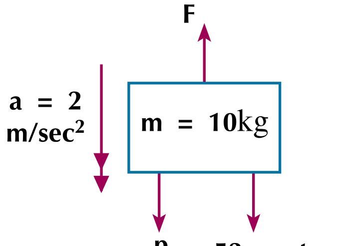


Figure (29)

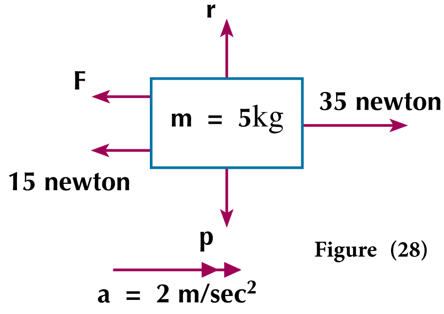


Figure (28)

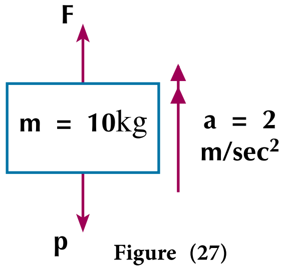


Figure (27)

8 Dans chacune de cas suivante, la force F agit sur le corps de masse m kg, qui lui acquise une accélération uniforme, indiquer sur la figure. Trouvez (m)

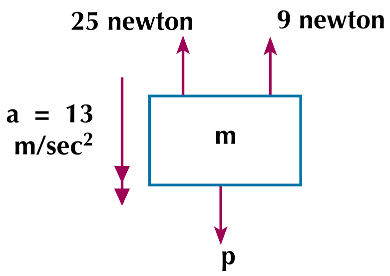


Figure (32)

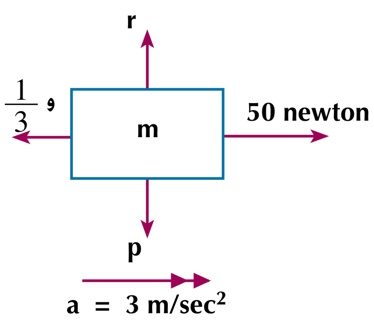


Figure (31)

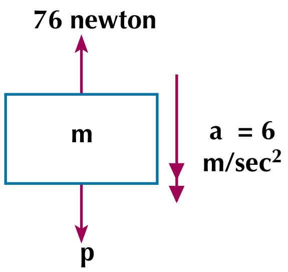


Figure (30)

9 Dans chacune de cas suivante, la force F agit sur le corps de masse m kg, qui lui acquise une accélération uniforme, indiquer sur la figure. Trouvez (a)

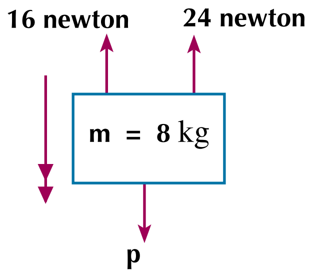


Figure (35)

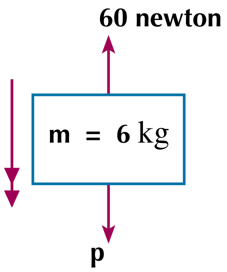


Figure (34)

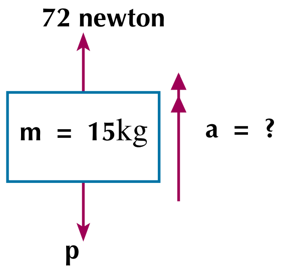


Figure (33)

10 Un corps de masse 150g, une force de 4500 dyne agit sur le corps, trouvez l'accélération.

11 Une force horizontale F est appliquée à un corps de masse 20 kg posé sur un plan horizontale lisse. Le corps se meut avec une accélération constante de 49 m/s². Trouvez F.

12 Une voiture en repose de masse 4,9 ton, une force est appliquée sur la voiture, sa vitesse est devenu 27 km /h durant une minute. Trouvez la force en kg.p.

13 Si la force du moteur d'une locomotive est égale à 2,5 t.p, et la masse du train et de la locomotive est 200 t.si le train se meut du repos trouvez as vitesse après demi minute.

14 Trouvez la force de résistance du frein de mouvement d'un train en kg.p par ton de sa masse si sa vitesse 72 km /h ; il s'arrête par les freins après qu'il parcourt une distance 250 m, trouvez le temps nécessaire pour s'arrêter.

15 Un homme a poussé une voiture en repose de masse 980 kg, avec une force constante, sa vitesse est devenu 45 cm / s, après 5 second. Trouvez en kg.p cette force, si la résistance est de 50 kg.p.

16 Une locomotive tir un train, leurs masse est de 245 t, en repos sa vitesse est augmenter à 18 km /h après avoir parcourir une distance de un kilomètre sur une route horizontale, si la résistance est égale à 4 kg.p / t. Trouvez la force horizontale du moteur de la locomotive.

17 Une force horizontale constante d'intensité 1 k.t.p est appliquée sur une voiture de masse 4 t. en repos, elle attient la vitesse 4,9 m/s en 10 second. Trouvez l'intensité de la résistance qui agit sur la voiture.

18 Un corps de masse 2 kg se déplace sous l'effet de trois forces $\overrightarrow{F_1} = 4\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = -\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$ où F est mesurée en Newton, trouvez la norme de $\overrightarrow{a}$

19 Une force $\overrightarrow{F}$ agit sur un corps de masse 500 g, qui lui acquise une accélération $\overrightarrow{a} = 5\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ Si a est mesurée en m/s², Trouvez F en Newton.

20 Trouvez le vecteur accélération a $\overrightarrow{a}$ qui acquise un corps de masse 2 kg, sous l'effet des forces $\overrightarrow{F_1} = 2\,\overrightarrow{i} - 3\,\overrightarrow{j} + 4\,\overrightarrow{K}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{i} + 5\,\overrightarrow{j} + 2\,\overrightarrow{k}$ si Fest mesurée en Newton.

21 TLes forces $\overrightarrow{F_1} = a\,\overrightarrow{i} + b\,\overrightarrow{j} + c\,\overrightarrow{K}$, $\overrightarrow{F_2} = 2\,\overrightarrow{i} - 3\,\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$ sont appliquées sur un corps de masse 2kg. qui lui acquise une accélération $\overrightarrow{a} = 4\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{k}$. Trouvez a ; b et c.

22 Un corps de masse 3kg se déplace sous l'effet de trois forces $\overrightarrow{F_1} = 2\,\overrightarrow{i} - b\,\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = a\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = 3\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ où $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ deux vecteurs unitérs orthonormés dans le plan des forces ; Si le vecteur de déplacement $\overrightarrow{D}$ est donnée par la relation $\overrightarrow{D} = (t^2 + 1)\,\overrightarrow{i} + (2t^2 + 3)\,\overrightarrow{j}$, Trouvez a et b .

23 Un corps de masse m = (2t +5) kg. Son vecteur de position est $\overrightarrow{R} = (\frac{1}{2}t^2 + t - 5)\,\overrightarrow{e}$ où $\overrightarrow{e}$ est un vecteurs unitérs constant, si r en mètre et t en second, trouvez :

a) Les vecteurs vitesse et accélération à un instant quelconque t.

b) L'intesité de la force agit sur le corps en t = 10 sec

24 Une sphère métallique de masse 150 g, se meut d'une vitesse de 12 m/s dans une atmosphère poussiéreuse. La poussière se colle à la surface de la sphère à un taux de 0,5 g / s. Trouvez la masse de la sphère et la force en dyne exercée sur elle à un instant quelconque t.

25 Une sphère métallique de masse 10 g, se meut en ligne droite dans une atmosphère poussiéreuse. La poussière se colle à la surface de la sphère à un taux de un gramme par second. Si le vecteur de déplacement $\overrightarrow{D}$ est donnée par la relation $\overrightarrow{D} = (t^2 + 3t)\,\overrightarrow{i}$ où est un vecteurs unitérs dans le sens de son mouvement, Trouvez la force exercée sur elle à un instant quelconque t. puis calculez sa valeur en t = 3 sec, sachant que le déplacement en cm.

26 Un corps de masse variante $m = (4t + 1)$, est animé d'un mouvement rectiligne, son vecteur déplacement étant donné par la relation $\overrightarrow{D} = (t^2 + 2t)\ \overrightarrow{i}$ où $\overrightarrow{i}$ est un vecteur unitaire parallèle à la ligne droite, t en second et d en cm. Calculez :

a Le vecteur quantité de mouvement de ce corps .

b L'intensité de la force à laquelle il est soumis en $t = 4$.

27 Une force $F = 3t + 1$ agit sur un corps en repos de masse 4 kg. au point d'origine O sur une ligne droite.

a Trouvez v quand $t = 2$ sec .

b Trouvez d quand $t = 2$ sec , F en Newton.

28 Un homme de masse 75 kg ; glisse sur l'évasion corde d'incendie, si la corde ne support une tension plus que 50 kg.p. Trouvez l'accélération minimale de son mouvement. Puis trouvez sa vitesse quand il glisse 30 m, sachant que l'accélération est constante.

29 Une balle de fusil de masse 20 g est tirée à la vitesse de 700 m /s sur un obstacle fixe, elle y pénètre 5 cm avant de s'arrêter. Calculez la résistance de l'obstacle sachant qu'elle est constante.

30 Un corps de masse 2 kg est tombé d'une hauteur de 10 m du sol sableuse et y pénètre à une profondeur de 5 cm. Calculez la résistance du sable, sachant qu'elle est constante.

31 Un train de masse 245 t(y compris la locomotive) se meut avec une accélération constante de 15 cm/s. La résistance de l'aire et frottement à son mouvement est de 75 kg.p par ton de la masse du train, Trouvez en kg.p la force du moteur de la locomotive. Si le dernier wagon de masse 49 tonnes est séparé du train, après 4,9 min de mouvement, trouver le temps mis par le wagon lâché pour s'arrêter.

Unité 2

2 - 4

Troisième loi de Newton

Allez apprendre

- la pression et la réaction
- mouvement des ascenseurs

Vocabulaire de bas

- Deuxième loi de Newton
- équation du mouvement
- La force
- La masse
- Le poids

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

Activité

On sait de la première loi de Newton que la résultante de forces qui agissent sur un corps se meut avec une vitesse uniforme est nulle. Tandis que si la résultante de forces n'égale pas à zéro, alors le corps se meut par une accélération.

Figure (36)

- Est-ce que il y a une relation entre l'intensité de la résultante et l'accélération du mouvement?

- vo us pouvez déduire cette relation?

Apprendre

1 - Troisième loi de Newton

A chaque action correspond une réaction de même intensité et de sens contraire.

2 - La pression et la réaction

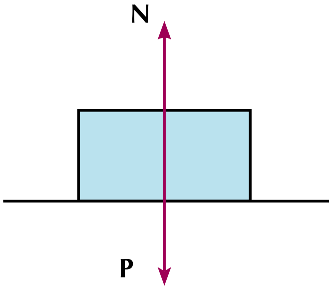


Figure (37)

Quand on pose un corps de masse m sur un plan en repos, ce corps agit sur le plan par une force de pression égale au poids du corps, qui produit une force de réaction du plan qui agit sur le corps est égale à la force de pression du corps sur le plan, ces deux forces en sens contraires et de même intensité, la pression sur le plan ça change si le plan se meut vers le haut ou vers le bas . La pression en ce cas est connue par le poids.

Figure (38)

Mouvement des ascenseurs

Le mouvement des ascenseurs est l'application le plus célèbre de la action et la réaction, quand une Person de masse m débout dans un ascenseur de masse m', alors il y a un système des forces agissent sur chacune d'elle.

Les forces agissent sur une personne dans un ascenseur

Deux forces agissent sur la personne dans l'ascenseur :

1 - **Son poids** = mg (**Dirige verticalement vers le bas quel que soit le sens du mouvement**)

2 - 2) **La force de réaction du plancher de l'ascenseur = R**

(**Dirige verticalement vers le haut quel que soit le sens du mouvement**).

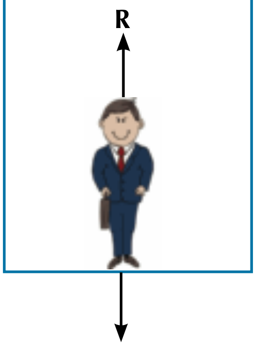


figure (39)

L'équation du mouvement de la personne

L'ascenseur est au repos ou animé d'un mouvement uniforme (vitesse constante vers le haut ou vers le bas) alors $m\,g = R$

Mouvement vers le haut d'une vitesse a ; l'équation du mouvement $m\,a = R - mg$

Mouvement vers le bas d'une vitesse a ; l'équation du mouvement $m\,a = mg - R$

Pensez critique : **Quelle sera la réaction du plancher de l'ascenseur sur la personne si l'ascenseur descend à une accélération égale à l'accélération pesanteur ?**

Les forces agissent sur la plancher de l'ascenseur seulement (figure 40)

Trois forces agissent sur la plancher de l'ascenseur seulement:

1 - Son poids = **m`** g (**Dirige verticalement vers le bas quel que soit le sens du mouvement**)

2 - La pression de la personne sur le plancher de l'ascenseur = **P**

(**Dirige verticalement vers le bas quel que soit le sens du mouvement**)

3 - 3) La tension la corde qui tir l'ascenseur = **T**

(**Dirige verticalement vers le haut quel que soit le sens du mouvement**)

figure (40)

L'équation du mouvement de l'ascenseur

Quand l'ascenseur monte avec une accélération(a) son équation du mouvement est $m`\,a = T - P - m`\,g$

Quand l'ascenseur descend avec une accélération(a) son équation du mouvement est $m`\,a = m`\,g + P - T$

The forces acting on a system (the lift and the person together) (Figure 41)

Les forces agissent sur la plancher de l'ascenseur et la personne :

Deux forces agissent sur la plancher de l'ascenseur et la personne

1 - 1) le poids de système = **(m + m`)** g

(**Dirige verticalement vers le bas quel que soit le sens du mouvement)**

2 - 2) La tension la corde qui tir l'ascenseur = **T**

(**Dirige verticalement vers le haut quel que soit le sens du mouvement)**

figure (41)

Remarque :

La pression de la personne sur la plancher de l'ascenseur est égale à la réaction du plancher de l'ascenseur sur la personne et en sens contraire

Equation du movement du systéme

Quand l'ascenseur monte avec une accélération(a) son équation du mouvement est

$$(m + m`)\,a = T - (m + m`)g$$

Quand l'ascenseur descend avec une accélération(a) son équation du mouvement est

$$(m + m`)\,a = (m + m`)\,g - T$$

Le dynamomètre

Quand un corps de masse m est suspendu à un dynamomètre fixé au plafond d'un ascenseur, alors la lecture du dynamomètre represente la tension au fil du dynamomètre.

Figure (42)

Palence de pression

Quand un corps de masse m est placé sur un palence fixé à la plancher de l'ascenseur, alors la lecture du palence represente la pression du corps sur le palence.

Figure (43)

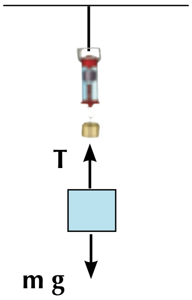


Figure (44)

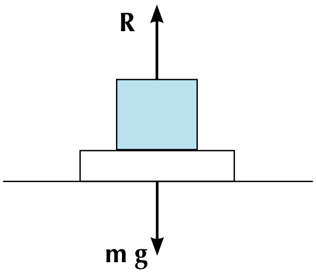


Figure (45)

1 - Si la lecture du dynamomètre > poids $T > mg$; $P > mg$, Alors l'ascenseur monte par une accélération accéléré ou descend par une accélération déccéléré .

2 - Si la lecture du dynamomètre < poids $T < mg$; $P < mg$. Alors l'ascenseur descend par une accélération accéléré ou monte par une accélération déccéléré .

3 - Si la lecture du dynamomètre = poids $T = mg$; $P = mg$. Alors l'ascenseur est en repos ou se déplace par une vitesse uniforme. La lecture du palence (pression) ; la lecture du dynamomètre (poids)

Remarque que

Si l'ascenseur monte par une accélération uniforme et descend par la même accélération: Alors La lecture du palence en montant + La lecture du palence en desendant = double du poids.

Balence

La balance est la seule machine par laquelle le poids est mesuré dans toutes les conditions.

Figure (46)

Exemple

(1) Un homme de masse 80 kg est dans un ascenseur. Calculez en kg.p la pression de l' homme sur le plancher de l'ascenseur dans les cas suivants :

1 - L'ascenseur monte avec une accélération uniforme de 49 $cm.s^2$.

2 - L'ascenseur se meut par une vitesse uniforme de 80 cm /s.

3 - L'ascenseur descend avec une accélération uniforme de 98 $cm.s^2$.

Solution

La pression de l' homme sur le plancher de l'ascenseur est égale à la réaction de l'ascenseur sur l' homme .

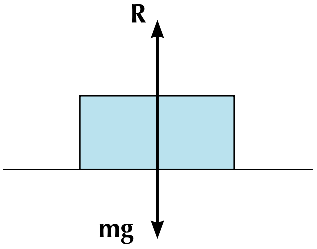
1 - L'ascenseur monte avec une accélération uniforme de 49 $cm.s^2$.

$\therefore ma = R - mg$

$80 \times 0{,}49 = R - 80 \times 9{,}8$

$\therefore R = 80 \times 0.49 + 80 \times 9{,}8$

$R = 823.2$ newton $\qquad R = 84$ kg.wt



2 - L'ascenseur se meut par une vitesse uniforme.

$\therefore a = 0$

$\therefore R = mg \qquad g = 80$ kg.p

3 - L'ascenseur descend avec une accélération uniforme de 98 $cm.s^2$.

$m a = mg - R$

$80 \times 0.98 = 80 \times 9.8 - R$

$R = 80 \times 9{,}8 - 80 \times 0{,}98 \qquad R = 705{,}6$ newton. $\qquad R = 72$ kg .p

Essayez de résoudre

(1) Une personne de masse 60 kg est dans un ascenseur. Calculez en kg.p la pression de l' homme sur le plancher de l'ascenseur dans les cas suivants :

1 - L'ascenseur en repos .

2 - L'ascenseur monte avec une accélération uniforme de 49 $cm.s^2$.

3 - L'ascenseur descend avec une accélération uniforme de 49 $cm.s^2$.

Exemple

(2) Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur se meut verticalement, si la tension au fil quand l'ascenseur monte avec une accélération de 2,45 m/s² est égale à 50 kg.p. Trouvez la masse du corps. Si l'ascenseur descend avec la même accélération, quelle est l'intensité de la tension au fil ?

Solution

a) L'ascenseur monte avec une accélération de 2,45 m/s²

Equation du mouvement : $ma = T - mg$

$m \times 2{,}45 = 50 \times 9{,}8 - m \times 9{,}8$

$m\,(2{,}45 + 9{,}8) = 50 \times 9{,}8$ $\qquad m = 40$ kg

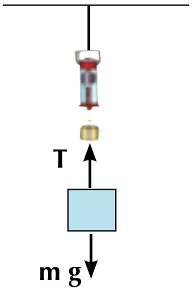


Figure (48)

b) L'ascenseur descend avec une accélération de 2,45 m/s²

Equation du mouvement : $ma = mg - T$

$40 \times 2{,}45 = 40 \times 9{,}8 - T$

$T = 40\,(9{,}8 - 2{,}45)$ $\qquad T = 294$ Newton $\qquad T = 30$ kg.p

Essayez de résoudre

(2) Un corps de poids 240 g.p est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur dont la lecture indique 276 g .p. Montrez que l'accélération du mouvement de l'ascenseur a deux valeurs qu'on doit les déterminer en précisant le sens du mouvement.

Exemple

(3) Un ascenseur monte avec une accélération de 140 cm /s², la force de pression d'un homme sur le plancher de l'ascenseur est de 72 kg.p. **Calculez la masse de cet homme. Puis calculez la pression de l'homme sur le plancher de l'ascenseur quand l'ascenseur descend**.

Solution

a) L'ascenseur monte avec une accélération de $a = 1{,}4$ m /s².

Equation du mouvement : $m\,a = R - m\,g$

$m \times 1.4 = 72 \times 9.8 - m \times 9.8$

$\therefore\ m = 63$ kg

b): L'ascenseur descend avec une accélération de $a = 1.4$ m/s².

Equation du mouvement : $m\,a = m\,g - R$

$63 \times 1.4 = 63 \times 9.8 - R$

$R = 63\,(9.8 - 1.4)$ $\qquad R = 529.2$ newton

$R = 54$ kg.p

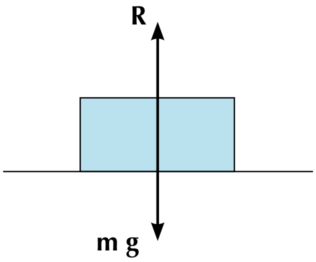


Figure (49)

Essayez de résoudre

(3) Un homme masse 70 kg dans un ascenseur de masse 420 kg ; l'ascenseur monte avec une accélération de 70 cm /s², Trouvez : la tension au fil en kg.p et la force de pression d'un homme sur le plancher de l'ascenseur **.**

Exemple

(4) Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Lorsque l'ascenseur monte avec une accélération de (a) m /s, la lecture du dynamomètre est 8 kg .p. Lorsque l'ascenseur descend avec une accélération de norme (2a) m /s, la lecture du dynamomètre est 5 kg .p. Trouvez la valeur de (a). Si la corde qui tir l'ascenseur ne support une tension plus que 1,2 t.p, trouvez le maximum charge peut supporter l'ascenseur quand il monte avec une accélération (a), sachant que sa masse vide est de 600 kg**.**

Solution

a) L'ascenseur quand il monte avec une accélération (a),

Equation du mouvement : $m\,a = T - mg$

$m\,a = 8 \times 9{,}8 - m \times 9{,}8$

$m\,a = (8 - m) \times 9{,}8$ **(1)**

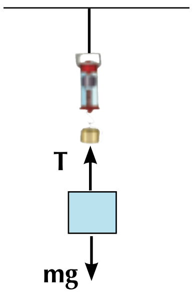


Figure (48)

b) l'ascenseur descend avec une accélération de norme (2a)

Equation du mouvement $m\,a = mg - T$

$2ma = m \times 9{,}8 - 5 \times 9{,}8$

$2ma = (m - 5) \times 9{,}8$ **(2)**

De (1) et (2) on a

$$\frac{2ma}{ma} = \frac{(m - 5) \times 9{,}8}{(8 - m) \times 9{,}8}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{m - 5}{8 - K}$$

$m - 5 = 16 - 2m$ $3m = 21$

$\therefore m = 7$ kg

de (1) on trouve que

$7\,a = 9.8$ $a = 1.4$ m/sec².

c)

soit le maximum charge peut supporter l'ascenseur est (m) donc la tension à la corde est de 1200 kg.p

Equation du mouvement : $(m + m`)\,a = T - (m + m`)\,g$

$\therefore (m + 600) \times 1.4 = 1200 \times 9.8 - (m + 600) \times 9.8$

$\therefore (m + 600) \times 11.2 = 1200 \times 9.8$

$m + 600 = 1050$

$m = 450$ kg

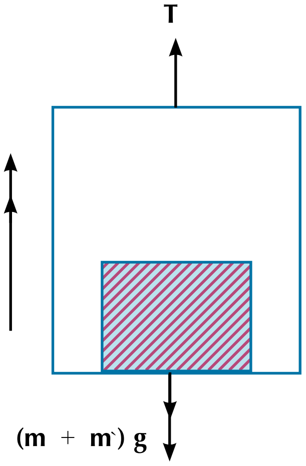


Figure (51)

Essayez de résoudre

4. Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Lorsque l'ascenseur monte avec une accélération uniforme de 1,5 a m /s, la lecture du dynamomètre est 17 kg .p. Lorsque l'ascenseur descend avec une accélération de a m /s, la lecture du dynamomètre est 16 kg .p. Trouvez la masse du corps et la valeur de (a).

Exercices 2 - 4

Complétez ce qui suit :

1. Un corps de masse 70 kg est posé sur un balance dans un ascenseur descend avec une accélération uniforme de 1,4 m/s^2 ; alors la lecture de la balance est .... kgp.

2. Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur, la lecture du dynamomètre est 390 g .p. Lorsque l'ascenseur monte :
   Si l'accélération du mouvement est 70 cm/s^2 , alors la masse du corps est .... gm.
   Si la masse du corps est 350 g alors, l'accélération du mouvement est .... cm/sec^2.

3. Une personne debout sur un balance dans un ascenseur, la lecture du balance est de 75 kg.p, quand l'ascenseur monte avec une accélération de (a) m/s^2, et 69 kg.p quand l'ascenseur descend avec la même accélération, alors le poids de cet homme est .... kg.p.

4. Un enfant debout sur un balance dans un ascenseur, descend avec une accélération1,4 m/s^2.
   Si la lecture de la balance est 30 kg.p, alors le poids de cet enfant est .... kg.p
   Si le poids de cet enfant est 49 kg.p, alors la lecture de la balance est .... kg.p

Répondre aux questions suivantes :

5. Une personne masse 80 kg debout sur une balance fixé sur le plancher d'un ascenseur, Trouvez la lecture de la balance, dans les cas suivantes :
   a. L'ascenseur se meut par une vitesse uniforme.
   b. L'ascenseur monte avec une accélération décéléré de 44,1 cm.s^2.
   c. L'ascenseur descend avec une accélération uniforme de 29,4 cm.s^2.

6 Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Trouvez la masse du corps dans les cas suivants :

a L'ascenseur monte avec une accélération accéléré de 98 cm.s², la lecture du dynamomètre est 44 g .p.

b L'ascenseur descend avec une accélération accéléré de 140 cm.s², la lecture du dynamomètre est 210 g .p.

c L'ascenseur en repos et la lecture du dynamomètre est 100 g .p.

7 Un ascenseur se meut avec un mouvement retardé monte avec une accélération uniforme (a) m /s², Un corps de masse 35 kg est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond du ascenseur, si la lecture du dynamomètre est 30 kg .p. Trouvez la valeur de (a).

8 Un corps est posé sur une balance dans un ascenseur, si la lecture de la balance est de 14 kg.p quand l'ascenseur en repos, Trouvez la lecture de la balance quand il monte avec une accélération uniforme de 70 cm/s² .

9 Un corps de masse 94,5 kg est placé dans une boîte de masse 52,5 kg, la boîte est tirée verticalement vers le haut au moyen d'une corde avec une accélération 1,4 m/s², trouvez la pression du corps sur la base la boîte, et la tension à la corde. Si on coupe la corde, trouvez la pression du corps sur la base la boîte.

10 Un homme de poids70 kg.p dans un ascenseur poids 350 kg.p; l'ascenseur descend avec une accélération décéléré de 49 cm /s², Trouvez : la force de pression de l'homme sur le plancher de l'ascenseur et la tension au fil en kg.p .

11 Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur, si la lecture du dynamomètre est 7 kg .p quand l'ascenseur en repos, puis 8 kg.p quand il se meut verticalement avec une accélération uniforme. Trouvez la valeur et le sens de l'accélération.

12 Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Lorsque l'ascenseur monte avec une accélération uniforme de a m /s, la lecture du dynamomètre est 16 kg .p. Lorsque l'ascenseur descend avec une accélération de 1,5a cm /s², la lecture du dynamomètre est 11 kg .p. Trouvez la masse du corps et la valeur de (a).Puis calculez la lecture du dynamomètre, lorsque l'ascenseur descend avec une décélération uniforme de $\frac{1}{2}$ a cm /s² .

Unité 2

2 - 5

Mouvement d'un corps sur un plan lisse incliné

Allez apprendre

- -Mouvement d'un corps sur un plan lisse incliné

Vocabulaire de bas

- - plan incliné
- - plan lisse

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique.

Réfléchissez et discutez

Si un corps de masse m est posé sur un plan incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure θ , si une force F Newton agit sur le corps vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, déterminez le sens du mouvement du corps, à quoi dépende sens du mouvement .

Mouvement d'un corps sur un plan lisse incliné

Supposons qu'un corps de masse m se meut sur un plan incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure θ , sous l'effet d'une force F agit sur le corps dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, On remarque qu'il y a trois forces agissant sur le corps, qui sont les suivantes:

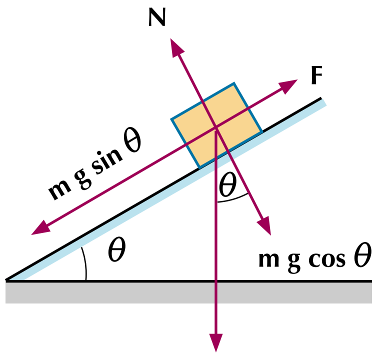


Figure (52)

1 - La force donnée F dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan.

2 - Le poids du corps d'intensité mg agissant verticalement vers le bas.

3 - La force de réaction du plan, perpendiculaire à ce plan et dirigée vers le haut, d'intensité R.

On décompose le poids du corps en deux composantes l'une dans le sens du plan vers le bas et l'autre dans le sens perpendiculaire au plan vers le bas.

La composantes dans le sens du plan = mg sin θ.

La composantes dans le sens perpendiculaire au plan = mg cos θ

On a trios cas poue comparer entre F ; mg sin θ .

1 ère : si F > mg sin θ, Alors le corps se meut d'une accélération uniforme a vers le haut,

son équation de mouvement est : ma = F -mg sin θ

Si F = 0, aprs t sec, depuit le mouvement, alors le corps se meut vers le haut par une décclération a'

(dans le même sens du mouvement) où a' = - g sin θ

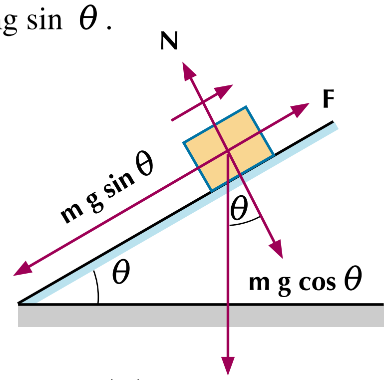


Figure (53)

Le corps forcement attient l'état du repos puis change le sens du mouvement vers le bas avec une accélération g sin θ.

2 ème cas : si $F < mg \sin\theta$ Alors le corps se meut d'une accélération uniforme a vers le bas, son équation de mouvement est : $m a = mg \sin\theta - F$

3 ème cas : si $F = mg \sin\theta$. Alors le corps garde son état du repos, mais si il a acquiseé une vitesse uniforme V dans le sens du plan vers le haut ou vers le bas, alors le corps se déplace sur le plans par une vitesse uniforme dans le sens de $\vec{V}$ d'apres la 1ère loi de Newton.

Exemple

1 Un corps de masse 12 kg est posé sur un plans lisse incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure 30°, une force d'intensité 88,8 N., dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, est appliquée à ce corps. Trouvez la vitesse de ce corps 14 sec depuis le début du mouvement. Si la force s'annule à ce moment-là, calculez la distance parcourue sur le plan avant d'atteindre l'état de repos instantané.

Solution

$\because F = 88{,}8$ Newton

$\because mg \sin\theta = 12 \times 9{,}8 \times \frac{1}{2}$

$= 58{,}8$ Newton

$F > mg \sin\theta$

$\therefore$ Alors le corps se meut d'une accélération uniforme a vers le haut

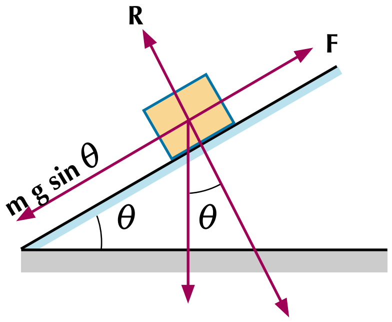


Figure (55)

L' équation de mouvement :

$m a = F - mg \sin\theta$

$12 a = 88{,}8 - 58{,}8$

$a = 2{,}5$ m/sec^2

$\because V = V_\circ + a t = 0 + 2.5 \times 14 = 35$ m/sec

Si F = 0, alors le corps se meut vers le haut par une décclération a'

L' équation de mouvement:

$m a` = -mg \sin\theta$

$a` = -9{,}8 \times \frac{1}{2} = -4{,}9$ m/sec^2

Le corps parcourt une distance d pour atteindre l'état de repos instantané

$v^2 = v_\circ^2 + 2 a` d$

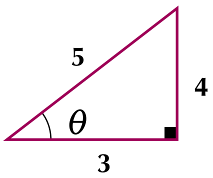
$0 = (35)^2 - 2 \times 4{,}9\, d$ $\qquad d = 125$ meters

Essayez de résoudre

1 Un corps de masse 32,5 kg est posé sur un plans lisse incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure θ où $\cos\theta = \frac{12}{13}$, une force d'intensité 83,5 N., dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, est appliquée à ce corps. Calculez l'intensité et le sens de l'accélération du mouvement, puis trouvez la vitesse de ce corps 8 sec depuis le début du mouvement.

Exemple

(2) Un corps de masse 25 kg est posé sur un plans lisse incliné sur l'horisontale d'un angle de mesure θ où $\tan\theta = \frac{4}{3}$. une force horisontale d'intensité 30 kg.p., dirigée vers le plan est appliquée à ce corps ? sachant que la ligne d'action de cette force appartient au plan vertical passant par une ligne de plus grand pente du plan,. Calculez l'accélération résultante ainsi que la réaction normale du plan.



Solution

$F\cos\theta = 30 \times \frac{3}{5} = 18$ kg.p , $p\sin\theta = 25 \times \frac{4}{5} = 20$ kg.p

$\because$ $F\cos\theta < p\sin\theta$

$\therefore$ Alors le corps se meut d'une accélération uniforme a vers le bas

$m\,a = mg\sin\theta - F\cos\theta$

$25\,a = (20 - 18) \times 9{,}8$

$a = \frac{98}{125}$ m/sec^2

$g = F\sin\theta + md\cos\theta$

$= 30 \times \frac{4}{5} + 25 \times \frac{3}{5} = 39$ kgp

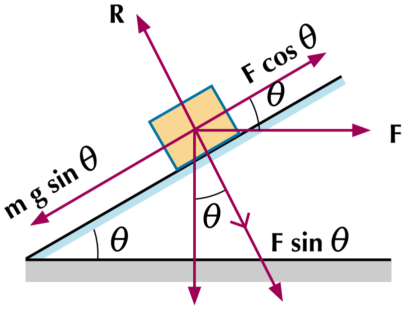


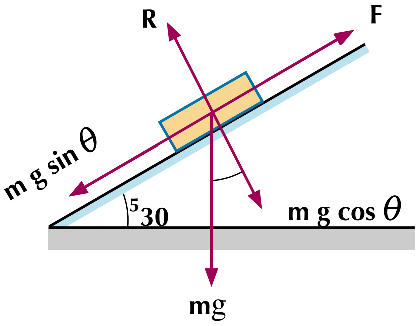
Figure (56)

Essayez de résoudre

(2) Un corps de masse 2 kg est posé sur ligne de plus grand pente d'un plan lisse incliné sur l'horisontale d'un angle de mesure 60° une force d'intensité 1 kg.p., dirigée vers le plan qui fait avec l'horizontale un angle de mesure 30° est appliquée à ce corps ? Calculez la réaction normale du plan, ainsi que l'accélération résultante.

Exemple

(3) Un corps de masse 30 kg se meut sur un plans lisse incliné sur l'horisontale d'un angle de mesure 30°, sou l'effet d'une force d'intensité F Newton, dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, avec une accélération uniforme de 1,5 m / s², . Calculez l'accélération si la force devient 0,5 F.



Solution

L'équation du mouvement dans le 1ère cas

$m\,a = F - mg\sin\theta$

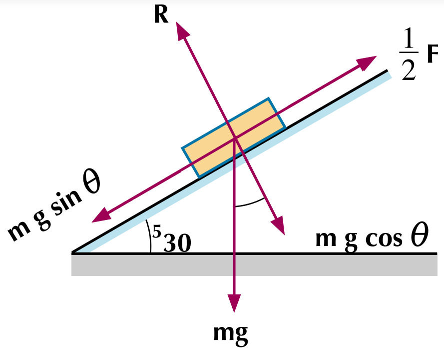
$\therefore$ $30 \times 1.5 = F - 30 \times 9.8 \times \frac{1}{2}$

alors $F = 192$ Newton

L'équation du mouvement dans le 2ème cas

$m\,a` \;=\; \frac{1}{2}F - mg\sin\theta$

$\therefore\; 30\,a` = 96 - 30\times 9.8\times\frac{1}{2} \qquad \therefore\; a` = -1.7\ m/sec^2$



Essayez de résoudre

3. Un corps de masse 200 kg se meut sur un plans lisse incliné sur l'horisontale d'un angle de mesure 30°, sou l'effet d'une force d'intensité F Newton, dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, avec une accélération uniforme de 2 m / s². Si cet accélération est diminué à sa moitié, le corps, alors se meut vers le bas du plan aves une accélération de 1,45 m / s², trouvez la force $\overrightarrow{F}$.

Exercices 2 - 5

Complétez ce qui suit :

1. **Dans la figure ci-contre** : le corps posé sur le plan lisse de masse 2 kg , commence son mouvement du repos, sous l'effet de la force F = 1,5 kg.p
   - a) L'accélération du mouvement = ... m/s², sa direction ....
   - b) La vitesse du corps après 4 sec de son mouvement
   - c) La réaction du plan = ... kg.p.

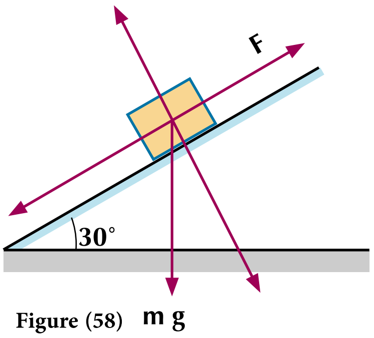


Figure (58)

2. **Dans la figure ci-contre :** le corps posé sur le plan lisse de masse m= 12 kg , commence son mouvement du repos, sous l'effet de la force F = 8 kg.p.
   - a) L'accélération du mouvement= .... m/s², sa direction ....
   - b) La distance parcourue sur le plan après 4 sec de son mouvement
   - c) La réaction du plan = ... kg.p

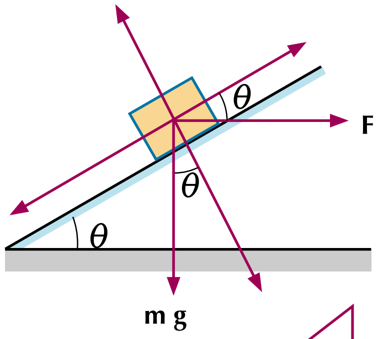
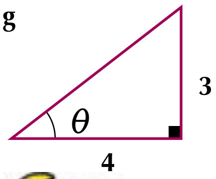


Figure (59)



Choisissez la bonne réponse :

3. La masse d'un cycliste et son vélo est 85 kg, il se meut avec une accélération uniforme de 0,5 m/s², alors la force qui produit cet accélération est :

   - a) 42.5/ kg.p
   - b) 42.5 Newton
   - c) 170 kg.p
   - d) 170 Newton.

4 Une voiture parcourt sur une route de résistance négligeable, avec une accélération 1,47 m/s^2 , si la force du moteur est 150 kg.p, alors la masse de la voiture est :

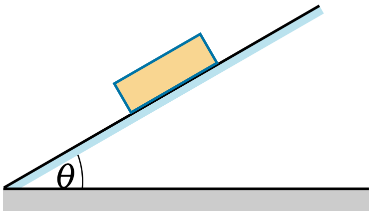
a 102 kg b 100 kg

c 1000 kg d 220.5 kg.

5 Si un corps se meut sur un plans lisse incliné sur l'horisontale d'un angle de mesure θ , sous l'effet de son poids seulement, alors l'accélération de son mouvement est :

a g b g cos θ

c g sin θ d zero.



6 Si un corps se meut sur un plans lisse incliné, sous l'effet de son poids seulement, alors son accélération dépend de :

a sa masse b son poids

c l'angle d'inclinaison du plan

d le réaction du plan.

Répondre aux questions suivantes :

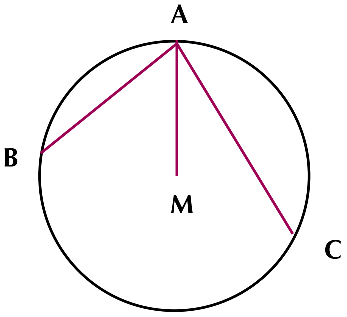
7 Un corps de masse 10 kg est posé sur un plans lisse incliné sur l'horisontale d'un angle dont le sinus est $\frac{3}{5}$, une force d'intensité 80 N., dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, est appliquée à ce corps. Calculez l'intensité et le sens de l'accélération du mouvement et la réaction normale.

8 Un corps de masse 1 kg est posé sur un plans lisse incliné sur l'horisontale d'un angle de mesure 30° , une force d'intensité 10 N., dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, est appliquée à ce corps. Calculez l'intensité de l'accélération du mouvement et la réaction normale.

9 Un corps de masse 16 kg est posé sur un plans lisse incliné sur l'horisontale d'un angle de mesure 45° une force horisontale d'intensité 30 kg.p., dirigée vers le plan est appliquée à ce corps ? sachant que la ligne d'action de cette force appartient au plan vertical passant par une ligne de plus grand pente du plan,. Calculez l'accélération résultante ainsi que la réaction normale du plan.

10 **Dans la figure ci-contre :**

$\overline{AM}$ est un rayon verticale, $\overline{AB}$ et AC deux cordes represent deux routes lisses dans le cercle où AC > AB, deux perles sont glissées du repos du point A, l'une sur la corde $\overline{AB}$, elle arrive en B après un temps t_1 et l'autre sur la corde $\overline{AC}$, elle arrive en C après un temps t_2 . Trouvez le rapport t_1 : t_2.



Mouvement d'un corps sur un plan rugueux

Unité 2

2 - 6

Introduction:

D'après l'étude précédente de frottement, on sait que quand on essaye de bouger un corps sur un plan rugueux, la force de frottement apparait comme une force de résistance agissant suivant le sens opposé de celui que le corps est sur le point de se mouvoir. Cette force a la même intensité de la force tangentielle. Quand la force tangentielle augmente, la force frottement augmente de façon que ne la dépasse pas et elle atteint sa valeur maximale, dans ce cas, le corps est sur le point de se mouvoir. Si la force tangentielle augmente, elle peut bouger le corps et la force frottement diminue. C'est le cas de mouvement du corps. La force de frottement est appelée le frottement dynamique et le coefficient de frottement est le frottement dynamique.

Allez apprendre

- *Mouvement sur un plan rugueux*

Vocabulaire de bas

- *Plan rugueux*
- *Frottement dynamique*
- *Frottement statique*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique*
- *Logiciel de graphisme*

A apprendre

Mouvement sur un plan rugueux

Si un corps est en équilibre sur un plan rugueux sous l'action d'une force qui tend à produire un mouvement , alors la force de frottement est la force de frottement statique et le coefficient est le coefficient frottement statique . Mais si le corps se déplace sur un plan rugueux, alors la force de frottement est la force de frottement dynamique et le coefficient est le coefficient frottement dynamique.

Exemple

1 Un corps est posé sur un plan rugueux incliné de longueur 250 cm et de hauteur 150 cm. Si le corps se glisse vers le bas du plan et l'accélération du mouvement est 196 cm / s^2. Trouvez le coefficient frottement dynamique puis la vitesse du corps après avoir parcouru 200 cm sur le plan.

Solution

$R \quad = ma \cos\theta = \frac{4}{5} mg$

$\because$ Le corps se déplace vers le bas avec une accélération régulière

$mg \quad = ma \sin\theta - \mu_D R$

$196\ m = \frac{3}{5} mg - \mu_D \times \frac{4}{5} mg$

$196 \quad = \frac{3}{5} \times 980 - \mu_D \times \frac{4}{5} \times 980$

$\therefore \mu_K \quad = \frac{1}{2}$

$\because V^2 \quad = V^2 + 2\,a\,D$

$V^2 \quad = 0 + 2 \times 196 - 200$

$\therefore V \quad = 280$ cm /sec

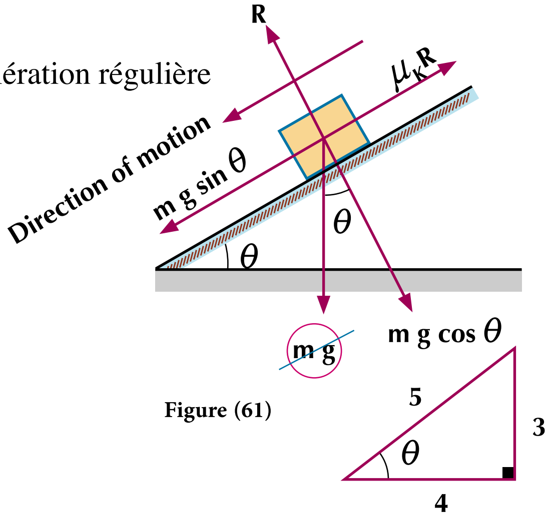


Figure (61)

Essayez de résoudre

1. Dans l'une des usine, les boites sont transférées par son glissement sur un plan rugueux incliné de longueur 15 mètres et de hauteur 9 mètres. Trouvez la vitesse de la boite qui commence son mouvement du repos au sommet du plan et en bas du plan si coefficient frottement dynamique est égale à $\frac{1}{4}$.

Exemple

2. Un corps de masse 12 kg est posé sur un plan rugueux horizontal. Le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan est $\frac{\sqrt{3}}{3}$ mais le coefficient de frottement dynamique est $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Calculez la force qui rend le corps sur le point de basculer puis la force qui le rend déplacer avec une accélération $\frac{49\sqrt{3}}{20}$ m / s² sachant que la force est inclinée sur l'horizontal d'un angle de mesure 30°.

Solution

Premièrement: La force qui rend le corps sur le point de basculer

$R + F \sin 30 \quad = P$

$R \quad = (12 - \frac{1}{2} F)$ kgp

$\because F \cos 30 \quad = \mu_S R$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} F \quad = \frac{\sqrt{3}}{3} (12 - \frac{1}{2} F)$

$3F \quad = 24 - F$

$4F \quad = 24$

$F \quad = 6$ kgp

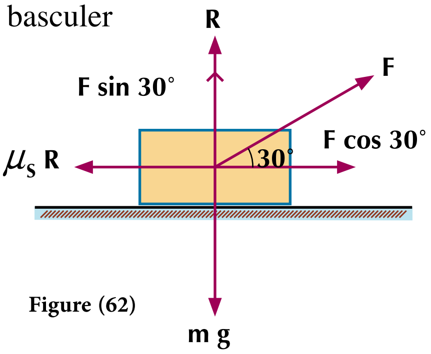


Figure (62)

Deuxièmement: la force fait déplacer lecrops avec l'accélération $\frac{49\sqrt{3}}{20}$ m/sec^2

$\because$ R = mg - F sin 30 c.a.d R = (12 × 9.8 - $\frac{1}{2}$ F) N

$\because$ m a = F cos 30 - μ_D R

$$12 \times \frac{49\sqrt{3}}{20} = F \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}(12 \times 9.8 - \frac{1}{2}F)$$

$$12 \times \frac{49\sqrt{3}}{20} = \frac{5\sqrt{3}}{8} F - 3\sqrt{3} \times 9.8$$

$$F = 94.08 \text{ N}$$

Essayez de résoudre

1. Dans l'exemple précédent, calculez l'intensité de la force F si la force agissant sur le corps est horizontale.

Exemple

3. Un corps de poids 800 N est posé sur un plan rugueux incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure 25°. Le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan est 0,35 mais le coefficient de frottement dynamique est 0,25. Calculez la force F dans chacun des cas suivants:

   a. F rend le corps sur le point de se mouvoir vers le haut du plan.

   b. La plus petite force F qui rend déplacer le corps vers le haut du plan.

   c. F qui empêche le corps à se glisser.

   Sachant que F agit suivant la ligne de plus grande pente vers le haut du plan.

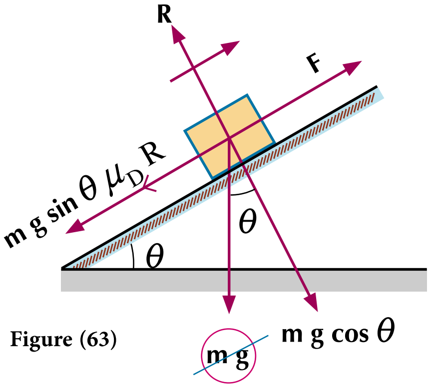


Figure (63)

Solution

a. $\because$ Le corps est sur le point de se mouvoir vers le haut du plan

$$R = mg \cos\theta$$

$$\begin{aligned} F &= \mu_D R + mg \sin\theta \\ &= 0.35 \times mg \cos\theta + mg \sin\theta \\ &= 0.35 \times 800 \cos 25 + 800 \sin 25 \\ &= 591.86 \text{ N} \end{aligned}$$

b. La plus petite force F qui rend déplacer le corps vers le haut du plan

$$\begin{aligned} F &= \mu_D + mg \sin\theta \\ &= 0.25 \times mg \cos\theta + mg \sin\theta \\ &= 0.25 \times 800 \cos 25 + 800 \sin 25 \\ &\simeq 519.36 \text{ N} \end{aligned}$$

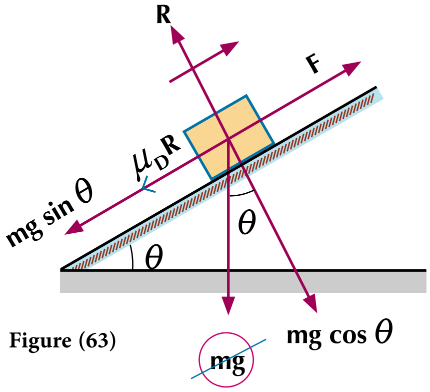


Figure (63)

c F qui empêche le corps à se glisser

$R = mg \cos\theta$

$F + \mu_D R = mg \sin\theta$

$F + 0.35 \times mg \cos\theta = mg \sin\theta$

$F = 800 \sin 25 - 0.35 \times 800 \cos 25$

$F = 84.33$ N

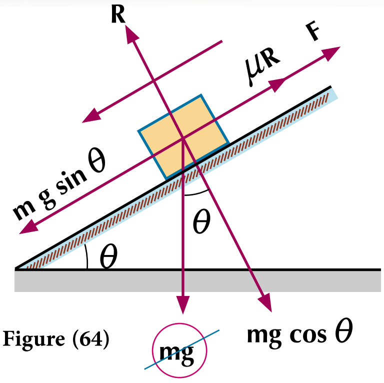


Figure (64)

Essayez de résoudre

2. Dans l'exemple précédent, calculez l'intensité de la force F si la force agissant sur le corps est horizontale.

Exercices 2 - 6

1. Dans chacune des figures suivantes : Un corps de masse 5 kg est posé sue un plan rugueux horizontale, le coefficient de frottement dynamique entre le corps et le plan est μ_D. Calculez μ_D dans chaque cas où R est la force de frottement.

a

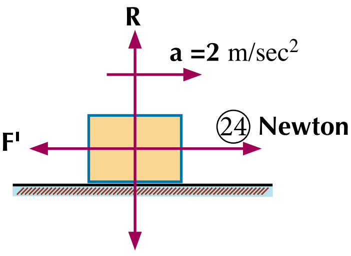


Figure (65)

b

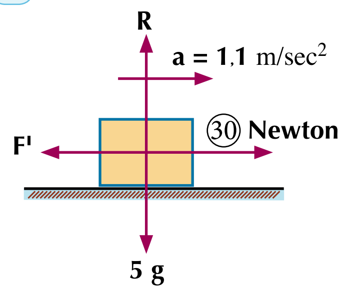


Figure (66)

c

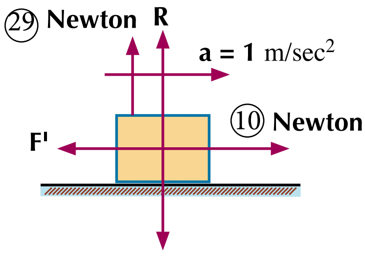


Figure (67)

d

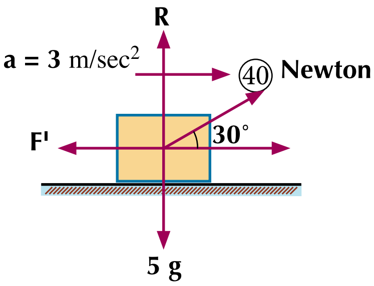


Figure (68)

d

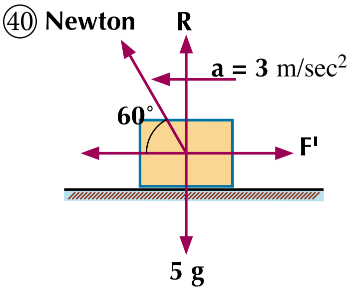


Figure (69)

f

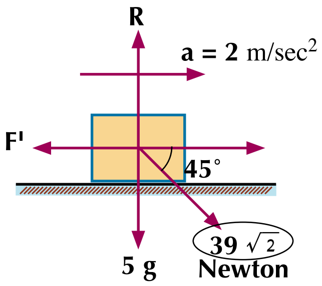


Figure (70)

g

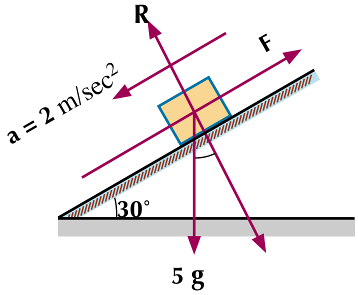


Figure (71)

h

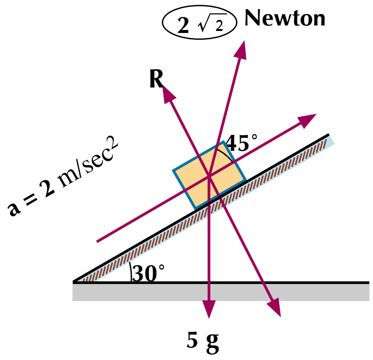


Figure (72)

2. On veut tirer un corps de masse 1 tonne sur un plan rugueux incliné sur l’horizontal d’un angle θ où tg $\theta = \frac{3}{4}$ par une force parallèle au plan suivant la ligne de plus grande pente vers le haut. Trouvez le coefficient de frottement dynamique entre le corps et le plan si l’intensité de la plus petite force qui rend déplacer le corps sur le plan est égale à 1400 kgp.

3. Un corps de masse 2 kg est posé sur un plan rugueux. Le coefficient de frottement dynamique entre le corps et le plan est $\frac{1}{2}$, Trouvez la force horizontale qui rend déplacer le corps avec une accélération uniforme a où:

   a) $a = 5 m/sec^2$
   b) $a = 1 m/sec^2$

4. Une force d’intensité 37 N agit sur un corps de poids 10 kgp. Le corps est posé sur un plan rugueux horizontal. Elle le rend déplacer sur le plan horizontal avec une accélération $\frac{5}{4}$ m/s², Trouvez le coefficient de frottement dynamique entre le corps et le plan.

5. Une force horizontale d’intensité 20 N vers le plan agit sur un corps de masse 2 kgp. Le corps est posé sur un plan rugueux incliné sur l’horizontal d’un angle de mesure 30°. Il se déplace avec une vitesse uniforme. Trouvez le coefficient de frottement dynamique entre le corps et le plan.

6. Un corps glisse sur un plan rugueux incliné sur l’horizontal d’un angle de mesure 45° .Si le coefficient de frottement dynamique entre le corps et le plan est égale à $\frac{3}{4}$, Démontrez que le temps mis pour parcourir une distance quelconque est égale au double du temps mis pour parcourir la même distance si le plan est incliné.

Unité 2

2 - 7 Poulies lisses

Allez apprendre

- Poulies lisses
- Mouvement de deux corps reliés par un fil passant sur une poulie lisse
- Mouvement de deux corps l'une se mouvant sur un plan lisse horizontale et l'autre verticalement
- Mouvement de deux corps l'une se mouvant sur un plan rugueux horizontale et l'autre verticalement
- Mouvement de deux corps l'une se mouvant sur un plan lisse incliné et l'autre verticalement.
- Mouvement de deux corps l'une se mouvant sur un plan rugueux incliné et l'autre verticalement .

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique
- Ordinateur avec des logiciels de graphisme

Préliminaire

L'utilisez des poulies à plusieurs objectives, y compris la réduction de la force nécessaire pour soulever le corps et faciliter le mouvement et changement la direction des forces, parmi eux ce qui sont fixe et ce qui mobile, dans ce leçon nous adressons un système d'une poulie fixe.

Quand la poulie est lisse alors la tension sur les deux côtés de la poulie sont égales.

La figure suivante montre les forces appliquées quand on soulève un sac (corps) en utilisant une poulie.

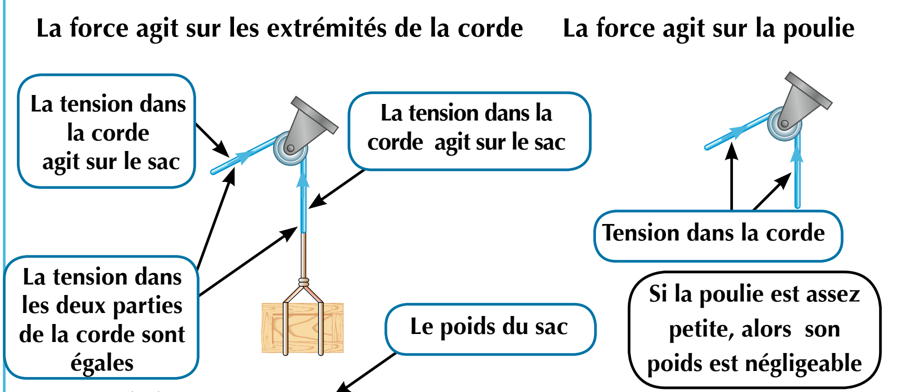


Figure (74)

Apprendre

Mouvement vertical d'un système composé de deux corps reliés par un fil passant sur une poulie lisse pendants verticalement

Mouvement de deux corps reliés par un fil passant sur une poulie lisse, pendents verticalement

Considérons deux corps de masses m_1 et m_2 ($m_1 > m_2$) reliés par un fil passant sur une poulie lisse, le système commence à se mouvoir du repos avec une accélération uniforme d'intensité a.

Equation du mouvement

$m_1 a = m_1 g - T$ $\qquad$ $m_2 a = T - m_2 g$

Ajoutant (1) à (2) on obtient:

$(m_1 + m_2) a = (m_1 - m_2) g$ $\qquad \therefore \; a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) g$

Donc on calcule la tension de 1' une de deux équations.

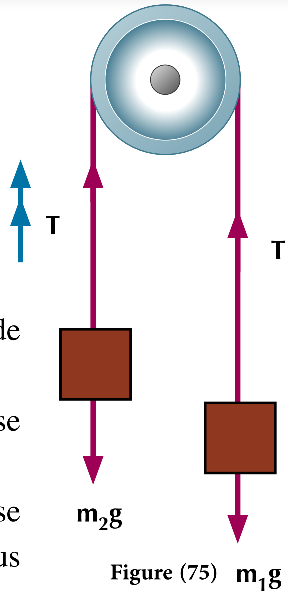


Figure (75)

Si on coupe le fil:

Si on coupe le fil qui relie les deux corps après un temps t , alors chacun de deux corps se meut dans le même sens qu'avant le coupage du fil.

1) La masse m_1 descend avec une vitesse initiale V (c'est la même vitesse au moment de coupage du fil) avec l'accélération pesanteur.

2) La masse m_2 monte avec une vitesse initiale v (c'est la même vitesse au moment de coupage du fil) Jusqu' à l'état de repos instantané sous l'accélération pesanteur puis il descend librement.

Remarque que

Si le système commence à se mouvoir et les deux masses dans un même plan horizontal, si la distance parcourue en temps t ,est égale à (d) unité de longueur, alors la distance verticale entre les deux corps est égale à (2d) unité de longueur

Pression sur la poulie

Les deux masses reliées par le fil passant par la poulie, le fil devient tendu et la tension au fil produit une force de pression sur la poulie qui est égale à la résultante de deux forces de tension. $P = 2T$

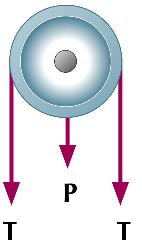


Figure (76)

Cas similaire (1)

Dans la figure si:

$(m_1 + m_3) > m_2$ et si $m_1 < m_2$, alors l'équation du mouvement

$(m_1 + m_3) a = (m_1 + m_3) g - T$

$m_2 a = T - m_2 g$

Quand on détache la masse supplémentaire

Si la masse m_3 est détachée après un temps t sec, alors le système se meuvent dans le même sens, mais par une décélération, Jusqu' à l'état de repos instantané, puis il change le sens du mouvement, pour trouver cette accélération après la détachement de la masse m_3 L'équation du mouvement

$m_1 a` = m_1 g - T`$

$m_2 a` = T` - m_2 g$

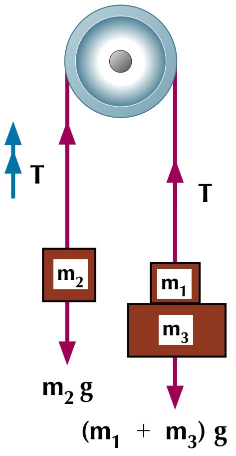


Figure (77)

Le système après la détachement de la masse m_3 la masse se meut par une vitesse initiale égale à la vitesse au moment de détachement, Jusqu' à l'état de repos instantané, puis il change le sens du mouvement, et la masse m_2 est la leader.

La tension au fil reliant les deux corps

Dans la figure précédente si les masses m_1 et m_3 sont relié par un autre fil, alors les tensions sont comme indique la figure (78), les équations du mouvement sont:

$m_1 a` = m_1 g + T` - T$

$m_3 a` = m_3 g - T`$

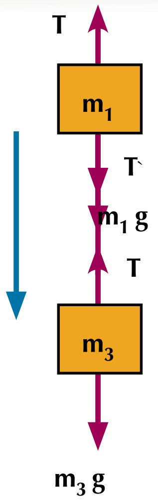


Figure (78)

Cas similaire (2)

Si $m_1 = m_2 = m$ Figure (79)

C'est-à-dire que les masses égales ; le système alors en repos, Quand on ajoute la masse (m') à l'une de deux masses Alors le système se meut dans le sens de masses (m + m`) l'équation de mouvement

$(m + m`) a = (m + m`) g - T$

$m a = T - mg$

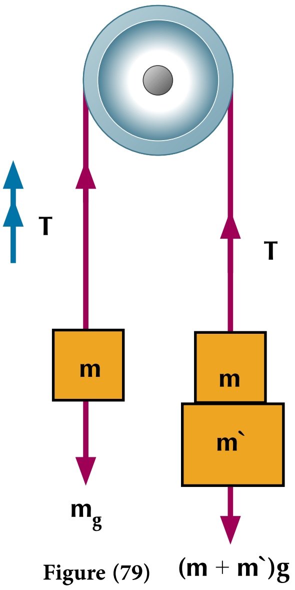


Figure (79)

Quand on détache la masse supplémentaire:

Si la masse (m') est détachée après t sec ; le système alors se meut avec une vitesse uniforme dans le même sens, la vitesse acquise pendant t sec (la vitesse au moment de la séparation de la masse (m')

Cas similaire (3) figure (80)

Si les deux corps de masses m_1 et m_2 sont reliés par un fil , On connaisse pas qui est le plus grande, si on acquise la masse m1 Une vitesse v vers le bas et le système se meut, alors on a trois cas

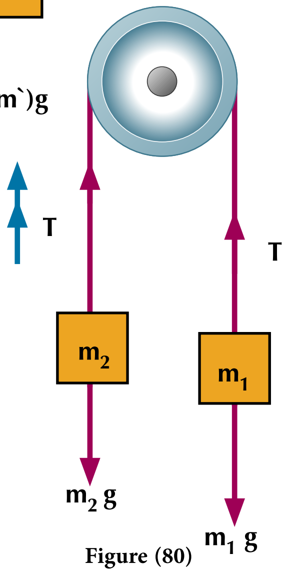


Figure (80)

1) Le système revient à son position initiale après un temps t, on déduit que $m_1 < m_2$ et que le système se meut avec une décélération jusqu'au repos instantané, puis change le sens du mouvement et on peut l'accélération du système des hypothèses où la vitesse initiale est la vitesse de m_1 , la vitesse finale = 0, le temps = $\frac{t}{2}$

2) Le système se meut avec une vitesse constante qui acquise m1 on déduit que $m_1 = m_2$ et le mouvement suit la premier loi de Newton.

3) Le système se meut avec une accélération uniforme croissante, on déduit que $m_1 > m_2$ et on peut étudier le mouvement des équations du mouvement

$m_1 a = m_1 g - T$ $\qquad$ $m_2 a = T - m_2 g$

Exemple

(1) Deux corps de masses m_1 et m_2 où $m_1 > m_2$ sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence se mouvoir du répons quand les deux corps de même plan horizontale. Si la distance entre les deux corps devient 20 cm après une second, trouve $m_1 : m_2$

Solution

Au début du mouvement les deux corps sont dans le même plan horizontal, la distance entre les deux corps devient 20 cm après une seconde.

$\therefore\ D = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$

$\because\ D = V_{\cdot}t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$

$10 = 0 + \frac{1}{2} \times a \times 1$

$a = 20 \text{ cm /sec}^2$

Équation du mouvement

$m_1\, a = m_1\, g - T$

$m_2\, a = T - m_2\, g$

Par l'addition on obtient

$(m_1 + m_2)\, a = (m_1 - m_2)\, g$

$20\,(m_1 + m_2) = 980\,(m_1 - m_2)$

$m_1 + m_2 = 49\,(m_1 - m_2)$

$m_1 + m_2 = 49\, m_1 - 49\, m_2$

$50\, m_2 = 48\, m_1$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{25}{24}$

$m_1 : m_2 = 25 : 24$

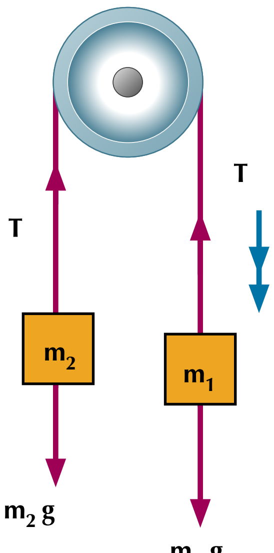


Figure (81)

Essayez de résoudre

(1) Deux corps de masses 21 g et 28 g sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos. Calculez l’accélération du système et la tension au fil et la vitesse après deux seconds de début du mouvement.

Exemple

(2) Deux corps de masses 105 g et 70 g sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos, quand les deux corps de même plan horizontale. Calculez la norme de l’accélération du système. Si le premier corps heurte le sol près qu’il parcourt 50 cm, trouvez le temps total dès le début du mouvement pour que le deuxième corps soit en repos instantané..

Solution

Équation du mouvement:

$105\,a = 105 \times 980 - T$

$70\,a = T - 70 \times 980$

Par l'addition de deux équation on obtient

$175\,a = 35 \times 980$

$a = 196$ cm/sec^2

Au moment où le corps 105 g heurte le sol en temps t_1

$V^2 = V_\circ^2 + 2\,a\,D$

$V^2 = 0 + 2 \times 196 \times 50$

$V = 140$ cm/sec

$V = V_\circ + a\,t$

$140 = 0 + 196\,t$

$t = \frac{5}{7}$ s

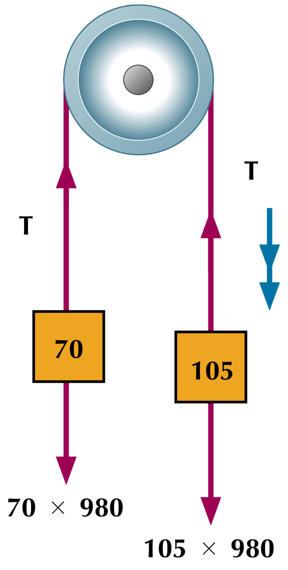


Figure (82)

Au moment où le corps 105 g heurte le sol, le corps 70 g se meut verticalement vers le haut par l'accélération pesanteur avec une vitesse initiale V_0 = 140 cm/s puis il arrive au repos instantané après t sec

$\because\; V = V_\circ + g\,t$

$\therefore\; 0 = 140 - 980\,t$

$t = \frac{1}{7}$ seconds

$\therefore$ Le corps 70 g arrive au repos instantané dès le début du mouvement après t sec

où $t = t_1 + t_2 = \frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ s

Essayez de résoudre

2 Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités un corps de masse 90 g et à l'autre extrémité un corps de masse 70 g. Le système commence à se mouvoir du repos, quand la masse 70 g à une distance de 245 cm du sol:

a Calculez le temps nécessaire pour que la masse 90 arrive au sol.

b Le temps nécessaire pour que le fil devient tendue encore une fois.

Exemple

3 Deux corps de masses 5 kg et 3 kg sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos, quand les deux corps de même plan horizontale à une distance de 245 cm du sol, si le fil est coupé une seconde après le début du mouvement. Calculez l'accélération du mouvement et la vitesse de chacun de deux corps quand ils arrivent au sol.

Solution

Equation du mouvement:

$5\,a = 5 \times 9{,}8 - T$ (1)

$3\,a = T - 3 \times 9{,}8$ (2)

Par addition:

$8\,a = 2 \times 9{,}8$

$\therefore\ a = 2{,}45\ m/sec^2$

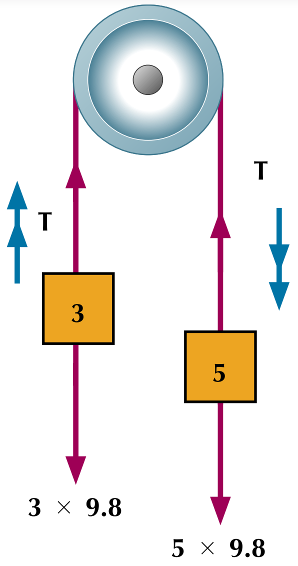


Figure (83)

Au moment de découpage du fil

$V = V_\circ + a\,t$

$= 0 + 2.45 \times 1 = 2.45\ m/sec$

$d = V_\circ t + \frac{1}{2} a\,t^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 2.45 \times 1 = 1.225$ meters

Après le découpage du fil

Le corps 5 kg se meut verticalement vers le bas

$V_\bullet = 2.45\ m/sec\ ,\ g = 9.8\ m/sec^2\ ,\ S = 2.45 - 1.225 = 1.225$ meters

$\because\ V^2 = V_\circ^2 + 2\,g\,S$

$\therefore\ V^2 = (2.45)^2 + 2 \times 9.8 \times 1.225$

$\therefore V = \frac{49\sqrt{5}}{20}\ m/sec$

Le corps 3 kg se meut librement verticalement vers le haut d'un point à une distance D du sol, puis il revient en ce point puis au sol.

$V_\bullet = 2{,}45\ m/sec\ ,\ g = -9{,}8\ m/sec^2\ ,\ d = -(2{,}45 + 1{,}225) = -3{,}675$

$\because\ V^2 = v_\circ^2 + 2\,g\,D$

$= (2{,}45)^2 + 2 \times -9{,}8 \times -3{,}675$

$V = \frac{49\sqrt{13}}{20}\ m/sec$

Essayez de résoudre

3) Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à ses extrémités deux corps de masse 20g et 12 g pendants verticalement. Calculez l'accélération et la tension au fil. Si le système commence à se mouvoir du repos et si le fil est coupé deux secondes après le début du mouvement. Calculer la hauteur maximum lacorps 12 g attient-il de son position initiale.

Exemple

4) Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités un corps de masse 40 g et à l'autre extrémité deux corps de masse 30 g chacun. Le système commence à se mouvoir du repos, Une seconde après le début du mouvement une de deux petit corps est détaché ; trouvez la distance qu'elle monte la masse 40g dès le début du mouvement pour arriver au repos instantané.

Solution

Equation du mouvement:

$60\,a = 60 \times 980 - T$

$40\,a = T - 40 \times 980$

Par l'addition des équations, on obtient

$100\,a = 20 \times 980$

$a = 196\ \text{cm/sec}^2$

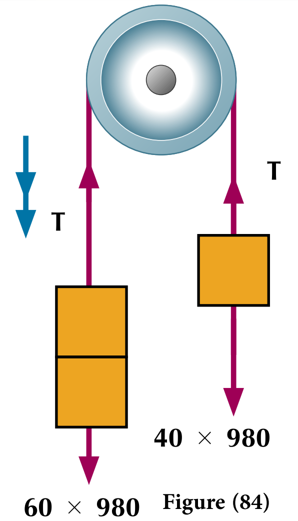


Figure (84)

Le moment où la petite masse est séparée

$V = V_\circ + a\,t$

$= 0 + 196 \times 1 = 196\ \text{cm/sec}$

$d_1 = V_0 t + \frac{1}{2} a\,t^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 196 \times 1 = 98\ \text{cm}$

Après la séparation de la petite masse - les équations du mouvement

$40\,a` = T` - 40 \times 980$

$30\,a` = 30 \times 980 - T`$

Par l'addition des équations, on obtient

$70\,a = -10 \times 980$

$a = -140\ \text{cm/sec}^2$

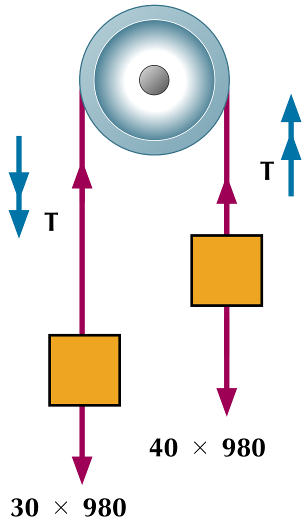


Figure (85)

c-à-d le système se meut dans le même sens que avant la séparation de la petite masse mais avec une décélération jusqu'il arrive au repos instantanément après pargourir une distance de D puis il change son sens du mouvement .

$\because V^2 = V_\circ^2 + 2\,a\,D$

$0 = (196)^2 - 2 \times 140\,d_2$ $\qquad \therefore\ d_2 = 137{,}2\ \text{cm}$

$\therefore$ La masse 40 g monte une distance D avant qu'il arrête instantanément où

$D = D_1 + D_2 = 235.2\text{cm}$

Essayez de résoudre

4) Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités deux corps de masse 235 et 20 g sont reliés par un file tel que le corps 20 g sous le corps 235 g et à l'autre extrémité un corps de masse 235 g. Le système commence à se mouvoir du repos, calculez l'accélération du système, si on coupe le fil qui porte le corps 20g après que le système parcourt une distance de 45 cm et le corps 235 g descendant a était à 90 cm du sol, en ce moment calculez le temps pour que ce corps arrive au sol.

Mouvement d'un système composé de deux masses, l'une se mouvant sur un plan horizontale et l'autre verticalement.

Considérons deux corps de masses m_1 et m_2 reliés par un fil. La masse m_1 est posée sur une table horizontale lisse. Le fil passe sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table, la masse m_2 pendant verticalement .

Premièrement : Le plan horizontale lisse

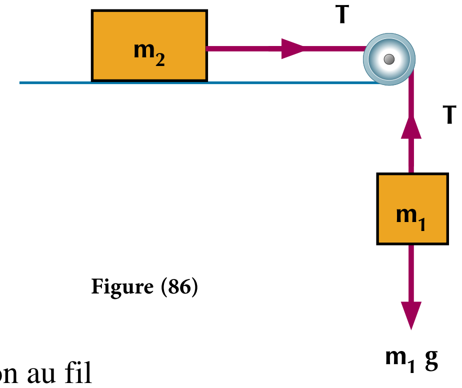


Figure (86)

Equation du mouvement

$m_1\, a = m_1\, g - T$

$m_2\, a = T$

Ajoutant les deux équations ; puis calculant l'accélération du mouvement

$(m_1 + m_2)\, a = m_1\, g \qquad \therefore \quad a = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) g$

Donc de l'une de deux équations on peut calculer la tension au fil

Quand on coupe le fil:

Si on coupe le fil qui relie les deux corps après un temps t , alors chacun de deux corps se meut dans le même sens qu'avant le coupage du fil.

1- La masse m1 descend avec une vitesse initiale v (c'est la même vitesse au moment de coupage du fil) avec l'accélération pesanteur.

2- La masse m2 se meut sur le plan avec une vitesse initiale v (c'est la même vitesse au moment de coupage du fil).

Pression sur la poulie

Les deux masses reliées par le fil passant par la poulie, le fil devient tendu et la tension au fil produit une force de pression sur la poulie qui est égale à la résultante de deux forces de tension.

$$P = \sqrt{2}\ T$$

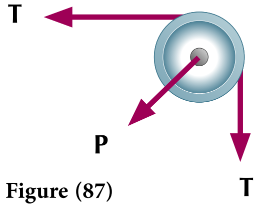


Figure (87)

Deuxièmement : Le plan horizontale rugueux

Si μ_D est le coefficient de frottement alors

$R = m_2\, g$

Equation du mouvement

$m_1\, a = m_1\, g - T$

$m_2\, a = T - \mu_D R$

Ajoutant les deux équations ; puis calculant l'accélération du mouvement

$(m_1 + m_2)\, a = m_1 g - \mu_D R$

Donc de l'une de deux équations on peut calculer la tension au fil.

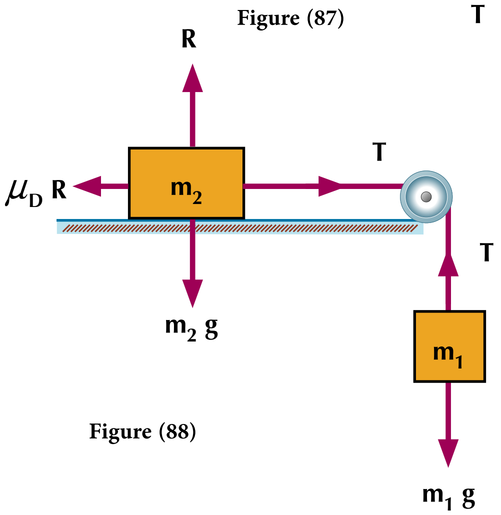


Figure (88)

Quand on coupe le fil

Si on coupe le fil qui relie les deux corps après un temps t , alors chacun de deux corps se meut dans le même sens qu'avant le coupage du fil.

1 La masse m_1 descend avec une vitesse initiale v (c'est la même vitesse au moment de coupage du fil) avec l'accélération pesanteur.

2 La masse m_2 se meut sur le plan avec une vitesse initiale v (c'est la même vitesse au moment de coupage du fil) avec une décélération jusqu' à l'état de repos de l'équation du mouvement.

$m_2\, a` = -\mu_D R$

Example

(5) Un corps de masse 45 g est posé sur une table horizontale lisse et attaché à une extrémité d'un fil passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table. La partie verticale du fil porte en son extrémité un deuxième corps de masse 4 g. Le système est lâché pour se mouvoir à partir du repos, calculez l'accélération du système, la tension au fil et la pression sur la poulie.

Solution

Equation du mouvement

$4\,a = 4 \times 980 - T$ **(1)**

$45\,a = T$ **(2)**

Ajoutant les deux équations

$49\,a = 4 \times 980$

$a = 80 \text{ cm /sec}^2$

de (2) $T = 45 \times 80$ dyne

$\therefore\ T = 3600$ dyne

la pression sur la poulie $= \sqrt{2}\, T$

$= 3600\sqrt{2}$ dyne

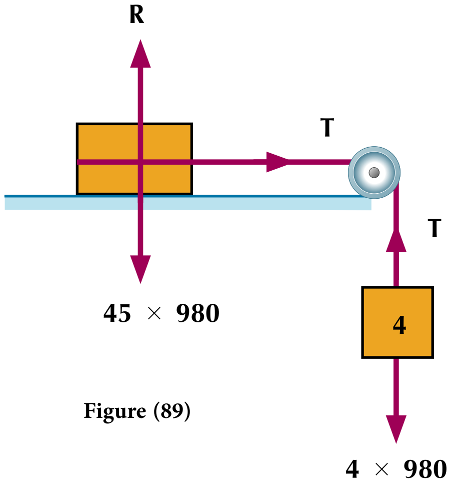


Figure (89)

Essayez de résoudre

(5) Un corps de masse 400 g est posé sur une table horizontale lisse et attaché à une extrémité d'un fil passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table. La partie verticale du fil porte en son extrémité un deuxième corps de masse 90 g. Le système est lâché pour se mouvoir à partir du repos, calculez l'accélération du système, la tension au fil et la pression sur la poulie.

Example

(6) Un corps de masse 60 g est posé sur une table horizontale rugueuse et attaché à une extrémité d'un fil passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table. La partie verticale du fil porte en son extrémité un deuxième corps de masse 38 g. Le système est lâché pour se mouvoir à partir du repos, il parcourt une distance de 70 cm en une seconde. Calculez le coefficient de frottement, si le fil est coupé à ce moment-là, calculez la distance parcourue par le premier masse sur la plan jusqu'à son repos.

Solution

$\because\ D = V_\circ t + \frac{1}{2} a t^2$

$\therefore\ 70 = 0 + \frac{1}{2} \times a \times 1$

$a = 140$ cm/sec^2

$R = 60 \times 980$ dyne

Equation du mouvement

$38\,a = 38\,g - T$

$38 \times 140 = 38 \times 980 - T$ **(1)**

$60\,a = T - \mu_D R$

$60 \times 140 = T - \mu_D \times 60 \times 980$ **(2)**

De (1) et (2) par addition

$98 \times 140 = 38 \times 980 - \mu_D \times 60 \times 980$

$\therefore\ \mu_D = \frac{2}{5}$

Quand on coupe le fil

$V = V_\circ + a\,t$

$= 0 + 140 \times 1$

$V = 140$ cm/sec

After the string is cut

the mass 60 g moves with deceleration on the rough plane until it rests.

Equation of motion

$m\,a` = -\mu_D\,R$

$60\,a` = -\frac{2}{5} \times 60 \times 980$

$a` = -392$ cm /sec^2

$V^2 = V_\circ^{\,2} + 2\,a\,D$

$\therefore\ 0 = (140)^2 - 2 \times 392\,D$

$\therefore\ d = 25$ cm

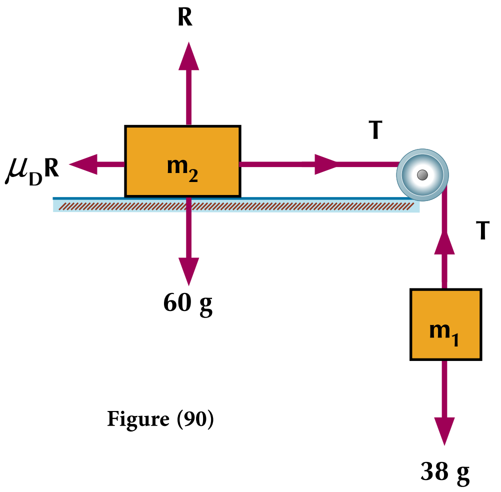


Figure (90)

Essayez de résoudre

6 Un corps de masse 63 g est posé sur une table horizontale rugueuse et attaché à une extrémité d’un fil passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table. La partie verticale du fil porte en son extrémité un deuxième corps de masse 35 g. à une hauteur de 280 cm du sol, si le coefficient de frottement dynamique entre le corps et la table est égal à $\frac{1}{3}$, Trouvez la vitesse de la masse 35g quand il arrive au sol, et la distance parcourue par la masse 63 g jusqu’à son repos

Exemple

7 Un corps de masse 400 g est posé sur une table horizontale lisse et attaché par deux points opposées à deux fils, l'un passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table à une distance 150 cm du corps et porte à son autre extrémité un corps de masse 100g, l'autre fil un corps de masse 200 g. Le corps de masse posée sur la table ainsi que les poulies appartiennent à une même ligne droite. Le système est lâché pour se mouvoir à partir du repos, une seconde après le fil qui porte la masse 200g est coupé. Trouvez quand la masse 400 g arrive-t-elle au bord de la table.

Solution

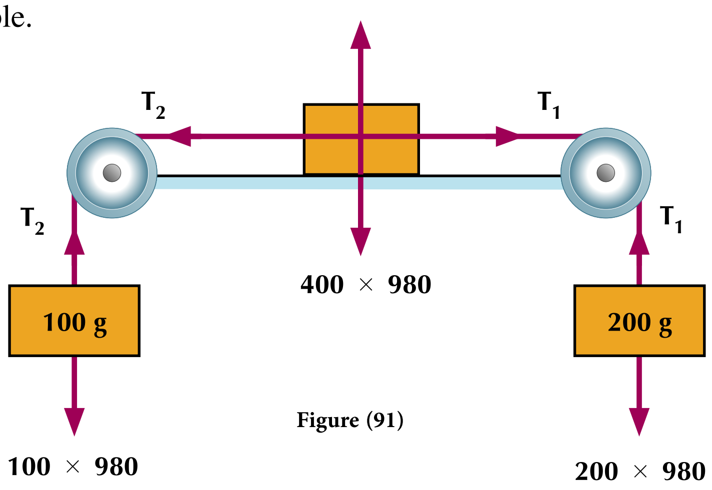


Figure (91)

Equation du mouvement

$200\ a = 200 \times 980 - T_1$

$400\ a = T_1 - T_2$

$100\ a = T_2 - 100 \times 980$

De (1) et (2) par addition

$700\ a = 100 \times 980$

$a = 140\ cm/sec^2$

Quand on coupe le fil

$V = v_\circ + a\,t$

$= 0 + 140 \times 1 = 140\ cm/sec$

$d = v_\circ t + \frac{1}{2}\ a\,t^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 140 \times 1 = 70\ cm$

donc la masse 400 g est devenu à une distance 150 – 70 = 80 cm au bord de la table.

parés le découpage du fil, le système se meut à une décélération qu'on le déterminera de la nouvelle équation du mouvement qui est:

$400\ a` = - T_2$

$100\ a` = T_2 - 100 \times 980$

$\therefore\ 500\ a` = - 100 \times 980$

$a` = - 196\ cm/sec^2$

$\because V^2 = V_\circ^2 + 2\,a\,D$

$\therefore\ 0 = (140)^2 - 2 \times 196\ D$

$D = 50cm$

$V = V_\circ + a\,t$

$0 = 140 - 196t$

$t_2 = \frac{140}{196} = \frac{5}{7}\ sec$

Donc la masse 400g arrive au repos instantané après $\frac{5}{7}$ sec du moment de découpage du fil, elle est à une distance 80 – 50 = 30 cm d'un bord et une distance de 80 + 70 + 50 = 200 de l'autre bord.

Maintenant le système change le sens du mouvement, et se meut dans le sens contraire du repos.

$\because$ d $= V_\circ t + \frac{1}{2} a t^2$

$\therefore$ 200 $= 0 + \frac{1}{2} \times 196 t^2$ $\qquad\qquad \therefore t_3 = \frac{10}{7}$

$\therefore$ La masse 400 arrive au bord de la table après un temps égale à $1 + \frac{5}{7} + \frac{10}{7} = \frac{22}{7}$ sec

Essayez de résoudre

7) Un corps de masse 14 kg est posé sur une table horizontale rugueuse dont le coefficient de frottement dynamique est $\frac{1}{7}$, et attaché par deux points opposées à deux fils, l'un passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table porte à son autre extrémité un corps de masse 35 kg, l'autre fil un corps de masse 21 kg. Le corps de masse posée sur la table ainsi que les poulies appartiennent à une même ligne droite. Le système est lâché pour se mouvoir à partir du repos, tous les parties du fil sont bien tendus et la masse 35 kg à une hauteur de 21 cm du sol.. Trouvez sa vitesse quand elle arrive au sol.

Mouvement de deux corps reliés par un fil passe sur une poulie lisse l'une se mouvant sur un plan incliné et l'autre pendant verticalement

Considérons deux corps de masses m_1, m_2 reliés par un fil léger inélastique, passe sur une petite poulie lisse.

La masse m_2, est posée sur un plan incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure θ la masse m1 pendant verticalement.

Si $m_1 > m_2$ le corps posé sur le plan se meut vers le haut du plan et les équations du mouvement:

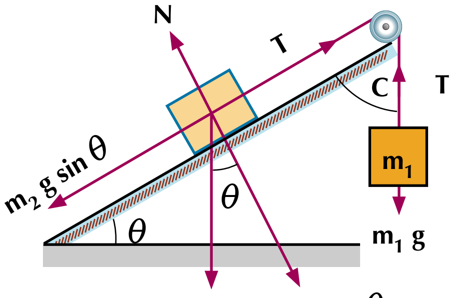


Figure (92)

$m_1 a = m_1 g - T$

$m_2 a = T - m_2 g \sin\theta$

Ajoutant les deux équations ; puis calculant l'accélération du mouvement. Donc de l'une de deux équations on peut calculer la tension au fil. Quand on coupe le fil, la masse m_1 se meut verticalement vers le bas avec l'accélération pesanteur commençant par la vitesse au moment de coupage du fil, la masse m_2 se meut sur le plan incliné de même sens de son mouvement aves une décélération par la vitesse au moment de coupage du fil jusqu'au repos instantané, puis change le sens de son mouvement.

La distance verticale entre les deux masses :

Si le système commence son mouvement et les deux masses m_1 et m_2 dans un même plan horizontal, et parcourt une distance (d), alors distance verticale entre les deux masses est égale à d $(1 + \sin\theta)$ où θ l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontale

Pression sur la poulie .

Si la tension au fil est T et θ l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontale. La force de pression sur la poulie qui est égale à la résultante de deux forces de tension.

$$P = 2\,T\cos\frac{C}{2} = 2\,T\cos\left(\frac{90-\theta}{2}\right) = T\sqrt{2+2\sin\theta}$$

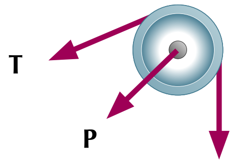


Figure (93)

Example

8 Un corps de masse 3 kg est posé au bas d'un plan incliné lisse de longueur 210 cm et de hauteur 140 cm, ce corps est attaché à l'une de des extrémités d'un fil de longueur 210 cm qui passe sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table porte à son autre extrémité un corps de masse 4 kg. Le système se meut du repos, jusqu'à ce que la grande masse repose au sol, trouvez la distance qu'elle parcourt la petite masse sur le plan avant qu'elle s'arrête, supposant que son mouvement n'est pas affecté quand l'autre masse heurte le sol.

Solution

$\because 4\,g > 3\,g\sin\theta$

$\therefore$ Donc le sens du mouvement est comme indique la figure (94)

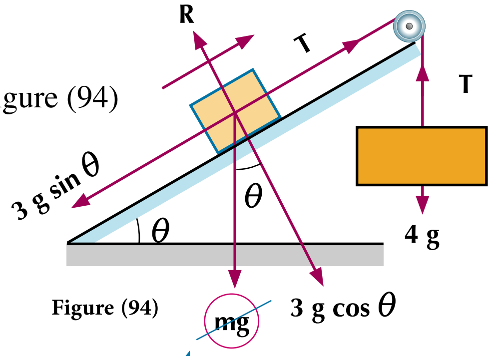
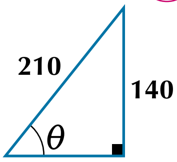


Figure (94)



Equations du mouvement du système:

$4\,a = 4\,g - T$

$3\,a = T - 3\,g\sin\theta$

Ajoutant les deux équations on a

$7\,a = \left(4 - 3\times\frac{140}{210}\right)\times 9.8$

$a = 2.8\ \text{m/sec}^2$

On calcule la vitesse du corps 4 kg au sol

$V^2 = V_\circ^2 + 2\,a\,D$

$= 0 + 2\times 2{,}8\times 1{,}4$

$V = 2.8\ \text{m/sec}$

Après que le corps 4 kg au sol le corps 3 kg sur le plan par une décélération

$3\,a` = -\,3\,g\sin\theta$

$\therefore\ a` = -\,\frac{98}{15}\ \text{m/sec}^2$

Equations du mouvement du corps sur le plan:

$V^2 = V_\circ^2 + 2\,a\,D$

$0 = (2{,}8)^2 - 2\times\frac{98}{15}D$

$D = 0{,}6$ meters

$\therefore$ On trouve la distance qu'elle parcourt sur le plan avant qu'elle s'arrête .

La masse 3 kg repose instantané à deux mètres de la base du plan incliné

$V^2 = (2{,}8)^2 - 2\times\frac{98}{15}D$

$D = 0.6$ meters,

$\therefore$ La masse de 3 kg arrête instantanément à 2 m de la base du plan incliné

Essayez de résoudre

8 Un corps de masse 210 g est posé sur un plan incliné lisse formant avec l'horizontale d'un angle de sinus $\frac{2}{3}$ ce corps est attaché à l'une de des extrémités d'un fil qui passe sur une petite poulie lisse fixée au bord du plan l'autre extrémité portant un plateau de masse 70 g qui porte un corps de masse 210 g. Le système se meut du repos. Trouvez la tension au fil et la pression sur la poulie en g.p. Si le corps posé sur le plateau est soulever 7 second après le début du mouvement. Démontrez que le système repose instantané après 8 autre second.

Example

9 On pose un corps de masse un kilogramme sur un plan incliné rugueux, formant avec l'horizontale d'un angle de mesure θ tel que $\sin\theta = \frac{1}{3}$ le coefficient de frottement dynamique entre le corps le plan est $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Le corps est accroché à un fil, parallèle à la ligne de plus grand pente, passant sur une petite poulie lisse au sommet du plan et pendant verticalement, portant un corps de masse 3 kg. Trouvez la pression sur la poulie, Si le système se meut du repos, et si la masse 1 kg parcourt une distance 1,8 m sur le plan on coupe alors le fil qui relie les deux corps. Trouvez la distance totale qu'elle parcourt la masse 1 kg avant qu'elle repose instantané.

Solution

$\because 3\,g > g\sin\theta$

$\therefore$ le sens du mouvement est comme indique la figure (95)

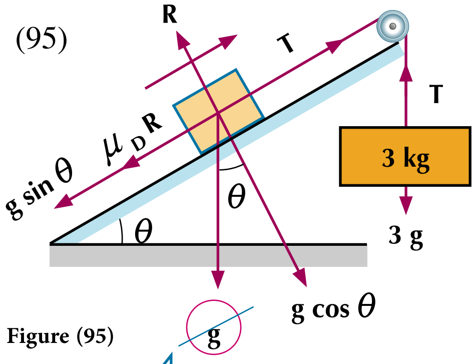
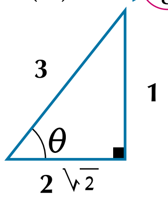


Figure (95)



$R = g\cos\theta$

$= 9.8 \times \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$= \frac{98\sqrt{2}}{15}$ Newton

Equations du mouvement du système

$3a = 3g - T$ (1)

$a = T - \mu_D R - g\sin\theta$ (2)

Ajoutant les deux équations on a

$4a = 3g - \mu_D R - g\sin\theta$

$4a = 3 \times 9.8 - \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{98\sqrt{2}}{15} - 9.8 \times \frac{1}{3}$

$a = 4.9\ m/sec^2$

De (1) on trouve que $T = 14{,}7$ Newtons

$P = \sqrt{2}\,T\sqrt{1 + \sin\theta} = 14{,}7\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{49\sqrt{6}}{5}$ Newtons

Au moment de coupage du fil

$V^2 = V_0^2 + 2aD = 0 + 2 \times 4{,}9 \times 1{,}8$

$V = 4{,}2\ m/sec$

Après qu'on coupe le fil le corps sur le plan se meut par une décélération jusqu'à l'état du repos instantané, équation du mouvement du corps sur le plan incliné.

$m\,a = -\mu_D R - m\,g\sin\theta$

$1 \times a` = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{98\sqrt{2}}{15} - 1 \times 9{,}8 \times \frac{1}{3}$

$a` = -9{,}8\ m/sec^2$

$V^2 = V_\circ^2 + 2\,a\,D$

$\because\ 0 = (4.2)^2 - 2 \times 9{,}8\,D \qquad \therefore\ D = 0{,}9$ mètres

$\therefore$ La masse parcoure sur le plan avant qu'elle s'arrête une distance $1.8 + 0{,}9 = 2{,}7$.

Essayez de résoudre

9) On pose un corps de masse un kilogramme sur un plan incliné rugueux, formant avec l'horizontale d'un angle de mesure θ tel que $\sin\theta = \frac{4}{5}$ Le corps est accroché à un fil parallèle à la ligne de plus grand pente passant sur une petite poulie lisse au sommet du plan et pendant verticalement portant un plateau de masse 400 g porte un corps de masse 100 g. Si le coefficient de frottement entre le corps le plan est $\frac{1}{3}$, Si le système se meut du repos, Trouvez la pression du corps sur le plateau et si on ajoute une autre masse de 100 g une seconde après le mouvement. Trouvez la pression du corps sur le plateau dans ce cas ; et la distance que le système parcourt pendant les trois seconde qui suit:

Exercises 2 - 7

Complétez ce qui suit :

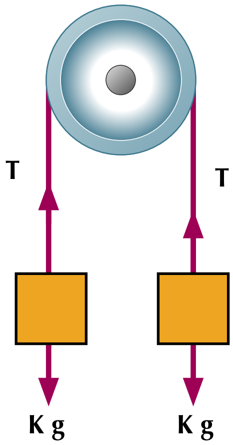


Figure (96)

1) Deux corps de masses 3 kg chacun sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Si le système acquis une vitesse de 2 m/s, alors:

- a) l'accélération du mouvement est a =.................... m/sec^2
- b) La tension au fil T =.................... kgp
- c) La distance parcouru par l'une de deux masses pendant un second dès le début du mouvement = ... m.

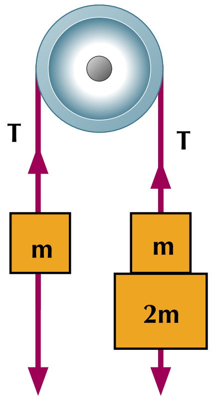


Figure (97)

2) **Dans la figure ci-contre :** Si le système se meut du repos alors :

- a) l'accélération du mouvement est =.................... m/sec^2
- b) la vitesse du système après 2 sec =.................... m/sec
- c) si on détache la masse 2g après 2 sec, alors le système se meut avec une accélération =....................
- d) La distance parcouru par la masse g pendant 5 sec dès le début du mouvement =....................

3 Deux masses 420 g chacun, l'une est posé dans un plateau de masse, le système se meut du repos, alors:

a l'accélération du mouvement est =.................... cm/sec^2

b La tension au fil =.................... gp

c La pression sur la poulie =.................... gp

d La pression sur le plateau =....................gp

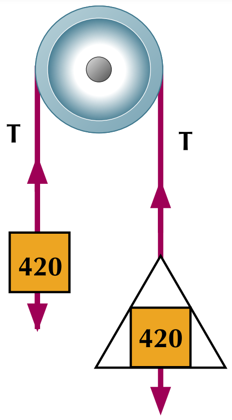


Figure (98)

4 Dans la figure ci-contre : Deux corps de masses m ; 2m sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse, le système se meut du repos, quand les deux corps dans un même plan horizontal, alors .

a L'accélération du mouvement =.................... m/sec^2.

b La pression sur la poulie =.................... kgp

c la vitesse du système après $\frac{3}{2}$ sec dès le début du mouvement =.................... m/sec.

d La distance verticale de deux corps après $\frac{3}{2}$ sec dès le début du mouvement =.................... m.

e Si le fil est coupé après $\frac{3}{2}$ sec dès le début du mouvement, alors la masse (m) arrive au repos instantané après un temps .... Sec.

f Si la distance de deux corps après t sec après qu'on coupe le fil est devenu 12,25 m, alors t = ... seconds.

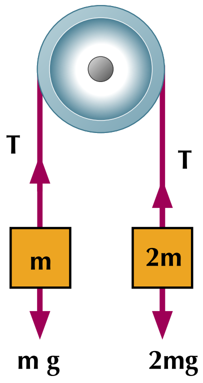


Figure (99)

5 **Dans la figure ci-contre :**

a a =.................... m/sec^2

b T =.................... kgp

c La pression sue la poulie = ... kgp

d La distance parcouru après 2 sec = ...mètres

e La vitesse du système après 2 sec = ... m/sec

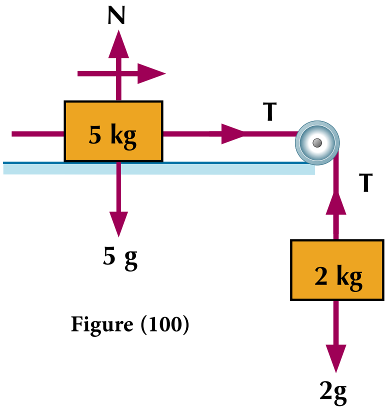


Figure (100)

6 **Dans la figure ci-contre :**

Le corps 3 kg est posé sur le plan incliné et relié par un fil par le corps 4 kg qui est pendant verticalement. Complétez:

a L'accélération du système = ... m/sec^2

b la tension au fil = ... Newton

c La pression sur la poulie = ... Newton

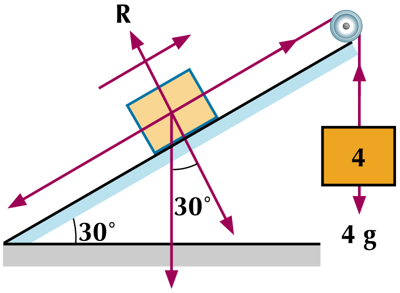


Figure (101)

Répondez aux questions suivantes :

7 Dans chacune des figures suivantes ; trouvez:

a L'accélération du mouvement.

b La tension au fil.

c La pression sur la poulie.

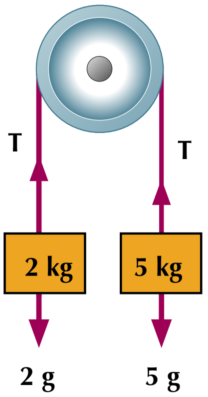


Figure (104)

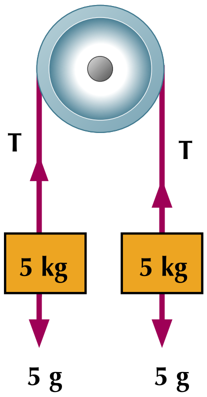


Figure (103)

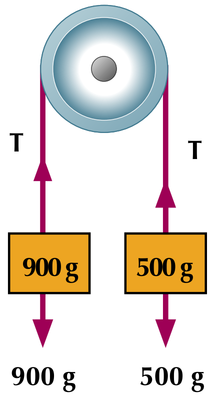


Figure (102)

8 Deux corps de masses 5 kg et 3 kg sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos, quand les deux corps de même plan horizontale. Calculez l'accélération du mouvement et la pression sur la poulie, ainsi que la vitesse du corps de masse 5 kg quand il descend 40 cm.

9 Deux corps de masses $m_1$et m_2 où $m_1 > m_2$ sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système se meut avec une accélération 196 cm/sec^2, trouve $m_1 : m_2$.

10 Deux masses (3 m) et (m) g , sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système est gardé en équilibre, les deux fils sont verticaux, si le système se meut du repos quand la distance verticale de deux masses est 160 cm et la masse m sous la masse 3m. Trouvez le temps pour que les deux masses soient dans un même plan horizontal.

11 Deux plateaux de masses 210 g chacun sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse, pendants verticale, un corps de masse 700 g est posé sur l'un de deux plateau et un corps de masse 840 g est posé sur l'autre. Calculez l'accélération du système et la pression sur chaque plateau..

12 Deux masses (5 m) et (2m) kg , sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. . Le système est gardé en équilibre, les deux fils sont verticaux, si le système se meut du repos. Calculez l'accélération de mouvement du système et si la pression sur la poulie est égale à 112 Newton ; trouvez la valeur de (m).

13 Deux masses 420 g et 560 g , sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. si le système se meut du repos, les deux corps dans un même plan horizontal, Une seconde après le fil est coupé. Calculez la distance verticale de deux corps après deux seconde du moment qu'on coupe le fil.

14 On pose un corps de masse 4 kg sur un plan incliné rugueux, formant avec l'horizontale d'un angle de mesure 30°. Le corps est accroché à un fil passant sur une petite poulie lisse au sommet du plan et pendant verticalement portant un corps de masse m. Trouvez la pression sur la poulie, si la masse 4 kg se meut du repos, et parcourt une distance 560 cm sur le plan vers le haut en 2 sec. Trouvez la valeur de m. sachant que le coefficient de frottement dynamique entre le corps et le plan est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$. ainsi que la pression sur la poulie.

15 Un corps de masse 400 g est posé sur une table horizontale lisse et attaché à une extrémité d'un fil passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table. La partie verticale du fil porte en son extrémité un deuxième corps de masse 90 g. Calculez l'accélération du système, la tension au fil et la pression sur la poulie.

16 A et B sont deux corps de masses 200 g et 45 g respectivement, la corps A est posé sur une table horizontale lisse de 90 cm de hauteur à une distance de 270 cm du bord de la table et attaché à une extrémité d'un fil de 270 cm de long passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table, le corps B est attaché à l'autre extrémité du fil au bord de la table. Si le corps B est poussé doucement pour tomber du bord de la table, trouvez le temps pour que la corps A arrivé bord de la table.

17 On pose un corps de masse 200 g sur une table horizontale rugueuse, le coefficient de frottement dynamique entre eux $\frac{1}{2}$. Le corps est accroché à un fil passant sur une petite poulie lisse au sommet du plan et pendant verticalement portant un corps de masse 200 g. à une hauteur de un mètre du sol, si le système se meut du repos, calculez :

- **a** La pression sur la poulie en Newton.
- **b** La vitesse de la masse pendante quand elle heurte le sol.
- **c** La distance qu'elle parcourt la masse posée sur la table pour s'arrêter.

Résumé de l'unité

1 **Quantité du mouvement d'un point matériel en un instant quelconque** est le produit de la masse de ce point matériel par son vecteur vitesse en cet instant, de même sens que la vitesse.

$\therefore \vec{P} = m\,\vec{V}$

2 la variation dans la quantité du mouvement d'un corps $= m(\vec{v_2} - \vec{v_1})$

$\triangle P = m \int_{t_1}^{t_2} a\,dt$

si l'accélération est une fonction en temps t

3 **Première loi de Newton:** Chaque corps garde son état de repos ou de mouvement uniforme rectiligne à moins d'être soumis à un influent extérieur qui change son état,

4 **Principe d'inertie:** Chaque corps est mineur ou incapable à changer son état de repos ou de mouvement uniforme rectiligne.

5 **La force:** la force qu'elle l'effet qui change ou essaye à changer état du corps de repos ou de mouvement uniforme rectiligne.

6 **Deuxième loi de Newton:** Le taux de variation par rapport au temps de la quantité de mouvement d'un corps est proportionnel à la force qui a provoqué cette variation et de même sens que cette force.

7 **mouvement d'un corps est proportionnel** à la force qui a provoqué cette variation et de même sens que cette force

$m\,\vec{a} = \Sigma\,\vec{F}$

où $\Sigma\,\vec{F}$ la résultante des forces

- Si $a = \dfrac{dV}{dt}$ alors: $\int_{t_1}^{t_2} F\,dt = m \int_{v_1}^{v_2} dV$
- Si $a = V\dfrac{dV}{dS}$ alors: $\int_{s_1}^{s_2} dS = m \int_{v_1}^{v_2} VdV$
- Si la masse m est variante ; alors l'équation du mouvement s'écrit:

$$F = \frac{d}{dt}(mv)$$

8 **Les unités utilisés dans le équation du mouvement**

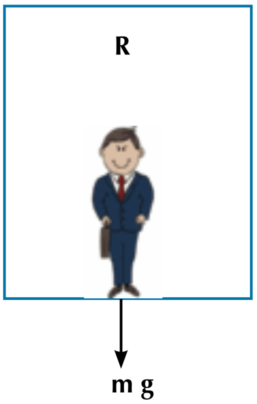
m(kg).a (m/sec^2) = F (Newton)

m(g) a (cm/sec^2) = F (dyne)

9 **Troisième loi de Newton**

A chaque action correspond une réaction de même intensité et de sens contraire.

10 Mouvement des ascenseurs

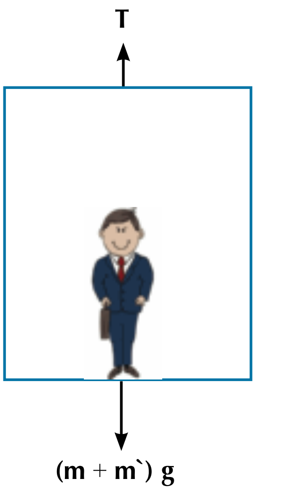


Les forces agissent sur la personne à l'intérieur d'ascenseur

Figure (105)

Les forces agissent sur l'ascenseur et la personne est à l'intérieur

Figure (106)



Les forces agissent sur l'ascenseur et la personne ensemble

Figure (107)

11 Les poulie lisses :

- Equations du movement

$m_1\, a = m_1\, g - T$

$m_2\, a = T - m_2\, g$

The pressure on the pulley $= 2\,T$

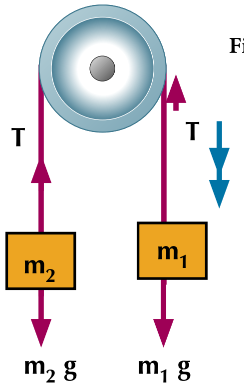


Figure (108)

- Equations du movement

$m_1 a = m_1 g - T$

$m_2\, a = T$

La pression sur la poulie $= T\sqrt{2}$

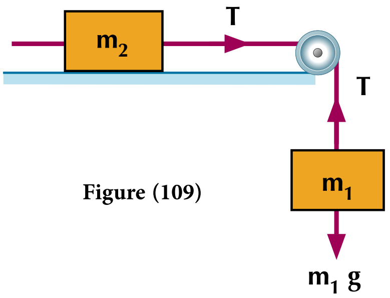


Figure (109)

- Equations du movement

$m_1 a = m_1 g - T$

$m_2\, a = T - m_2 g \sin\theta$

La pression sur la poulie $= 2\,T \cos\dfrac{\alpha}{2} = T\sqrt{2 + 2\sin\theta}$

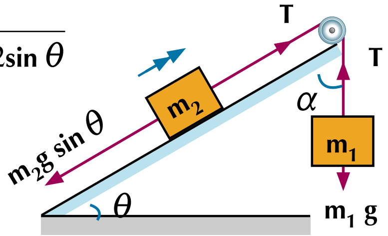


Figure (110)

GENERAL EXERCISES

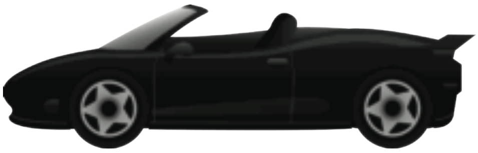
Complétez ce qui suit :

1. Le poids d'un corps de masse 40 kg:
   - a. En kg.p ....
   - b. En Newton........................
2. Un corps se meut avec une vitesse 135 km/h, il parcourt en une seconde .... m.
3. Le sinus de l'angle d'inclinaison sur l'horizontale d'un plan de longueur 200 cm et de hauteur 150 cm est ....
4. Un corps de masse 8 ton se meut avec une vitesse uniforme contre une résistance de 4,5 kg.p par ton, alors la force motrice en Newton ....
5. Un corps de masse 35 kg est posé sur un balance dans un ascenseur se meut avec une vitesse de 4 m/s ; si la lecture de la balance est 343 Newton, alors la distance qu'il parcourt en 7 sec est ....
6. 147 Newton =........................ kg.p
7. kg.p =........................ Newton

Répondre aux questions suivantes :

8. Une balle en caoutchouc de masse 200 g, est lancé horizontalement avec une vitesse de 30 m/s. elle heurte un mur vertical et rebondit avec une vitesse de 26 m/s. Déterminez la variation de la quantité du mouvement de la balle à cause du choc en kg.m/s

9. Une voiture de masse 6 tonnes, se déplace sous l'effet d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse de la voiture. Si la résistance est 5 kg.p de pour chaque tonne quand sa vitesse est de 36 km/h. Trouvez la force du moteur, si sa vitesse maximale de la voiture est de 40 m/s.



10. Un train de masse 160 tonnes se meut du repos, de l'une des stations, si la force du moteur augmente de 4 t.p. de la résistance total du mouvement du train, quand il attient la vitesse 44, 1 km/h, il a contenue à se déplacer par cette vitesse une période du temps, puis il a utilisé les freins qui lui acquis une décélération de 17,5 cm/sec^2. le train s'arrêté dans la station suivante qui distance à 4998 m de la station de départ. Trouvez le temps pris pour parcourt la distance entre les deux stations.

11 Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités un corps de masse 800 g et l'autre extrémité un dynamomètre de masse 400 g qui porte un cops de masse (m) g. Si le système commence à se mouvoir du repos, la lecture de dynamomètre indique 160 g .p. pendant le mouvement. Trouvez la valeur de (m).

12 Deux corps de masse 1300 et 600 g sont posé sur une table horizontale lisse et reliées par un fil tendu de longueur 50 cm, la masse 600g est attachée à une extrémité d'un autre fil passant sur une petite poulie lisse fixée au bord de la table qui est le plus proche de lui. La partie verticale du fil porte en son extrémité un corps de masse 100 g, pendant verticalement. Trouvez l'accélération du système et la tension dans chaque fil.2 second après le début du mouvement, le fil reliant les deux corps posés, sur la table, est coupé. Quelle est la distance entre ces deux corps 1 sec après qu'on coupe le fil.

13 Deux corps de masses 350 g et (m) g sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos, les deux corps dans un même plan horizontal et la pression sur la poulie est 200 g.p . Trouvez (m) et la distance verticale de deux corps après un second de début du mouvement.

14 Deux corps de masses (m) kg chacun, sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Les deux parties du fil pendants vertical, quand on ajoute à l'un de deux corps un corps de masse 2 kg, la tension au fil devient $\frac{8}{7}$ de sa valeur avant qu'on ajoute la masse. Trouvez (m).

15 Un fil de longueur constant, passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités un corps de masse 60 g et à l'autre extrémité deux corps de masses 40 g et 50g. Le système commence à se mouvoir du repos. Trouvez l'accélération du système et la tension dans le fil qui relie les masses40 g et 50g. Deux secondes après le début du mouvement le corps 50 g est détaché ; Démontrez que le système arriver au repos instantané deux seconds après le séparation.

16 Deux corps de masses 260 g et 230 g sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse, pendants verticalement. Le système commence à se mouvoir du repos, quand la grande masse à une distance de 270 cm du sol. Trouvez l'accélération su système et la tension dans le fil, calculez le temps nécessaire pour que la grande masse arrive au sol.

17 Deux corps de masses 260 g et 230 g sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse, pendants verticalement dans un même plan horizontal à 70 cm du sol. Si le système commence à se mouvoir du repos et si le fil est coupé une seconde après le début du mouvement. Calculez la vitesse de chacun de deux corps quand il arrive au sol.

Pour plus des activités et exercices visitez la site
www.sec3mathematics.com.eg

Impulsion et choc

Unité
3

Introduction

On a déjà étudie quelques quantités physiques par lesquelles, on peut décrire le mouvement des corps comme vitesse, masse. Dans cette unité, on va reconnaitre d'autres quantités qui nous aident à décrire le mouvement des corps.
Parfois, c'est facile de cesser une petite boule, mais c'est déficèle de cesser une balle de Bowling malgré bien les deux corps se déplacent à la même vitesse. On remarque que les deux corps se déplacent en ligne droite.
Il y a une autre remarque : Le grand camion fait un grand effort pour cesser soudant, malgré que sa vitesse n'soit pas grande tandis que le chauffeur d'une petite voiture peut cesser sa voiture durant une petite distance malgré que sa vitesse soit grande.
D'après la remarque précédente, c'est claire que la masse et la vitesse sont liées ensemble, ce qui est appelé « quantité de mouvement ». Et comme la masse est invariable dans la plus part des cas, donc c'est la vitesse qui est variable. La variation de la vitesse signifie que le mouvement est accélère, par conséquent il y a une force résultante, alors un changement de vitesse change la quantité de mouvement.
Il y a aussi un autre facteur important, c'est l'intervalle du temps durant lequel la force agit sur le corps. La force et le temps sont deux facteurs nécessaires d'effectuer un changement de la quantité de mouvement et leur produit est appelé « Impulsion »
Le choc des corps est une application pratique de la quantité de mouvement. Quand deux corps se heurtent à l'absence d'un facteur extérieur, on trouve que la résultante de la quantité de mouvement des deux corps après et avant le choc est égale, alors la résultante de la quantité de mouvement avant le choc est égale à la résultante de la quantité de mouvement après le choc. Il y a plusieurs formes du choc comme le choc direct et le choc indirect. On va reconnaitre le choc dans l'étude de cette unité.

Objectifs de l'unité

A la fin de l'étude de cette unité, l'élève doit être capable de :

- Connaitre le concept de l'impulsion
- Connaitre la relation entre l'impulsion et la variation de la quantité de mouvement.
- Connaitre le choc élastique
- Déduire que la somme des quantités de mouvement des deux corps juste avant le choc = la somme des quantités de mouvement des deux corps juste après le choc

Vocabulaires de base

- Impulsion
- Quantité de mouvement
- Force impulsive
- Choc direct
- Choc des balles lisses

Leçon de l'unité

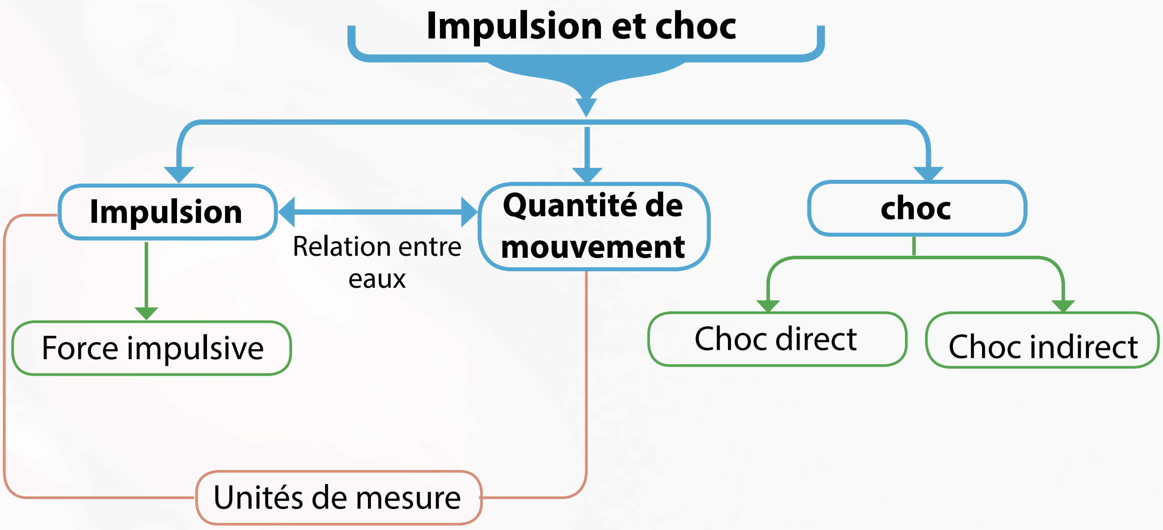
(3 - 1) Impulsion

(3 - 2) Choc

Aides pédagogiques

Calculatrice scientifique

Organigramme de l'unité



Unité 3

3 - 1 Impulsion

A apprendre

- *Connaitre le concept de l'impulsion.*
- *Connaitre la relation entre l'impulsion et la variation de la quantité de mouvement.*

Vocabulaires de base

- ***Impulsion***
- ***Quantité de mouvement***
- ***Force impulsive***

Aide pédagogique

- *calculatrice scientifique*

Que remarquez- vous quand:

- On lance une balle dans la même direction d'un mur vertical
- Accident de voitures sur l'autoroute
- Le contact des roues des avions lors de son atterrissage à l'aéroport

Dans ces cas, c'est très difficile d'étudier le mouvement de ces corps car il y a beaucoup de facteurs agissant sur eux et le délais est très petit Dans cette leçon, on va étudier quelques informations particuliers pour relier l'état du corps avant et après la variation du vecteur vitesse à partie de l'activité suivante.

Activité

Matériels: Une règle en bois de longueur un mètre au moins – un ensemble de boules comme une boule de golf, tennis, billard, argile, ...

Exécutez de l'activité: Jetez ces boules successivement d'une hauteur constante, par exemple, 2 mètres sur le plancher d'une salle de marbre ou de céramique et inscrivez la hauteur rebondit de chaque boule

Nature de la balle	Hauteur	Le rebond maximal
Balle de verre	2 m	....
Balle de billard	2 m	....
Balle de tennis	2 m	....
Balle de bois	2 m	....
Balle de golf	2 m	....
Balle de bowling	2 m	....
Balle de Ping–pong	2 m	....
Balle d'argile	2 m	....

La remarque et la déduction: Avez-vous remarquez la différence entre les hauteurs des boules rebondit ? Pouvez-vous ranger les boules selon les hauteurs rebondit dans l'ordre décroissant ?

Les hauteurs des boules rebondit sont différentes car il y a quelques facteurs, parmi lesquels la variation de sa quantité de mouvement à cause du contact de la boule par le plancher de la salle.

Cherchez sur l'internet le concept de l'impulsion et la quantité de mouvement

Premièrement : Impulsion

Lorsqu'une force constante $\vec{F}$ agit sur un corps pendant un temps t, l'impulsion de cette force, dénotée I , est définie par le produit de cette force par le temps de son action

$$\vec{I} = \vec{F} \times t$$

Il apparait de cette définition que l'impulsion $\vec{I}$ est une quantité vectorielle de même sens que le vecteur force $\vec{F}$:

On peut aussi écrire la relation entre la mesure algébrique de l'impulsion I et la mesure algébrique de la force F comme suit :

$$I = F \times t$$

Unités de mesure de la norme de l'impulsion

D'après la définition de l'impulsion

Unité de mesure de la norme de l'impulsion = Unité de mesure de l'intensité de la force × unité de mesure du temps

Dans le système international, l'impulsion est mesurée par Newton.s ou par le produit d'une unité de force par une unité du temps

On peut aussi exprimer l'unité de mesure de l'impulsion par Kgm.s (c'est la même unité Newton.s) ou gcm.s (c'est la même unité dayen.s)

Si la masse est mesurée en kg et la vitesse en m / s, alors la norme de l'impulsion est en kg.m / s, c'est la même unité N.s Si la masse est mesurée en g et la vitesse en cm / s, alors la norme de l'impulsion est en g.m / s, c'est la même unité dyne.s

Exemple **Sur la définition de l'impulsion**

1 Une force d'intensité 25 kgp agit sur un corps pendant un temps temporaire $\frac{1}{10}$ s. Trouvez l'impulsion de la force sur le corps en N.s

Solution

$$\text{Impulsion} = F \bullet t = 25 \times 9{,}8 \times \frac{1}{10} = 24.5 \text{ N.s}$$

Essayez de résoudre :

1 Une force d'intensité 10^{12} kgp agit sur un corps pendant un temps temporaire.10^{-5}. Trouvez l'impulsion de la force sur le corps en N.s

Exemple **Trouver la norme d'une impulsion**

2 Des forces $\vec{F_1} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{F_2} = \vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{F_3} = 4\vec{i} - \vec{k}$ agissent sur un corps pendant un temps temporaire 5 s. Trouvez la norme de l'impulsion de la force sur le corps sachant que la force est mesurée par N

Solution

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$$

$$= (4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}) + (\vec{i} + 2\vec{k}) + (4\vec{j} - \vec{k}) = 5\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\because \vec{I} = \vec{F} \times t = 5(5\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$$

$$\text{La norme de l'impulsion} = \sqrt{(25)^2 + (5)^2 + (10)^2} = 5\sqrt{30} \text{ N.s}$$

Essayez de résoudre :

2. Des forces $\overrightarrow{F_1} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{i} - 5\overrightarrow{i}$ agissent sur un corps pendant un temps temporaire t. Trouvez la norme de l'impulsion de la force sur le corps sachant que la force est mesurée par N

Deuxièmement : L'impulsion et la quantité de mouvement

Rappel

$\because\ v = v_0 + a\,t$

$\therefore\ v - v_0 = a\,t$

L'impulsion d'une force constante sur un corps pendant un temps temporaire t est égale à F • t et d'après la deuxième loi de Newton, on trouve que :

Impulsion = mg • t

$\therefore$ Impulsion = m (v - v_0) où v et v_0 sont les mesures algébriques de la vitesse finale et vitesse initiale dans un temps t respectivement c'est-à-dire que l'impulsion est égale à la variation de la quantité de mouvement

Mais si la force est variable, alors l'impulsion est donnée par l'intégral suivant :

$$\text{Impulsion} = \int_0^t F\,dt$$

$$\therefore\ \int_0^t F\,dt = \int_0^t m\,a\,dt$$

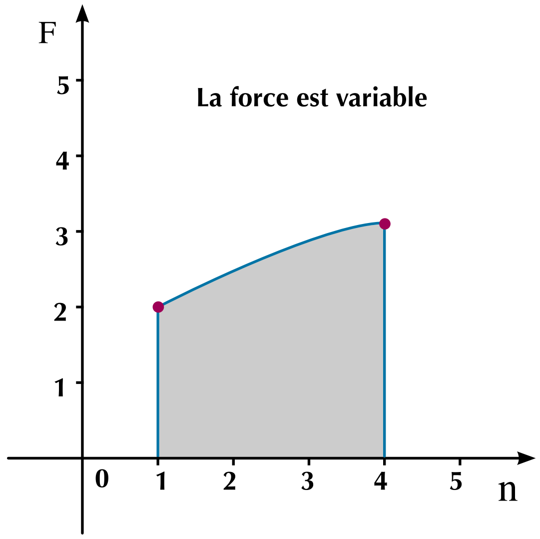
$$\int_0^t F\,dt = m\int_0^t \left(\frac{dv}{dt}\right)dt$$

$$= m\int_0^t dv$$

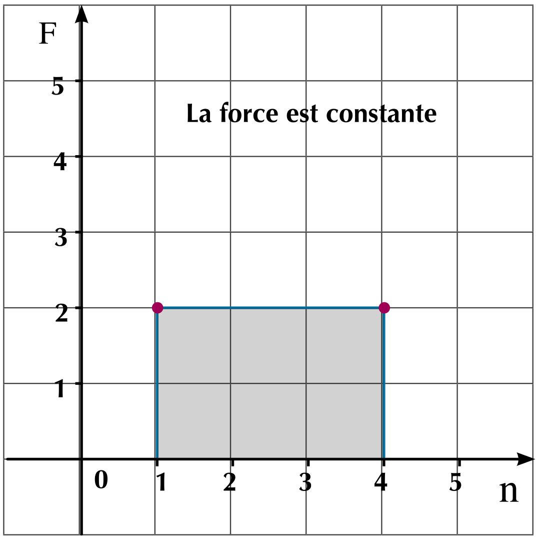
$$\int_0^t F\,dt = m\,[\,v\,]_0^t$$

$$\int_0^t F\,dt = m\,(v - v_0)$$

En générale :



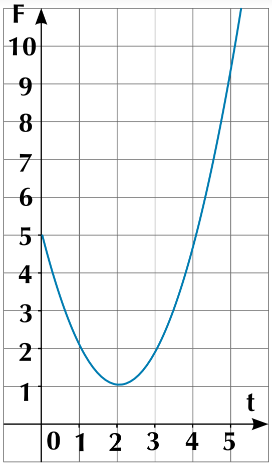
$$\text{Impulsion} = \int_{t_1}^{t_2} F\,dt$$



$$\text{Impulsion} = \int_{t_1}^{t_2} F\,dt$$

Exemple

(3) La figure ci-contre représente la courbe force-temps où $F = 1 + (t - 2)^2$. Trouvez:



a) l'impulsion de la force durant les trois premières secondes

b) l'impulsion de la force durant la cinquième seconde

Solution :

$F = 1 + (t - 2)^2$ $\qquad$ $F = t^2 - 4t + 5$

a) La force est mesurée en N et le temps en seconde $= {}_0\int^3 F\,d\,t$

$= {}_0\int^3 (t^2 - 4t + 5)\,d\,t$

$= [\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 5t]^3_0 = 6$ N.s

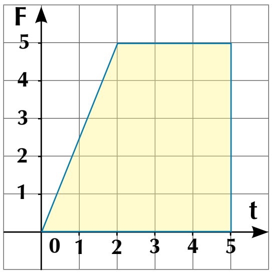
b) l'impulsion de la force durant la cinquième seconde $= {}_4\int^5 F\,d\,t$

$= {}_4\int^5 (t^2 - 4\,t + 5)\,d\,t$

$= [\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 5\,t]_4^5 = \frac{22}{3}$ N.s

Essayez de résoudre :

(3) La figure ci-contre représente la courbe force-temps. Trouvez



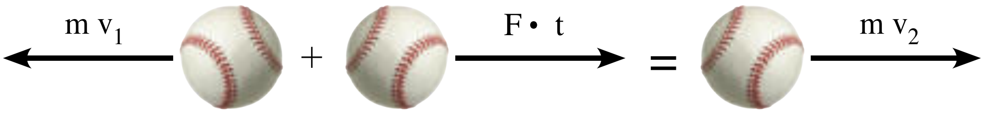
a) l'impulsion de la force durant la première seconde

b) l'impulsion de la force durant les cinq premières secondes.

Force impulsive :

C'est une force ayant une intensité infiniment grande agit pendant un temps infiniment petit sans effectuer un changement à la position. Par exemple, quand on frappe le pisse-ball , le temps de contact est infiniment petit bien que la force agit est infiniment grande et l'impulsion est grande pour qu'elle puisse changer la quantité de mouvement sans changer la position de la balle.

Quand une force impulsive agit sur un corps, alors $m\,v_1 + F\,.\,t = m\,v_2$ où t est infiniment petit



Exemple — Impulsion et quantité de mouvement

4 Un corps au repos de masse 4 kg est posé sur un plan lisse horizontal est soumis à l'action d'une force d'intensité 5 N. Trouvez la norme de l'impulsion et la norme de sa vitesse pendant 8s.

Solution

$\because$ Impulsion = $F \times t$

$\therefore$ impulse = $5 \times 8 = 40$ N.s

$\because$ Impulsion = la variation de la quantité de mouvement

$40 = m(v - v_0)$

$40 = 4(v - 0)$

$v = 10$ m/s

Essayez de résoudre

4 Une force constante d'intensité F agit sur un corps de masse m pendant $\frac{1}{49}$ s. Sa vitesse a augmenté de 3 m / s à 54 km /h suivant le même sens de la force. Si l'impulsion de la force est égale à 4,8 N.s, trouvez la masse du corps et l'intensité de la force en kgp.

Exemple — Exprimer l'impulsion et la quantité de mouvement en utilisant les vecteurs

5 Une force $\vec{F} = 2\vec{i} + 7\vec{j}$ agit sur un corps de masse 5 kg durant 10 s quand sa vitesse $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j}$. Trouvez sa vitesse après l'effet de la force sachant que la force est mesurée en N et la vitesse en m / s.

Solution

$\because$ Impulsion = la variation de la quantité de mouvement

$\therefore \vec{F} \cdot t = m(\vec{v} - \vec{v}_\circ)$

$\therefore 10(2\vec{i} + 7\vec{j}) = 5(\vec{v} - \vec{v}_\circ)$ $\quad\quad \therefore \vec{v} - \vec{v}_\circ = 2(2\vec{i} + 7\vec{j})$

$\therefore \vec{v} = 2(2\vec{i} + 7\vec{j}) + (\vec{i} - 2\vec{j})$

$\therefore \vec{v} = 4\vec{i} + 14\vec{j} + \vec{i} - 2\vec{j}$ $\quad\quad \therefore \vec{v} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$

$\therefore \|\vec{v}\| = \sqrt{25 + 144} = 13$ m/sec

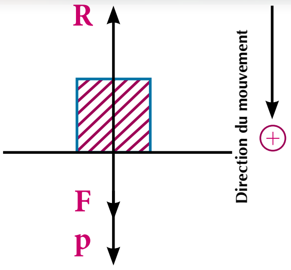
Essayez de résoudre :

5 Une force constante agit sur un corps de masse 3 kg durant un temps t quand à la vitesse est $6\vec{i} + 9\vec{j}$. Trouvez sa vitesse après l'effet de la force sachant que la force est mesurée en N et l'impulsion en N.S.

Remarquez que :

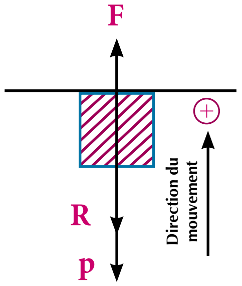
- Quand un corps du poids « P » tombe verticalement sur le sol, **alors**

  La pression du corps sur le sol = la réaction du sol sur le corps = F + P



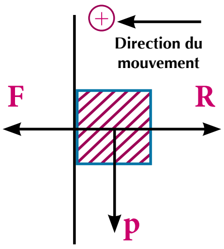
- Quand un corps du poids « P » est projeté verticalement et s'est heurté par le plafond, **alors**

  La pression du corps sur le plafond = la réaction du plafond sur le corps = F - P



- Quand un corps du poids « P » est projeté horizontalement et s'est heurté par un mur vertical, **alors**

  La pression du corps sur le mur = la réaction du mur sur le corps = F où F est la norme de la force impulsive dans tous les cas précédents



Exemple **Mouvement vertical**

6 Une balle en caoutchouc de masse $\frac{1}{4}$ kg est tombée d'une hauteur 10 m sur le sol, elle heurte le sol et rebondit pour atteindre de 2,5 mètres de hauteur. Trouvez l'impulsion produite puis déterminez la réaction du sol si le temps de contact de la balle et le sol est $\frac{1}{10}$ s.

Solution

Etude de chute vers le bas

$\because v^2 = v_0^2 + 2g\,D$

$\therefore v_1^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times 10$

$\therefore v_1 = 14$ m/sec

C'est la vitesse juste avant le contact avec le sol

Etude de rebondissement

$\because v^2 = v_0^2 + 2g\,D$

$\therefore 0 = v_2^2 - 2 \times 9{,}8 \times 2{,}5$

$\therefore v_2 = 7$m/sec

$\therefore$ La vitesse de rebondissement = 7m/s

Impulsion = la variation de la quantité de mouvement

$= m\,(v_2 - v_1)$

$= \frac{1}{4}\,[7 - (-14)] = 5{,}25$ kgm / s

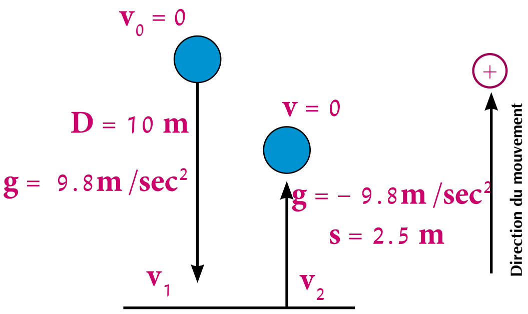
$\because$ Impulsion = F . t $\therefore 5.25 = F \times \frac{1}{10}$

$\therefore$ F = 52,5 newton

La réaction du sol sur la balle =

la force impulsive + le poids de la balle

$= 52.5 + \frac{1}{4} \times 9.8 = 54.95$ N



Essayez de résoudre :

6) D'un point situé à 110 cm au dessous du plafond d'une salle, un corps de masse 300g est projeté verticalement vers le haut à la vitesse de 840 cm / s. Il heurte le plafond et rebondit dans $\frac{1}{2}$ seconde de rebondissement. Trouvez l'impulsion du plafond sur le corps sachant que la hauteur du plafond est de 272,5 cm. Si le temps de contact est $\frac{1}{10}$s, trouvez la force impulsive.

Réflexion critique : Une balle d'argile de masse 1 kg tombe d'une hauteur 40 cm sur une balance de pression et le temps de choc est $\frac{1}{7}$ seconde. Trouvez la lecture du balance sachant que la balle ne rebondit pas après le choc.

Exemple — Mouvement horizontal

7) Une balle de masse 100 g se déplace horizontalement à la vitesse 9 m / s. Elle heurte un mur vertical et rebondit à la vitesse 7,2 km / h. Si le temps de contact de la balle avec le mur est $\frac{1}{10}$ s, Trouvez l'impulsion du mur sur la balle puis la pression de la balle sur le mur.

Solution

Si le sens de rebondissement est le sens positif de mouvement

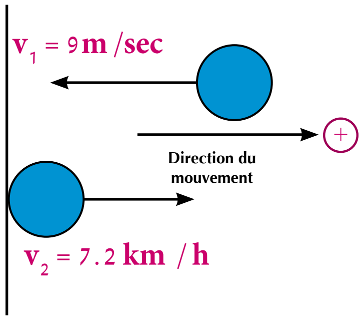
$\therefore\ v_1 = -9\text{m/sec}\ ,\ v_2 = 7{,}2 \times \frac{5}{18} = 2\text{m/s}$

$\because\ I = m(v_2 - v_1)$

$\therefore\ I = \frac{100}{1000}[2 - (-9)] = 0{,}11\ \text{gm. m/s}$

$\because\ I = F \times t \qquad \therefore 0{,}11 = F \times \frac{1}{10}$

$\therefore\ F = 1{,}1\ \text{N}$



Essayez de Résoudre

7) Une balle de tennis de 40 g se déplace horizontalement avec une vitesse de 50 cm/s. elle heurte le raquette et rebondie dans le sens opposé avec une vitesse de 110 cm/s. Déterminez l'impulsion du raquette à la balle. Si le temps du choc est $\frac{1}{49}$ seconde alors quelle est l'intensité de la force d'impulsion du raquette à la balle?

Exercices 3 - 1

Premièrement : Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

1) Si une force d'intensité 16 kgp agit sur un corps durant un quart seconde, alors la norme de l'impulsion de la force sur le corps en N.s est égale à :

a) 4   b) 32   c) 49   d) 64

2) Si la norme de l'impulsion d'une force F sur un corps durant 10^{-4} seconde est égale à 10 N, alors l'intensité de la force est égale à :

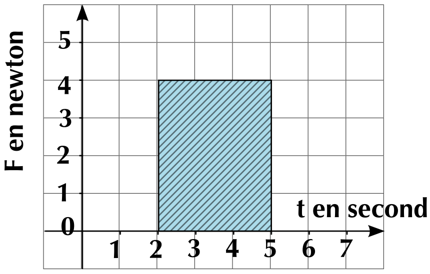
a) 10^3 dyne   b) 10^5 dyne   c) 10^3 N   d) 10^5 N

3. Si des forces $\vec{F_1} = \vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}$ et $\vec{F_2} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ agissent sur un corps durant 2 s, alors la norme de l'impulsion des forces en N.s est égale à :

a $5\sqrt{2}$ b $10\sqrt{2}$

c $50\sqrt{2}$ d $100\sqrt{2}$

4. Si une force constante agit sur un corps durant un intervalle du temps comme le montre la figure, alors la norme de l'impulsion en N est égale à:



a 8 b 12

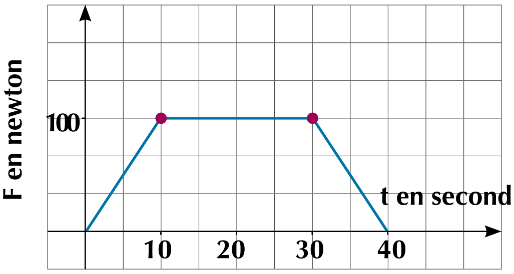
c 20 d 50

5. Si une force d'intensité 90 N agit sur un corps de masse 10 kg durant 5 s, alors la variation de la norme de la vitesse suivant la direction de la force est égale à :

a 45 m/s b 50 m/s

c 90 m/s d 120 m/s

6. Un corps de masse 20 kg est posé sur un plan lisse horizontal. Si ce corps se déplace sous l'action d'une force de direction fixe et son intensité varie avec le temps comme le montre la figure, alors la norme de l'impulsion de cette force est égale à:



a 1000 b 2000

c 3000 d 4000

Deuxièmement : répondez aux questions suivantes :

7. Un obus de canon de masse 20 g est tiré. S'il se poursuit son cours à l'intérieur du canon pendant 0,5 seconde et l'impulsion de canon est égale à 20 N, trouvez la vitesse de sorti d'obus du canon .

8. Un canon lance des fusils verticalement vers le haut. La masse de chacun d'eux est de 500 g. Si la moyenne de la force d'impulsion dans le tuyau du canon est de 250 N. Cette force agit sur le fusil pour une période 0,2 seconde jusqu'à sa sorti du canon. Calculez le temps d'arrivée du fusil à la hauteur maximale en utilisant la relation entre l'impulsion et la quantité de mouvement .

9 Un balle en caoutchouc de masse 20 g est tombée d'une hauteur 6,4 de la surface de terre. Elle est rebondit verticalement vers le haut. Si la moyenne de force fourni par la terre sur la balle est $18^2 \times 10^4$ dyne et le temps de contact de la balle avec la terre est 0,02 seconde. Trouvez:

a la norme de l'impulsion de la terre sur la balle

b la hauteur maximale de la balle après son rebondissement

10 Une balle lisse de masse 200 g se déplace en ligne droite sur une table lisse à la vitesse 10 m / s. S'elle heurte un mur vertical et rebondit à la vitesse 4 m / s. Trouvez :

a la norme de l'impulsion du mur sur la balle.

b la norme de l'impulsion du mur sur la balle si le temps de contact de la balle sur le mur est 0,05 seconde .

11 Un wagon de masse 10 tonnes roulant à la vitesse 18 km / h percute une barrière et rebondit à la vitesse 9 km / h. Trouvez la norme de l'impulsion de la barrière sur le wagon .

12 Une force d'intensité 200 kgp agit sur un wagon au repos de masse 1 tonne pendant 5 secondes. Dans 15 seconde, le wagon reprend la position du repos. Trouvez la norme de la résistance sachant qu'elle est constant dans les deux cas ainsi que la vitesse maximale du wagon en utilisant la relation entre l'impulsion et la quantité de mouvement .

13 Une balle de masse 1 kg est lancée verticalement vers un plafond. Le plafond est de 360 cm du point de lancement à la vitesse 14 m / s. Si la balle heurte le plafond et rebondit à la vitesse 10 m / s, trouvez la norme de l'impulsion du plafond sur la balle si le temps de contact de la balle et le plafond est 0,02s .

14 Un canon lance 600 fusils par minute. La masse de chacun d'eux est de 39,2 g à la vitesse 1260 km / h. Calculez la force de la réaction qui agit sur le canon en kgp

15 Une boule de masse 150 g tombe d'une hauteur 2,5 m sur la surface d'un liquide visqueux. Il s'enfonce de 70 cm en 0,2 seconde à une vitesse uniforme. Trouvez la norme de l'impulsion du liquide sur la boule .

16 Des forces $\overrightarrow{F_1} = a\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 3\,\overrightarrow{i} + b\,\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = a\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ agissent sur un corps pendant $\frac{1}{2}$ seconde . Si l'impulsion de ces forces sur le corps est donnée par la relation $\overrightarrow{I} = 2\,\overrightarrow{i} + 4\,\overrightarrow{j}$, trouvez la valeur de a et de b.

17 Un corps de masse 20 g tombe d'une hauteur 40 cm sur la surface d'un liquide visqueux. Il s'enfonce de 210 cm en une seconde à une accélération 2,1 m / s^2 . Trouvez la norme de l'impulsion du liquide sur le corps .

Choc

Unité 3

3 - 2

Introduction :

Le choc des corps est une application pratique de la quantité de mouvement. Lorsque deux corps se heurtent sans d'autres facteurs extérieurs, chacun des deux corps change la quantité de mouvement de l'autre. Les deux corps satisfaisant la troisième loi de Newton, c'est-à-dire que les deux forces sont de même intensité et de sens contraires. En considérant que le choc est instantané (c'est-à-dire qu'il dure un temps infiniment petit), alors l'impulsion du premier corps sur le deuxième est égale en intensité et de sens contraire à l'impulsion du deuxième corps sur le premier.

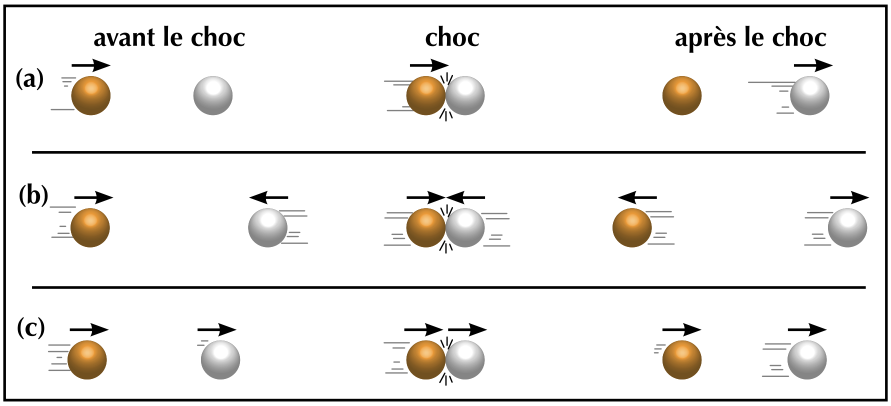
Il y a plusieurs formes du choc

Premièrement : Le choc direct

On dit que le choc est direct si les deux corps ne changent ni de forme ni de quantité de mouvement Par exemple quand une boule de billard en mouvement heurte une autre en repos de même masse, on trouve que la première boule devient en repos mais la deuxième boule se déplace à une vitesse initiale égale à la vitesse initiale de la première boule D'après cet exemple, on remarque que la quantité de mouvement est transmise complètement de la première boule à la deuxième boule.

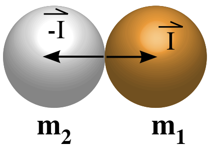
Le choc de deux boules lisses

Lors du choc de deux boules lisses, la somme vectorielle des quantistes de mouvement avant le choc et après le choc est égale



Dans la figure ci-contre :

Soient m_1, m_2, les masses des deux boules, $\overrightarrow{I}$ l'impulsion de la première boule sur la deuxième, alors $\overrightarrow{-I}$ l'impulsion de la deuxième boule sur première,



Aapprendre

- Choc
- Choc direct
- Choc indirect

vocabulaire de base

- *Somme des quantités du mouvement*

Aide pédagogique

- *calculatrice scientifique*
- *logiciele de graphieme*

$\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ les vitesses juste avant le choc , $\vec{v`}_1$ , $\vec{v`}_2$ les vitesses juste après le choc.

Pour la première boule:

∵ La variation de la quantité de mouvement = impulsion

$\therefore\ m_1 \vec{v`}_1 - m_1 \vec{v}_1 = -\vec{I}$ **(1)**

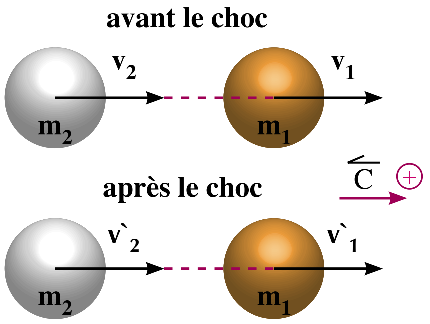
$\because\ \vec{v}_1 , -\vec{I}$ sont parallèles à la droite des centres

(car le choc est direct)

$\therefore\ \vec{v`}_1$ est parallèles à la droite des centres.

Approfondir votre connaissances

Pour le choc direct les vitesses juste avant le choc sont parallèles à la droite des centres



Pour la deuxième boule :

∵ La variation de la quantité de mouvement = impulsion

$\therefore\ m_2 \vec{v`}_2 - m_2 \vec{v}_2 = \vec{I}$ **(2)**

$\because\ \vec{v`}_2$ et $\vec{I}$ sont parallèles à la droite des centres

(car le choc est direct)

$\therefore\ \vec{v`}_2$ est parallèles à la droite des centres de **(1)** et **(2)** par addition:

$\therefore\ (m_1 \vec{v`}_1 - m_1 \vec{v}_1) + (m_2 \vec{v`}_2 - m_2 \vec{v}_2) = \vec{0}$

$\therefore\ m_1 \vec{v`}_1 + m_2 \vec{v`}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$ **(3)**

C'est-à-dire la somme des quantités de mouvement juste après le choc = la somme des quantités de mouvement juste avant le choc

Par conséquence: Lors du choc de deux boules lisses, la somme des quantités de mouvement est inchangée.

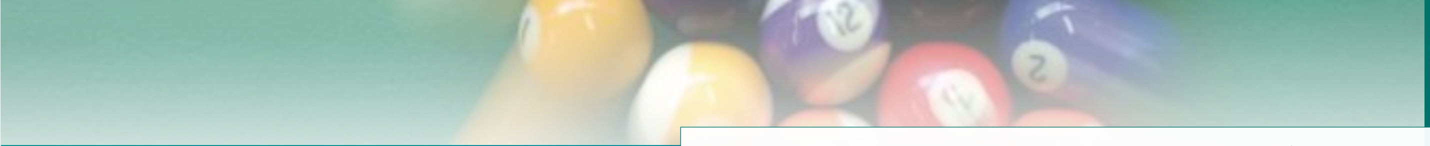
Utilisation des mesures algébriques :

On peut utiliser les mesures algèbriques des vecteurs vitesses et d'impulsion d'où on peut écrir les trois dernières relations comme ce qui suit:

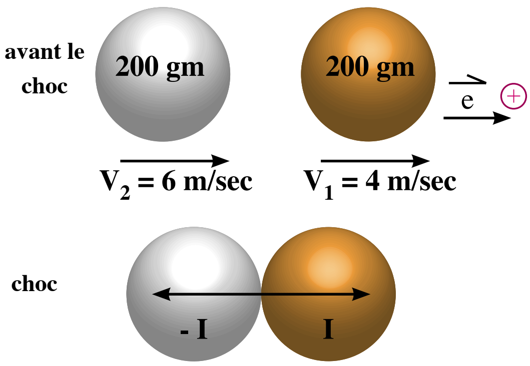
$$m_1 v`_1 - m_1 v_1 = -I$$
$$m_2 v`_2 - m_2 v_2 = I$$
$$m_1 v`_1 + m_2 v`_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Exemple

1. Deux boules lisses ayant chacune une masse de 200 g roulant dans le même sens sur une ligne droite d'un plan lisse horizontal, la première à la vitesse de 4 m / s et la deuxième à la vitesse de 6 m / s. Les deux boules se heurtent. Trouvez la vitesse de chacune d'elles juste après le choc sachant que la norme de l'impulsion de la deuxième boule sur la première est égale à 5×10^4 dyne.s.



Solution



Choisissez un vecteur unitaire $\vec{e}$ de même sens des vitesses juste avant le choc comme sens positif.

$\because$ L'impulsion de la deuxième boule sur la première est dans le sens positif.

$\therefore\ I = 5 \times 10^4$ dyne.s

, L'impulsion de la première boule sur la deuxième est dans le sens négatif.

$\therefore\ I = -5 \times 10^4$ dyne.sec.

Pour la première boule:

$\because\ I = m_1 (\vec{v'}_1 - v_1)$ $\quad\therefore\ 5 \times 10^4 = 200 (\vec{v'}_1 - 400)$

$\therefore\ 250 = v'_1 - 400$ $\quad\therefore\ v'_1 = 650$ c m/sec $= 6.5$ m/sec

Pour la deuxième boule:

$\because\ I = m_2 (\vec{v'}_2 - v_2)$ $\quad\therefore\ -5 \times 10^4 = 200 (v'_2 - 600)$

$\therefore\ -250 = v'_2 - 600$ $\quad\therefore\ v'_2 = 350$ c m/sec $= 3.5$ m/sec

C'est-à-dire les deux boules se déplacent dans le même sens, la première à la vitesse de 6,5 m / s et la deuxième à la vitesse de 3,5 m /s

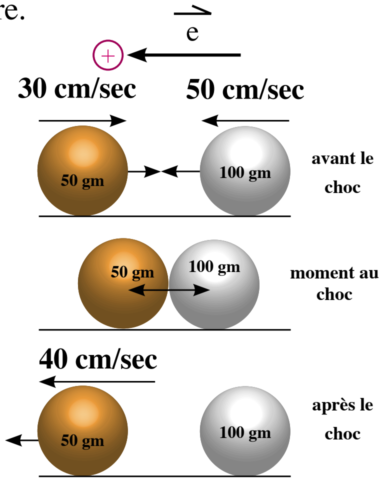
Essayez de résoudre

1) Deux boules lisses ayant chacune une masse de 200 g roulant dans le même sens sur une ligne droite d'un plan lisse horizontal, la première à la vitesse de 5 m / s et la deuxième à la vitesse de 9 m / s. Les deux boules se heurtent. Trouvez la vitesse de chacune d'elles juste après le choc sachant que la norme de l'impulsion de la deuxième boule sur la première est égale à 0.6×10^5 dyne.s

Exemple (choc des balles)

2) Deux boules lisses roulant sur une ligne droite horizontale allant à la rencontre l'une de l'autre. L'une des boules est de masse 100 g et roule à la vitesse de 50 cm / s, l'autre est de masse 50 g et roulant à la vitesse de 30 cm / s. Sachant que la deuxième boule rebondit après le choc à la vitesse 40 cm / s . Trouvez la vitesse de la deuxième boule, son sens après le choc ainsi que l'impulsion de l'une des deux boules sur l'autre.

Solution



Premièrement : Choisissez un vecteur unitaire $\vec{e}$ de même sens de la première boule avant le choc

$\because$ la somme des quantités de mouvement juste avant le choc = la somme des quantités de mouvement juste après le choc

$\therefore\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$

$100 \times 50 - 50 \times 30 = 100\ v'_1 + 50 \times 40$

$v'_1 = 15$ cm/s dans le sens de $\vec{e}$

Deuxièmement :

On trouve l'impulsion de la première boule sur la deuxième boule.

L'impulsion de la première boule sur la deuxième boule = la variation de la quantité de mouvement de la deuxième boule

$I = m (v`_2 - v_2)$

$I = 50 (40 - (-30)) = 3500$ g. cm/s

Deuxièmement : Le choc indirect :

On dit que le choc est indirect si les deux corps se déplacent comme un seul corps ou il y a une perte de la quantité de mouvement, tandis que la quantité de mouvement avant le choc et après le choc est inchangée.L'équation de conservation de la quantité de mouvement, quand les deux corps se déplacement comme un seul corps est sous la forme

$m_1 \overrightarrow{v_1} + m_2 \overrightarrow{v_2} = (m_1 + m_2) \overrightarrow{v_2}$ **En utilisant les vecteurs**

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$ **En utilisant les mesures algébriques**

Par exemple heurtement des wagons de train, heurtement d'un marteau sur un pilier.

Example choc des wagons du train

3 Un wagon de train de masse 10 tonnes se déplace à la vitesse de 20 m / s. Il heurte un autre wagon au repos de masse 10 tonnes. Après le choc les deux wagons se déplacement comme un seul corps. Calculez la vitesse de ce corps.

Solution

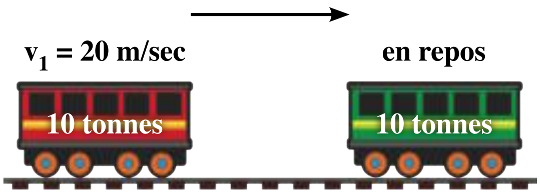
Soit la masse du wagon qui est en mouvement m_1

$m_1 = 10$ tonnes $= 10000$kg ; sa vitesse est v_1

où : $v_1 = 20$ m/sec

la masse du wagon qui est au repos m_2

$m_2 = 10$ tonnes $= 10000$ kg; $v_2 = 0$.



Considérons que le sens de la vitesse du premier wagon avant le choc est le sens positif et la vitesse commune aux deux wagons juste après le choc est v

$\because$ la somme des quantités de mouvement juste avant le choc = la somme des quantités de mouvement juste après le choc

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$

$10000 \times 20 + 10000 \times \text{zero} = (10000 + 10000) \times v$

$200000 = 20000v$

$\therefore v = 10$ m/sec dans le même sens du premier wagon

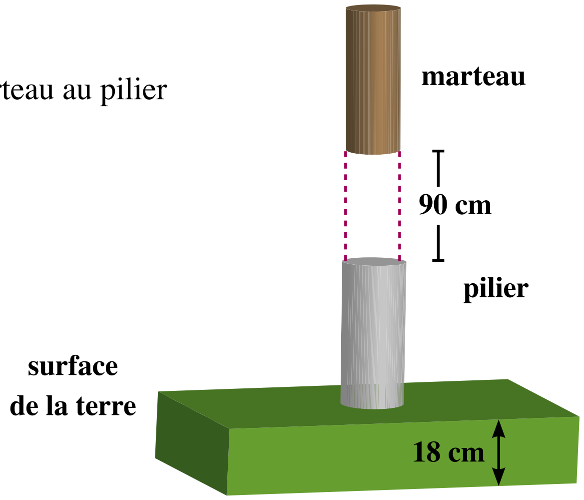
Essayez de résoudre

2 Un wagon de train de masse 6 tonnes se déplace à la vitesse de 25 m / s. Il heurte un autre wagon au repos de masse 3 tonnes. Après le choc les deux wagons se déplacement comme un seul corps. Calculez la vitesse de ce corps.

Exemple

(4) Un marteau pilon de masse 210 kg tombe d'une hauteur 90 cm sur un pilier de masse 140 kg. Il l'enfance dans la terre d'une profondeur de 18 cm. Après le choc, les deux corps se déplacent comme un seule corps, trouvez la vitesse commune de ce corps puis la moyenne de la résistance du terre sachant qu'elle constante.

Solution



Premièrement : la vitesse d'arrivée du marteau au pilier

$v^2 = v_\circ^2 + 2\,g\,s$

$v^2 = 2 \times 9{,}8 \times 0{,}9$

$v = 4{,}2$ m/s

Deuxièmement : au moment du choc

$m_1\,v_1 + m_2\,v_2 = (m_1 + m_2)\,v$

$210 \times 4{,}2 + 140 \times \text{zero} = 350\,v$

$\therefore v = 2{,}52$ m/s

Troisièmement : Après le choc

Les deux corps se déplacement une distance de 0,18m comme un seul corps avec une accélération (a) Sa vitesse initiale v` = 2.52 m/s , sa vitesse finale = zero

$v^2 = v_\circ^2 + 2\,a\,D \qquad \therefore \text{zero} = (2{,}52)^2 + 2 \times a \times 0{,}18$

$a = -17.64$ m/sec^2

Pour trouver la moyenne de la résistance de la terre :

$(m_1 + m_2)\,g - F` = m\,a$

$350 \times 9{,}8 - F` = 350 \times -17{,}64$

$m = 350 \times 9{,}8 + 350 \times 17{,}64$

$\therefore m = 9604$ N

$\therefore m = 980$ kgp

Essayez de résoudre

(3) Un marteau pilon de masse 2,1 tonnes tombe d'une hauteur 1,6 m sur un pilier de masse 350 kg. Il l'enfance dans la terre d'une profondeur de 12 cm. Après le choc, les deux corps se déplacent comme un seule corps, trouvez la vitesse commune de ce corps puis la norme de la résistance du terre sachant qu'elle constante.

Exercices 3 - 2

Premièrement : Complétez :

1. Si une force $\overrightarrow{F}$ agit sur un corps de masse constante durant un intervalle de temps, alors l'impulsion de cette force sur le corps est égale à ....

2. Si une force $\overrightarrow{F}$ constante agit sur un corps durant un temps infiniment petit, alors l'impulsion de cette force sur le corps durant cet intervalle de temps est égale à ......

3. Si la masse est mesurée en kg et la norme de la vitesse en m / s, alors l'unité de mesure de la norme de l'impulsion est .... ou ....

4. Si deux balles lisses se heurtent, leurs vitesses juste avant le choc sont parallèles à la droite des centres au moment du choc, alors ce choc est appelé ....

5. Si deux balles lisses se heurtent, alors la somme des quantités de mouvement avant le choc est égale à ....

Deuxièmement : Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

6. Si une force agit sur un corps de masse 20 g, sa vitesse varie de 10 cm / s à 18 cm / s dans le même sens, alors la norme de l'impulsion en dyne.s est égale à

   a 80   b 160   c 280   d 560

7. Si une force d'intensité 8 N agit sur un corps au repos de masse 4 kg, alors la force que le corps acquit à la fin de 5 secondes est égale à

   a 6.4 m/s   b 10 m/s   c 20 m/s   d 40 m/s

8. Si une force agit sur un corps de masse 700 g, sa vitesse varie de 30 cm / s à 65 cm / s dans le même sens, durant 10 secondes, alors la norme de l'impulsion en gp est égale à

   a 2.5   b 25   c 1225   d 2445

9. Si une force agit sur un corps de masse 400 g, sa vitesse varie de 25 cm / s à 55 cm / s dans le même sens. Trouvez la norme de l'impulsion de cette force

10. Un corps de masses 150 g se déplace à la vitesse de 20cm / s. Une force agit sur lui, sa vitesse est devenue 10 cm/s dans le sens opposé de son mouvement. Trouvez la norme de l'impulsion de cette force

11. Une balle de masse 800 g tombe d'une hauteur 2,5 m sur la surface d'un liquide visqueux. Elle s'enfonce à la vitesse 2 m / s. Calculez l'impulsion du liquide sur la balle.

12 Une balle lisse de masse 300 g se déplace en ligne droite sur une table lisse à la vitesse 8 m / s. S'elle heurte un mur vertical et rebondit à la vitesse 5 m / s. Trouvez la norme de l'impulsion du mur sur la balle puis la norme de l'impulsion du mur sur la balle si le temps de contact de la balle sur le mur est $\frac{1}{20}$ s

13 Deux boules lisses roulant sur une ligne droite horizontale allant à la rencontre l'une de l'autre. L'une des boules est de masse 30 g et roule à la vitesse de 50 cm / s, l'autre est de masse 90 g et roulant à la vitesse de v cm/s. Après le choc les deux boules se déplacent comme un seul corps à la vitesse de 10 cm/s. dans le même sens de la grande boule. Calculez la valeur de v. Si la resistance de mouvement de ce corps est 300 dyne, trouvez la distance que ce corps parcourt avant qu'il s'arrête.

14 Un marteau pilon de masse 1 tonne tombe d'une hauteur 4,9 m sur un pilier de masse 400 kg. Il l'enfance dans la terre d'une profondeur de 10 cm. Après le choc, les deux corps se déplacent comme un seul corps, trouvez la vitesse commune de ce corps puis la moyenne de la résistance du terre en kgp sachant qu'elle est constante

15 Deux boules lisses roulant sur une ligne droite horizontale allant à la rencontre l'une de l'autre. La première boule est de masse 5 kg et roule à la vitesse de 40 cm / s, la deuxième est de masse 6 kg et roulant à la vitesse de 50 cm / s. Après le choc la première boule se déplace dans le sens opposé de son mouvement à la vitesse de 20 cm / s. Démontrez que la deuxième boule s'arrête juste après le choc. Quelle est la norme de l'impulsion de la deuxième boule sur la première boule ?

16 Deux boules lisses de masses 50 g et 40 g respectivement. Le vecteur déplacement de la première est $\overrightarrow{D_1} = 300t\ \overrightarrow{i}$. Le vecteur déplacement de la deuxième est $\overrightarrow{D_2} = -150t\ \overrightarrow{i}$ où D est mesurée en cm, t en seconde. Si les deux boules se heurtent et forment un seul corps juste après le choc, calculez la vitesse commune de ce corps puis la force de pression entre les deux boules si le temps de contact a duré $\frac{1}{6}$ seconde.

17 Une petite boule de masse 30 g se déplace en ligne droite à la vitesse uniforme de 13 m / s à partir d'une certaine position. 4 minutes après, une autre boule de masse 10 g part de la même position, dans le même sens que la première boule, à la vitesse initiale de 4 m / s, avec une accélération de 2 m/s^2 . Les deux boules se heurtent. Après le choc, les deux boules se déplacent comme un seul corps. Trouvez la vitesse commune des deux boules juste après le choc. Si ce corps, après le choc, est soumis à une résistance constant de 4 gp sur le plan horizontal, à quel instant le corps s'arrêtera-t-il ?

18 Un corps de masse 1 kg est posé sur une surface lisse horizontale. Il est soumis à une force d'intensité 8N durant $\frac{1}{2}$ s. Quand l'effet de cette force s'annule, ce corps heurte un autre corps au repos de masse 2 kg. Si le premier corps est rebondit à la vitesse 2 m / s, trouvez la vitesse du deuxième corps juste après le choc.

Résumé de l'unité

1 **Impulsion:** Lorsqu'une force constante $\vec{F}$ agit sur un corps pendant un temps t, l'impulsion de cette force, dénotée $\vec{I}$ est définie par le produit de cette force par le temps de son action

2 **Unité de mesure de la norme de l'impulsion:** unité de mesure de la norme de l'impulsion = Unité de mesure de l'intensité de la force × unité de mesure du temps

Dans le système international, l'impulsion est mesurée par Newton.s ou par le produit d'une unité de force par une unité du temps.

Impulsion et quantité de mouvement: Impulsion = la variation de la quantité de mouvement, c-à-d $F \times t = m(v_2 - v_1)$

La courbe force-temps:

On peut représenter l'impulsion par l'aire de la région au dessous de la courbe force-temps et déterminer par la relation = $\int_{t_1}^{t_2} F\,dt$

3 **Force impulsive :** C'est une force ayant une intensité infiniment grande agit pendant un temps infiniment petit sans effectuer un changement à la position. Par exemple, quand on frappe le pisse-ball, le temps de contact est infiniment petit bien que la force agit est infiniment grande et l'impulsion est grande pour qu'elle puisse changer la quantité de mouvement sans changer la position de la balle.

4 **Le choc direct :** On dit que le choc est direct si les deux corps ne changent ni de forme ni de quantité de mouvement. $m_1 \vec{v'}_1 + m_2 \vec{v'}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$

c-à-d: la somme des quantités de mouvement juste avant le choc = la somme des quantités de mouvement juste après le choc.

Par conséquence Lors du choc de deux boules lisses, la somme des quantités de mouvement est inchangée. On peut utiliser les mesures algébriques des façons suivantes:

$m_1 v'_1 - m_1 v_1 = -I$, $m_2 v'_2 - m_2 v_2 = I$, $m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

où I est la mesure algébrique de l'impulsion de la deuxième boule sur la première boule v_1 et v_2 sont les mesures algébriques des vitesses avant le choc, v'_1 et v'_2 sont les mesures algébriques des vitesses après le choc. Pour le choc direct les vitesses juste avant le choc sont parallèles à la droite des centres.

5 **Le choc indirect:** On dit que le choc est indirect si les deux corps se déplacent comme un seul corps ou il y a une perte de la quantité de mouvement et:

$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$ **(En utilisant les vecteurs)**

$m_1 v + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$ **(En utilisant les mesures algébriques)**

Exercices généraux

Premièrement:

1. **Définissez:** Impulsion, quantité de mouvement. Mentionnez la relation entre eux.
2. **Définissez:** Choc direct, choc indirect. Donnez un exemple de chacun d'eux.
3. Montrez comment diminuez les accidents de trafiques en utilisant le concept « quantité de mouvement » ?

Deuxièmement : Choisissez la bonne réponse parmi les proposées

4. Si la masse est mesurée en kg et la vitesse en m / s, alors l'unité de mesure de l'impulsion est:
   a) kg.s b) N.s c) dyne.s d) N.m /s

5. L'impulsion est :
   a) la variation de la force agissant sur le corps .
   b) l'intervalle de l'effet de la force sur le corps.
   c) la variation de la vitesse du corps.
   d) la variation de la quantité de mouvement du corps.

6. La quantité de mouvement est définie par le produit de :
   a) la masse du corps par sa vitesse. b) la masse du corps par son accélération
   c) la masse du corps par le temps de l'effet de la force
   d) la masse du corps par la distance parcourue.

7. Si une force agit sur un corps de masse 300g, sa vitesse varie de 20 cm / s à 45 cm / s, dans le même sens, alors la norme de l'impulsion de cette force sur le corps en g.cm / s est égale à :
   a) 7.5×10^2 b) 7.5×10^3 c) 2.7×10^5 d) 2.94×10^6

8. Une balle de masse 300g se déplace sur un plan horizontal à la vitesse 60 cm / s. Cette balle heurte un mur vertical. Si l'impulsion du mur sur la balle est égale à 48000 dyne.s, alors la vitesse de rebondissement de la balle en cm / s est égale à
   a) 100 b) 120 c) 220 d) 500

9. Si des forces $\overrightarrow{F_1} = 2\overrightarrow{i} - 14\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{F_2} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ agissent sur un corps pendant $\frac{1}{2}$ seconde où $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ sont mesurées en N , l'impulsion de ces forces sur le corps est:
   a) $6\frac{1}{2}$ b) $7\frac{1}{2}$ c) 9 d) 13

Troisièmement : Répondez aux questions suivantes :

10. Une balle en caoutchouc de masse 500 g se déplace horizontalement en ligne droite. Elle heurte un mur vertical et rebondit à la vitesse 150 cm / s sur la même ligne. Si la moyenne de la force entre elle et le mur est de 10 kgp et le temps de contact entre eux est $\frac{1}{50}$ s, trouvez la vitesse de la balle juste avant le choc.

11. Une balle en caoutchouc de masse 200 g est tombée d'une hauteur 3,6 m sur le sol, elle heurte le sol et rebondit pour atteindre de 2,5 mètres de hauteur. Trouvez la résistance du sol sur la balle en kgp sachant que le choc a duré $\frac{1}{7}$ s

Exercices généraux

12 Une balle en caoutchouc de masse 1 kg est tombée d'une hauteur 4,9 m sur un sol horizontal solide, elle heurte le sol et rebondit à sa hauteur maximale qui est 2,5 mètres de hauteur. Calculez la norme de sa quantité de mouvement à cause de son choc par le sol puis la réaction du sol sur la balle en Newton sachant que le temps de contact avec le sol est 0,1 s.

13 Une boule de masse 400 g se déplace à la vitesse 70 cm / s. Cette boule heurte une deuxième boule de masse 800 g au repos. Apres le choc, elle commence à se déplacer à la vitesse 35 cm / s dans le même sens de la première boule. Démontrez que la première boule sera au repos après le choc puis l'impulsion sur l'une des deux boules en gp si le contact a duré $\frac{1}{7}$ s

14 Deux boules lisses roulant sur une ligne droite horizontale allant à la rencontre l'une de l'autre. L'une des boules est de masse 100 g et roule à la vitesse de 50 cm / s, l'autre est de masse 50 g et roulant à la vitesse de 30 cm / s. Sachant que la deuxième boule rebondit après le choc à la vitesse 40 cm / s. Trouvez la vitesse de la deuxième boule, son sens après le choc ainsi que l'impulsion de l'une des deux boules sur l'autre.

15 Une balle de fusil de masse 20 g est tirée à la vitesse de 50,5 m / s sur un morceau en bois de masse 2 kg située sur une table horizontale. Apres le choc, les deux corps se déplacent comme un seul corps. Trouvez la vitesse de ce corps juste après le choc. Si ce corps heurte un obstacle fixe sur la table et perpendiculaire au sens de mouvement. Il est rebondi à la vitesse 2 cm / s. Trouvez l'impulsion de l'obstacle sur le corps sachant que la résistance totale est égale à 1,01 Net l'obstacle est distante de 24 cm du morceau avant le tirage du fusil.

16 Un marteau pilon de masse 210 kg tombe d'une hauteur 90 cm sur un pilier de masse 140 kg. Il l'enfance dans la terre d'une profondeur de 18 cm. Après le choc, les deux corps se déplacent comme un seule corps, trouvez la vitesse commune de ce corps puis la moyenne de la résistance du terre sachant qu'elle est constante.

17 Un corps A de masse 10 g se déplace verticalement vers le bas. Un deuxième corps de masse 4 g se déplace verticalement vers le haut. Les deux corps se heurtent quand la vitesse de A est de 200 cm / s et la vitesse de B est 800 cm / s, le corps B est rebondi verticalement vers le bas à la vitesse 100 cm / s tandis que le corps A est rebondi verticalement vers le haut. Un autre corps C de masse 100 g se déplace verticalement vers le bas à la vitesse 13 cm / s. Si les corps A et C se heurtent dans $\frac{1}{7}$ seconde en formant un seul corps, trouvez la vitesse commune des deux corps A et C après le choc.

18 $\overline{AB}$ est la plus grande pente d'un plan lisse de longueur 9,8 m incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure 30°, A est le point supérieure dans le plan et B est le point inférieur dans le plan. Une balle lisse de masse 700 g est posé en A et se déplace de repos sur $\overrightarrow{AB}$ Elle heurte un obstacle vertical perpendiculaire lisse en B. L'impulsion de l'obstacle sur la balle est de 11,76 N.s. Elle rebondit, calculez la distance maximale que la balle monte sur $\overrightarrow{BA}$.

Pour plus d'activités et des exercices : visite le site électronique www.sec3mathematics.com.eg

ÉPREUVE CUMULATIVE

1. Si on lance un corps verticalement vers le haut à la vitesse de 49 m / s, trouvez le temps mis pour atteindre la hauteur maximale ainsi que la distance qu'il atteint.

2. Une voiture roule sur une route rectiligne à une vitesse de 75 km / h. Si une moto roule sur la route à une vitesse de 50 km / h. Trouvez la vitesse relative de la moto par rapport à la voiture dans chacun des deux cas suivants.
   (a) La moto se déplace dans le même sens que celui de la voiture.
   (b) La moto se déplace dans le sens contraire à celui de la voiture.

3. Un cycliste a parcoure 30 km sur une ligne rectiligne à une vitesse de18 km / h, puis il a parcouru une distance de 20 km sur la même route, dans le sens inverse à une vitesse de15 km / h. Trouvez le vecteur vitesse moyenne durant le trajet.

4. Une particule se déplace du repos avec une accélération uniforme dans une direction fixe, sa vitesse est 36 km / h à la fin de 20 secondes. Trouvez son accélération en m / s^2.

5. Si le vecteur position d'une particule est donnée par la relation $\vec{r} = (t^3 + 2)\ \vec{e}$. Trouvez le vecteur déplacement, vitesse et accélération, puis démontrez que le mouvement est accéléré en un instant $t > 0$. Quand la norme de l'accélération est égale à 12 unités d'accélération ?

6. Une particule est lancée verticalement vers le haut à la vitesse $\vec{v}_{.}$. Ecrivez la formule donnant sa vitesse en fonction du temps. Déduisez que le taux de variation de sa quantité de mouvement par rapport au temps est un vecteur constant puis trouvez sa norme.

7. Une particule de masse l'unité de mesure de masse sous l'action des forces :
   $\vec{F_1} = a\,\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{F_2} = 2\,\vec{i} + b\,\vec{j}$ où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont deux vecteurs unitaire de base, a et b sont constants. Si le vecteur déplacement est donné en fonction du temps par $\vec{D} = \vec{i} + (t^2 + t)\,\vec{j}$, trouvez a et b.

8. Une personne est dans un ascenseur. Quand l'ascenseur monte avec une accélération uniforme d'intensité C, le poids de la personne est de 75 kgp. . Quand l'ascenseur descend avec une accélération uniforme d'intensité 2C, le poids de la personne est de 60 kgp. Trouvez la valeur de l'accélération C et la masse de la personne.

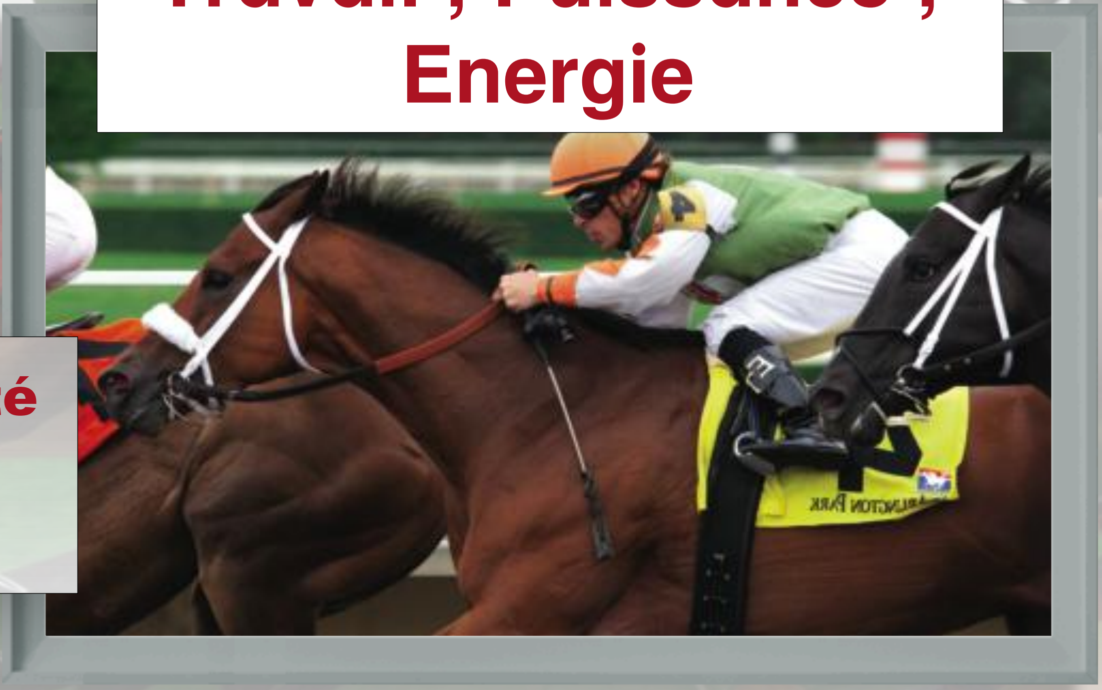
9. Deux corps de masses 125 ; 120 kg respectivement sont suspendues aux extrémités d'un fil passant par une petite poulie lisse. Déterminez l'accélération de cet ensemble et la pression sur l'axe de la poulie. Si l'ensemble commence à se déplacer du repos et les deux corps sont dans un même plan horizontal. Quelle est la distance verticale entre eux dans une seconde à partir de commencement de mouvement.

10. Un corps est posé au sommet d'un plan rugueux incliné de longueur 4,5 m et de hauteur 2,7 m. Le corps commence son mouvement du repos. Calculez sa vitesse au moment de son arrivée à la base du plan et le temps nécessaire pour atteindre cette vitesse où le coefficient de frottement = $\frac{1}{2}$.

11. Une voiture A de masse 4 tonnes roule à une vitesse uniforme de 5 m / s sur une ligne droite dans un plan lisse horizontal. Elle heurte une autre voiture B au repos de masse 3 tonnes. Apres le choc, la vitesse de la voiture B par rapport à la voiture A est 2 m / s. Trouvez la vitesse actuelle de chacune des deux voitures après le choc.

Travail ; Puissance ; Energie

Unité 4



Introduction de l'unité

Dans notre étude des unités précédentes, nous avons constaté que lorsque le résultat de plusieurs forces affecte un corps, il se déplace d'une manière ou d'une autre, et si nous demandons maintenant, quel est l'intérêt du mouvement et des objets en mouvement? La réponse est en deux parties: la première est que l'homme avec sa curiosités permanente cherche à expliquer les phénomènes naturels, leurs causes et leurs conséquences. Et la deuxième est que l'homme veut profiter de ce que Dieu lui a accordé. Il veut une voiture qui le déplace d'un endroit à un autre et des lampes électriques pour l'éclairage des villes et des villages ainsi de suite, et bien sûr, tout cela ne se réalisera pas si nous ne savons pas comment contrôler les objets et en tirer parti de leur mouvement. Que ce soit des appareils électriques et électroniques, soit des différents moyens de transport soit des corps cosmiques provoquant la rotation de la terre et la succession du jour et de la nuit.

C'est pourquoi, nous allons étudier dans cette unité le mouvement des corps pour apprendre le travail et comment profiter du déplacement des corps puis nous apprendrons davantage sur l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. Ensuite, nous lierons entre ces quantités standards (non-dirigées) et leurs diverses unités de mesure et la relation entre elles. Nous reconnaîtrons plus tard les forces qui maintiennent l'énergie et celles qui ne la préservent pas pour atteindre le principe du travail et de l'énergie . En plus, nous reconnaîtrons les plus simples machines utilisées par l'homme et nous les comparons par rapport à la puissance résultant de chacune d'elles et ses différents effets dans la vie quotidienne.

Si une machine fait un travail de 200 kgp.m pendant 4 minutes et une autre fait un travail de 100 kgp.m pendant une minute

Objectifs de l'unité

Après l'étude de l'unité et pratiquer les activités, l'élève doit:

- Savoir faire le travail fourni par une force et les unités de sa mesure
- Savoir la notion de la puissance et les unités de sa mesure.
- Savoir l'énergie cinétique et les unités de sa mesure.
- Savoir le principe du travail et de l'énergie.
- Savoir l'énergie potentielle، les unités de sa mesure، ses applications.

Vocabulaires de base

- Travail
- Force constante (invariante)
- Quantité scalaire
- Vecteur de déplacement
- Vecteur de position
- Joule
- Force variante
- Erg
- Énergie cinétique
- Énergie potentielle
- Variation de l'énergie potentielle
- Principe du travail et de l'énergie
- Puissance
- Cheval
- Conservation de l'énergie

Leçons de l'unité

(4 -1): Travail

(4 -2): Énergie cinétique

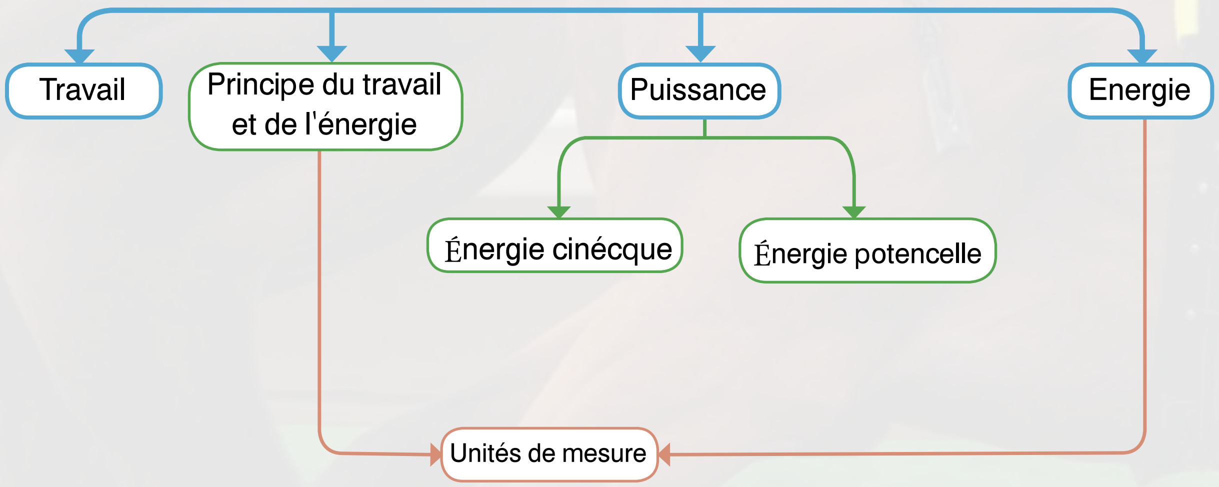
(4 -3): Énergie potentielle

(4 -4): Puissance

Aide pédagogique

Calculatrice scientifique .

Organigramme de l'unité



Unité 4

4 - 1 Travail

A apprendre

- *Le travail fourni par une force invariante.*
- *Différentes sortes des vecteurs de forces et déplacement.*
- *Unités de mesure le travail.*
- *Travail fourni par une force variante.*

Vocabulaires de base

- *Travail*
- *Force constante (invariante)*
- *Quantité scalaire*
- *Vecteur déplacement*
- *Vecteur position*
- *Joule*
- *Erg*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique*

Introduction:

Le concept du travail est l'un des éléments importants de la science cinétique car il repose sur les notions de force établies par Newton dans les trois lois, et il convient de mentionner que le travail et l'énergie sont des quantités mesurables. Donc la façon avec laquelle nous les traitons sera plus facile que d'utiliser les lois de Newton sur la cinétique (le mouvement) , en particulier lorsque le vecteur de force est variable. Alors, le vecteur de la roue va varier aussi.

Dans cette leçon, nous allons expliquer le concept du travail, qui est le lien entre la puissance et l'énergie. le travail pourrait être dû à une force constante ou force variable. Et nous allons examiner les deux genres dans cette leçon.

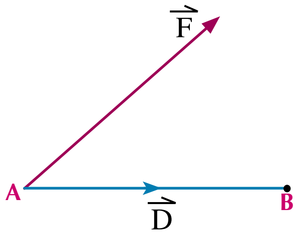


Figure (1)

Premièrement: Le travail fourni par une force invariante

Si un corps se déplace dans une ligne droite sous l'effet d'une force constante $\vec{F}$ S'il se déplace d'une position A à une autre position B alors son vecteur de déplacement est $\overrightarrow{AB} = \vec{D}$ comme indique la figure (1)

Définition

Le travail fourni par une force invariante $\vec{F}$ pour déplacer un corps d'une position initiale à une position finale est égal au produit scalaire du vecteur de la force par le vecteur déplacement entre ces positions.

$$T = \vec{F} \cdot \vec{D}$$

Le travail est alors une quantité scalaire qui peut être positive, négative ou nulle selon le sens et l'intensité de chacun de deux vecteurs $\vec{F}$, $\vec{D}$

Exemple

(1) Un corps se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ du point A (3 ; 4) au point B (7 ; 2), Déterminez le travail fourni par cette force.

Solution

Vecteur déplacement $\vec{D} = \overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (7\vec{i} + 2\vec{j}) - (3\vec{i} - 4)$

$\vec{D} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$

Appliquez la définition du travail sachant que la force est invariante

$T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D}$

$T = (6\,\overrightarrow{i} + 8\,\overrightarrow{j}) \cdot (4\,\overrightarrow{i} + 6\,\overrightarrow{j}) = 6 \times 4 + 8 \times 6 = 72$ unités du travail

Essayez de résoudre

1) Un corps se déplace sous l'effet de la force $\overrightarrow{F} = 5\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ du point A (5 , 2) au point B (3 , 1), Déterminez le travail fourni par cette force

Quelque différente sortes des vecteurs de la force et du déplacement

On peut écrire la formule du travail $T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D}$ d'autre façon $T = \| \overrightarrow{F} \| \| \overrightarrow{D} \| \cos \theta$ où θ la mesure de l'angle entre le vecteur de la force $\overrightarrow{F}$ et le vecteur déplacement $\overrightarrow{D}$ sachant qu'ils sortent de même point.

a Si la force est invariante et de sens constant parallèlement au déplacement, d'où θ = 0, en ce moment le travail sera $T = \| \overrightarrow{F} \| \| \overrightarrow{D} \| \cos 0 = \| \overrightarrow{F} \| \| \overrightarrow{D} \|$

S'écrit: $T = F \times D$

La figure (2) indique ce cas

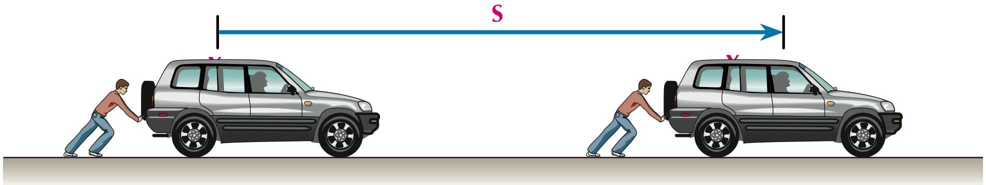
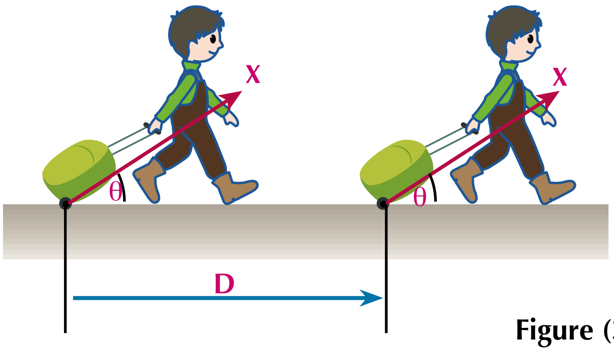


Figure (2)

b Si la force est constante et dans le sens perpendiculaire au sens de déplacement d'où m(∠θ)<90°, En ce moment le travail devient

$T = \| \overrightarrow{F} \| \| \overrightarrow{D} \| \cos \theta$

Le travail en ce cas est égal au produit de la composante horizontale de la force par la distance D.



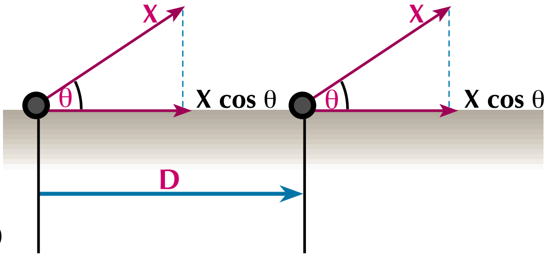
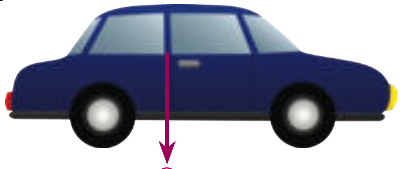


Figure (3)

a Si la force est constante et dans le sens perpendiculaire au sens de déplacement c.-à-d. $\theta = 90°$, En ce moment le travail devient $T = \| \overrightarrow{F} \| \| \overrightarrow{D} \| \cos 90 = 0$

La figure (4) indique ce cas.



La voiture déplacée horizontalement son poids ne fait aucun travail dans le sens du mouvement

d Si la force est invariante et de sens incliné au sens de déplacement d'un angle de mesure supérieur à 90° en ce moment le travail sera $T = \| \overrightarrow{F} \| \| \overrightarrow{D} \| \cos (180 - \theta)$

Le travail en ce cas est négatif et appelé résistant par exemple le travail fourni par la résistance ou par la force de frottement.

Exemple

2 Le déplacement d'un corps dans une ligne droite sous l'effet de la force $\overrightarrow{F} = 5\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$ du point A (1 , 0) au point B (3 , 3) sachant que la décomposition suit au repère cartésien orthogonal $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$. Déterminez le travail fourni

Solution

La figure (5) indique les positions du point A et du point B par rapport au repère.

Pour calculer le vecteur de déplacement $\overrightarrow{D}$:

$\overrightarrow{D} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ **(Règle de la soustraction des vecteurs)**

$\therefore \quad \overrightarrow{D} = (3 - 1)\overrightarrow{i} + (3 - 0)\overrightarrow{j}$

$= 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$

$\because \quad T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D}$ **(Définition du travail)**

$= (5\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j})\cdot(2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j})$

$= 5 \times 2 + (-3) \times (3) = 1$ unité de mesure du travail.

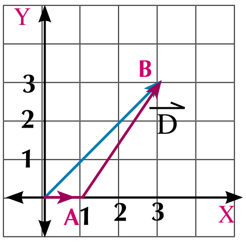


Figure (5)

Essayez de Résoudre

2 Un corps se déplace sous l'effet des deux forces $\overrightarrow{F_1} = 2\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 5\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$ du point A (2 , 1) au point B (3 , 0) sachant que $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Déterminez le travail fourni.

Réflexion critique:

Démontre que: Si un corps fait deux déplacements successives sous l'effet d'une force, alors le travail fourni pendant le déplacement résultant et de même que la somme des travaux fournis pendant les deux déplacements.

Exemple

(3) La force $\overrightarrow{F} = 3\,\overrightarrow{i} + 5\,\overrightarrow{j}$ agit sur un corps, elle le fait déplacer du point A (2, 4) sur une ligne droite au point B (5 , 3), puis au point C (8, -2). Déterminez le travail fourni par cette force pendant chacun de deux déplacements, puis vérifiez que la somme de deux travaux est égale au travail fourni pendant le déplacement résultant.

Solution

Premièrement: Le vecteur du premier déplacement est $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} = (5, 3) - (2, 4) = (3, -1)$

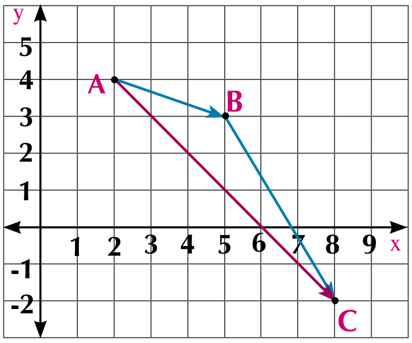
Le travail fourni pendant le premier déplacement

$T_1 = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D_1} = (3\,\overrightarrow{i} + 5\,\overrightarrow{j}) \cdot (3\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j})$

$T_1 = 9 - 5 = 4$ unité de mesure du travail

Le vecteur du deuxième déplacement est

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{C} - \overrightarrow{B} = (8, -2) - (5, 3) = (3, -5)$



Le travail fourni pendant le deuxième déplacement

$T_2 = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D_2} = (3\,\overrightarrow{i} + 5\,\overrightarrow{j}) \cdot (3\,\overrightarrow{i} - 5\,\overrightarrow{j})$

$T_2 = 9 - 25 = -16$ unité de mesure du travail

Le travail résultant = La somme de deux travaux

$T = T_1 + T_2 = 4 - 16 = -12$ unité de mesure du travail

Deuxièmement: Le déplacement résultant $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C} - \overrightarrow{A} = (8 , -2) - (2 , 4) = (6 , -6)$

$\therefore$ **Le travail pendant le déplacement résultant**

$T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D} = (3\,\overrightarrow{i} + 5\,\overrightarrow{j}) \cdot (6\,\overrightarrow{i} - 6\,\overrightarrow{j})$

$T = 18 - 30 = -12$ unité de mesure du travail

Essayez de Résoudre

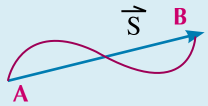
(3) La force $\overrightarrow{F} = 5\,\overrightarrow{i} - 7\,\overrightarrow{j}$ agit sur un corps, elle le fait déplacer du point A (5, -1) sur une ligne droite au point B (-1, 3), puis au point C (4, 6). Déterminez le travail fourni par cette force pendant chacun de deux déplacements, puis vérifie que la somme de deux travaux est égale au travail fourni pendant le déplacement résultant.

Expression oral: Si un corps se déplace sur une ligne droite d'une position puis il revient au même position sous l'effet de même force, alors quel est le travail fourni pendant ce trajet?

Exemple

(4) La force $\overrightarrow{F} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$ agit sur une particule. Si le vecteur position de la particule en un moment quelconque est:
$\overrightarrow{r}(t) = (t+5)\overrightarrow{i} + (t^2+4)\overrightarrow{j}$ où $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ sont les vecteurs unitaires de base, calculez le travail fourni par la force de t = 1 à t = 5

Remarquez que



Le travail ne dépond pas au trajet du corps de A à B, mais il dépond au déplacement $\overrightarrow{AB}$

Solution

Le déplacement de t = 1 à t = 5 est

$\overrightarrow{D} = \overrightarrow{r_5} - \overrightarrow{r_1}$

$\therefore \quad \overrightarrow{D} = (10\overrightarrow{i} + 29\overrightarrow{j}) - (6\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j}) = 4\overrightarrow{i} + 24\overrightarrow{j}$

$\because \quad T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D}$ **(de la définition du travail)**

$\therefore \quad T = (2 , 3) \cdot (4 , 24) = 8 + 72 = 80$ unité de mesure du travail.

Essayez de Résoudre

(4) Si le vecteur position de la particule est donné en fonction de temps par la relation: $\overrightarrow{r}(t) = (t+4)\overrightarrow{i} + (t^2+3)\overrightarrow{j}$ où $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ sont les vecteurs unitaires de base.

La force $\overrightarrow{F} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ agit sur la particule. Calculez le travail fourni par la force de t = 1 à t = 3

Unités de mesure du travail:

De la définition du travail, on déduit que:

L'unité de mesure le travail = unité de mesure de la force × unité de mesure du déplacement

Quelques unités de mesure du travail:

- **Joule:** Le joule est le travail fourni par une force d'un Newton pour déplacer un corps une distance d'un mètre .

  Si $\|\overrightarrow{F}\| = 1$ N ; $\|\overrightarrow{D}\| = 1$ m, alors:

  Joule = 1 Newton × 1 mètre ou Joule = Newton . Mètre (N.m)

  Joule est l'unité internationale pour mesurer le travail

- **Erg:** L'Erg est le travail fourni par une force d'un Dyne pour déplacer un corps une distance d'un centimètre.

  Si $\|\overrightarrow{F}\| = 1$ Dyne ,$\|\overrightarrow{D}\| = 1$ cm alors,

  Erg = 1 Dyne × 1 centimètre ou Erg = Dyne . Centimètre

Kgp . m: le travail fourni par une force d'un kilogramme poids pour déplacer un corps une distance d'un mètre.

Si $\|\overrightarrow{F}\| = 1$ kgp , $\|\overrightarrow{D}\| = 1$ m, alors kgp . m = 1 kgp × 1 mètre

On peut transformer d'une unité à l'autre comme ce qui suit:

1 kgp . m = 1 kgp × 1 m = 9,8 N . m	1 joule = 1 N × 1 m = 10^5 Dyne × 100 cm = 10^7 Dyne × cm
Kgp . m = 9,8 joule	**Joule = 10^7 Erg**

Exemple

(5) Une particule se déplace en ligne droite sous l'effet d'une force de résistance d'intensité 100 N. Déterminez le travail fourni par cette fore pendant un déplacement de 300 m.

Solution

Puisque la force est une résistance, alors elle est dans le sens opposé du déplacement. Si $\overrightarrow{e}$ est un vecteur unitaire dans le sens de déplacement, alors on peut exprimer chacun de la résistance et le déplacement par la mesure algébrique.

$\overrightarrow{D} = D\,\overrightarrow{e}$, $\overrightarrow{F} = -F\,\overrightarrow{e}$

Dans ce cas:

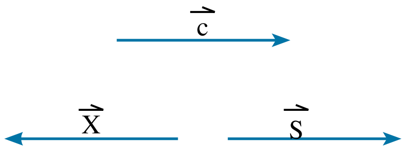
D = + 300 m , R = 100 N

De la figure (6) T = - R D

= (-100) × (300)

= -3×10^4 N . m

= -3×10^4 Joule



(figure 6)

Exemple **Travail fourni par le poids; par la réaction normale et par le frottement**

(6) Un corps de masse 10 kg se glisse une distance de 6 m sur un plan rugueux dont le coefficient du frottement dynamique est 0,2. Ce plan est incliné d'un angle de 30° à l'horizontal. Déterminez en kgp . m le travail fourni par chacun de:

1er: La force du poids **2ième:** La réaction du plan

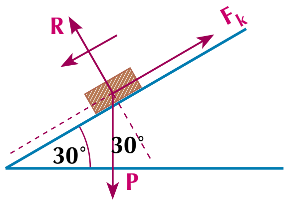
3ième: La force du frottement

Solution

1er: Le travail fourni par le poids

Le poids du corps (P) = m g

∴ P = 10 × 9,8 = 98 N



∵ L'angle compris entre $\overrightarrow{P}$ et $\overrightarrow{D}$ est égale à 60°

De la définition du travail:

$T = P \times D \cos 60°$

∴ $T = 98 \times 6 \times \frac{1}{2} = 294$ joule = 30 kgp .m

Une autre solution:

On peut déterminer la composante du poids dans le sens de déplacement, le travail est alors $T = P \sin \theta \times D$

∴ $T = 10 \times \frac{1}{2} \times 6 = 30$ kg.p. m

Deuxièmement:

∵ La force de la réaction (R) est toujours perpendiculaire au plan où se déplace le corps, alors l'angle entre R et D est égale à 90°.

∴ Le travail fourni par la réaction normale T = 0 .

Troisièmement: Le travail fourni par la force du frottement:

On sait que la force de frottement dynamique $F_D = R\ \mu_D$ (où μ_D est le coefficient de frottement dynamique)

∴ $F_D = 0{,}2 \times 10 \times 9{,}8 \times \cos 30° = 49\sqrt{3}$ newton

∵ le travail fournie par la résistance $T = -F_D \times S$

∴ $T = -49\sqrt{3} \times 6 = -294\sqrt{3}$ Joule $= -30\sqrt{3}$ kg.p.m

Essayez de Résoudre

(5) Une voiture de 6 tonnes de masse monte une route inclinée sur l'horizontale d'un angle dont le sinus est $\frac{1}{98}$ contre des résistances équivaut 10 kgp pour chaque tonne de sa masse. Sa vitesse devient 54 km/h pendant 30 secondes. Si la voiture commence son mouvement de repos, Déterminez: en Joule le travail fourni par:

1er: La force du moteur de la voiture

2ième: La résistance

3ième: Le poids de la voiture

Deuxièmement : Le travail fourni par une force variante

Déjà, nous avons utilisé le concept du travail de traiter avec le mouvement lorsque la force constante. On montre ça par l'exemple suivant:

Exemple d'Illustration:

Soit une force constante d'intensité 10 N agit sur un corps pour le faire déplacer du point A au point B, comme indique la figure (8) Par conséquent le déplacement de A à B = 20 m. pour représenter ça graphiquement, on trace l'axe de la force et l'axe de déplacement comme indique la figure, la force est alors représentée par une droite horizontale parallèl e à l'axe représentant le déplacement D.

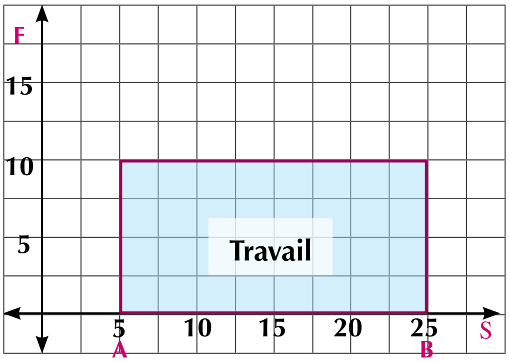


figure (8)

Le travail = F D = 10 (25-5) = 200 joules

Il est égal à l'aire au dessous de la courbe qui est l'aire du rectangle dont la largeur est 10 N , la longueur est 20 m. Dans le cas où la force est variante pendant le déplacement comme indique la figure (9) L'aire dessous de la courbe est déterminée par la relation:

$$T = \int_A^B F\, d\, D$$

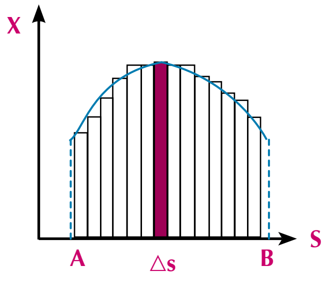


Figure (9)

Dans ce cas, on prend un petit déplacement ΔD pour que la force agit pendant ce déplacement soit constante et le travail est alors donné par la relation:

$$\Delta D = F_D \, \Delta_D$$

Si on partage la courbe de la force en petites parties et on calcule le travail pendant chaque partie, alors la somme est représentée par la relation:

$$T = \sum_A^B F_D \Delta D$$

Quand le déplacement ΔD est assez petit (tend vers zéro), pour obtenir des valeurs plus précise dans la relation précédente, la relation précédente devient:

$$T = \int_A^B F_D \, d\, D$$

Cette formule est la formule générale du travail (on remarque que: $F_D = F \cos\theta$ ($\cos\theta$ représente la composante de la force dans le sens de déplacement)

$$T = \int_A^B F_D \, d\, D$$

Exemple

7 La figure (8) indique l'effet d'une force variante à un corps. Calculez le travail fourni par cette force en Erg, dans chacun des cas suivants:

1er: Quand le corps se déplace de

D = 0 à D = 8

2ème: Quand le corps se déplace de

D = 8 à D = 12

3ème: Quand le corps se déplace de

D = 0 à D = 12

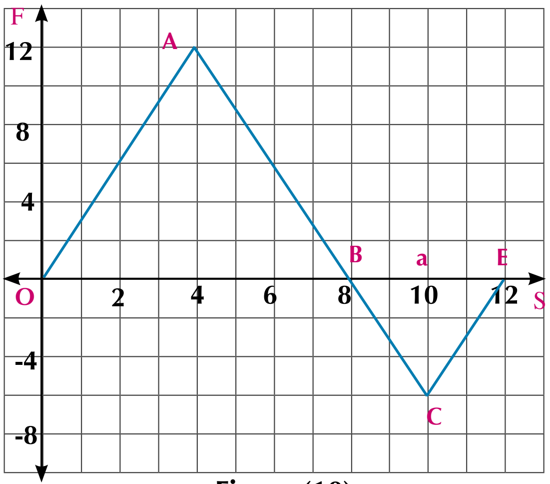


Figure (10)

Solution

1^er^ : $T_1 = {}_0\int^8 F\,d\,D$ = l'aire au dessous de la courbe de D = 0 à D = 8

= l'aire du triangle $\triangle$ O A B = $\frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$ joules

2^ème^: $T_2 = {}_8\int^{12} F\,d\,D$ = -l'aire au dessous de la courbe de D = 8 à D = 12

= -l'aire du triangle $\triangle$ B C D = $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = -12$ joules

3^ème^: $T_3 = {}_0\int^{12} F\,d\,D$ = l'aire au dessous de la courbe = ${}_0\int^8 F\,d\,D + {}_8\int^{12} F\,d\,D$

= l'aire du triangle $\triangle$ O A B - l'aire du triangle D B C D

= $\frac{1}{2} \times 8 \times 12 - \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 36$ joules

Essayez de Résoudre

6 La figure ci – contre indique l'effet d'une force variante à un corps. Calculez le travail fourni par cette force, dans chacun des cas suivants:

1^er^: quand le corps se déplace de D = 0 à D = 10

2^ème^: quand le corps se déplace de D = 8 à D = 14

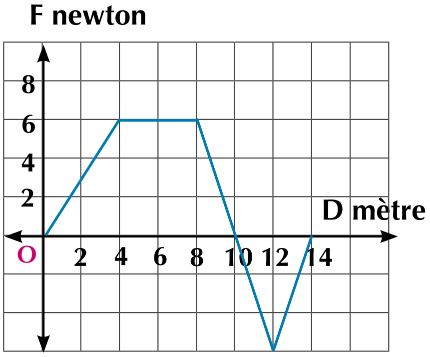


Figure (11)

Exemple

8 Une force variante F (mesurée en Newton) agit à un corps sachant que $F = 3D^2 - 4$, Déterminez le travail fourni par cette force pendant la période de D = 2 m à D = 5 m.

Solution

$\because \quad D = 3\,s^2 - 4 \;, \quad T = {}_A\int^B F\,d\,D$

$\therefore \quad T = {}_2\int^5 (3s^2 - 4)\,d\,D = [s^3 - 4s]^5_2$

$\therefore \quad T = [(125 - 20) - (8 - 8)] = 105$ Joules

Essayez de Résoudre

7 Une force variante F (mesurée en Dyne) agit à un corps sachant que F est définie par la relation:

$F = 4D^3 - 2D + 1$, Déterminez le travail fourni par cette force pendant la période de D = 0 à D = 4

Exercices 4 - 1

1er: Choisissiez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

1. Si un corps se déplace en ligne droite du point d'origine au point A (3 ; 2), sous l'effet de la force $\vec{F} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$, alors le travail fourni par cette force = ... unité du travail.

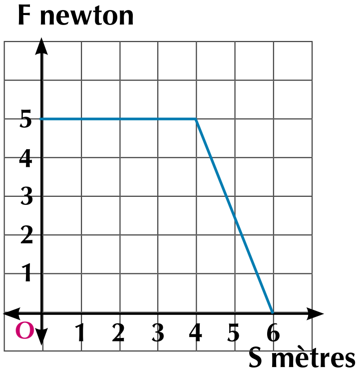
   a) -4   b) -1   c) 0   d) 1

2. Si un corps se déplace en ligne droite du point A (-3 ; 2) au point B (5 ; -3), sous l'effet de la force $\vec{F} = 5\vec{i} + 8\vec{j}$,alors le travail fourni par cette force = ... unité du travail.

   a) 0   b) -40   c) 40   d) 80

3. La figure ci – contre représente l'effet d'une force (F) sur un corps qui se déplace une distance (D), alors le travail fourni par cette force pour déplacer le corps de D = 0 à D = 6 mètres est égale à .... Joules

   a)   b)   c)   d)



4. Le travail fourni pour élever une masse de 200 g posée sur la terre une distance de 10 m au surface de la terre, est égale à .... joules.

   a) zero   b) 9,8   c) 19,6   d) 29,4

5. Si un corps se déplace en ligne droite sous l'effet d'une résistance de 400N, alors le travail fourni par cette résistance pendant le déplacement $\vec{D}$ où $\| \vec{D} \| = 350$ m est égal à .... Joules.

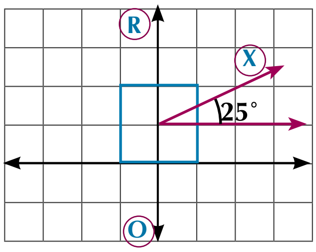
   a) -14×10^4 b) -7×10^4 c) 7×10^4 d) 14×10^4

2ème :Complètez:

6. Un homme fait de marchandises dans un supermarché pousse une charrette par une force d'intensité 35 N et incliné d'un angle de 25° à l'horizontal. Si la charrette se déplace une distance de 50 m, alors le travail fourni par l'homme = ... Erg

7. Le travail fourni pour déplacer une masse de 600 g, une distance 4 m, avec une accélération 20 cm/s^2 est égal à .... Erg

8 La figure ci – contre représente une force d'intensité 16 N, inclinée d'un angle de 25° à l'horizontal, agit sur une masse de 2,5 kg pour le faire déplacer sur une table horizontale lisse, une distance de 220 cm, alors:



- **a** Le travail fourni par la force = ... Joules
- **b** Le travail fourni par la réaction de la table = ... Joules
- **c** Le travail fourni par le poids du corps = ...Joules
- **d** Le travail total fourni par les forces agissant sur le corps = ...Joules

3ème: Répondez aux questions suivantes:

9 Un corps se déplace en ligne droite, sous l'effet de la force $\vec{F} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$ du point A (-1 , 2) au point B (3 , 4) sachant que $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Déterminez le travail fourni par cette force.

10 Les forces $\vec{F_1} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{F_2} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{F_3} = 3\vec{i} - \vec{j}$ agissent sur un corps. Elles le fait déplacer du point A (2 ; 3) au point B (4 ; 4). Déterminez le travail fourni par la résultante des forces pendant le déplacement $\vec{AB}$

11 Un corps de masse 1 kg se déplace, si le vecteur de déplacement $\vec{D} = (3t^2)\vec{i} + (3t^2 + t)\vec{j}$ alors quelle est la force causant le mouvement? Déterminez le travail fourni de la force pendant 5 secondes du début du mouvement sachant que D est mesuré par mètre, F est mesurée par Newton, t en seconde.

12 Le vecteur position 'une particule est donnée par la relation $\vec{r} = (3t^2 + 2)\vec{i} + (4t^2 + 3)\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Démontrez que la particule se déplace sous l'effet d'une force constante puis déterminez le travail fourni par la force de t = 1 à t = 5

13 Un wagon en repos tiré par une corde qui fait un angle de 60°avec le quai du tram. Si la tension est 500 kgp et le wagon se déplace avec une accélération 5 cm/s² pendant 30 secondes, déterminez le travail fourni par la tension.

14 Un maçons de masse 70 kg porte des briques et monte un escalier dont le sommet est élevé de 12 m de la terre. S'il fait un travail de 11760 Joules jusqu'à arriver au sommet, déterminez la masse des briques.

15 Une force agit sur un corps en repos de masse 50 kg, elle le fait déplacer avec une accélération de 0,7 m / s². Si le travail fourni par la force est égale à 350 kgp . m. Déterminez la distance parcourue par le corps.

16 Un caillou de masse 4 kg et lancé verticalement vers le haut de la surface de la terre. Si le travail fourni pour que le caillou atteinte la hauteur maximale est 1176 joules. Déterminez la hauteur maximale attente par le caillou.

17 Calculez le travail en joules nécessaire pour élever 5 mètres cube de l'eau de hauteur 10 mètres.

18 Une femme pousse une poussette bébé de repos sur une route horizontale par une force d'intensité 2 kgp et inclinée d'un angle de 60° sur l'horizontale, contre des résistances d'intensité 0,95 kgp. Si La masse de poussette et le bébé est 18 kg, déterminez en kgp . m le travail fourni pendant une minute par:

a Le poids de la poussette et le bébé

b La force de la femme

c La résistance de la route.

19 Un train de masse 200 tonnes monte une route inclinée sur l'horizontale d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ avec une vitesse constante. Si le travail fourni par la force du moteur du train est égale à 15×10^5 kgp . m jusqu' arriver au sommet de la route et le travail fourni contre la résistance est 5×10^5 kgp . m, déterminez:

1er: La longueur de la route

2ème: La résistance par tonne de la masse du train

20 Une voiture de masse 4 tonnes monte une route inclinée à l'horizontale d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ contre de résistance équivaut 5 kgp par tonne de la masse du train. Sa vitesse devient 54 km/h après $\frac{1}{2}$ minute. Si la voiture commence le mouvement du repos, calculez en joules le travail fourni par:

1er: La force du moteur

2ème: La force de la résistance

3ème: Le poids de la voiture

4ème: Contre le poids de la voiture

21 Une particule se déplace en ligne droite sous l'effet d'une force F (Newton) où $F = \sin 2D$, D est mesurée en mètre. Calculez le travail fourni par la force F quand la particule se déplace de:

a $D = 0$ à $D = 10$

b $D = 1$ à $D = 5$

22 Une particule se déplace en ligne droite sous l'effet d'une force F (Newton) où $F = 0{,}4\,D$, D est mesurée en mètre. Calculez le travail fourni par la force F quand la particule se déplace de:

a $D = 0$ à $S = \frac{\pi}{2}$

b $D = \frac{-\pi}{4}$ à $S = \frac{\pi}{4}$

c $D = \frac{\pi}{4}$ à $S = \frac{3\pi}{4}$

Unité 4

4 - 2 Energie cinétique

Préface

A apprendre

- *Energie cinétique*
- *Unités de mesure l'énergie cinétique*
- *Principe du travail et l'énergie*

Vocabulaires de base

- *Energie cinétique*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique*

Dans la leçon précédente nous avons appris que la force est la principale cause du mouvement, et dans cette leçon, nous examinerons la source d'où provient la force pour déplacer les corps . Cette source est l'énergie. Par conséquent nous pouvons définir l'énergie comme la mesure de la puissance du corps à fournir un travail.

L'énergie apparaît dans notre vie sous plusieurs formes, y compris l'énergie mécanique, l'énergie thermique, l'énergie électrique et l'énergie photovoltaïque etc..

Nous étudierons de ces formes l'énergie mécanique représentée dans le mouvement des corps et elle se compose de deux genres : **l'énergie cinétique** et **l'énergie potentielle**.

Energie cinétique

L'énergie cinétique d'une particule est l'énergie qui acquise le corps à cause de ça vitesse. Elle est évalue dans un moment par la moitié du produit de la masse du corps par le carré de sa vitesse en ce moment et notée E_C.

Si m est la masse de la particule; $\vec{v}$ est le vecteur de sa vitesse et V sa mesure algébrique alors:

$$E_C = \frac{1}{2} m \| \vec{v} \|^2 = \frac{1}{2} m v^2 \qquad \textbf{(1)}$$

Puisque $\| \vec{v} \|^2 = \vec{v} \odot \vec{v}$, alors on peut exprimez l'énergie cinétique comme ce qui suit:

$$E_C = \frac{1}{2} m (\vec{v} \odot \vec{v}) \qquad \textbf{(2)}$$

De la définition, l'énergie cinétique de la particule est une quantité scalaire non négative s'annule seulement quand la vitesse s'annule. La définition montre aussi que l'énergie cinétique de la particule peut changée d'un moment à l'autre pendant le mouvement selon la vitesse.

Unités de mesure de l'énergie cinétique:

Puisque le travail est une sorte de l'énergie, alors:

L'unité de mesure d'énergie cinétique = L'unité de mesure du travail

Par exemple, Si la masse est mesurée par kilogramme et la vitesse en mètre / seconde alors:

Unité de mesure de l'énergie cinétique $= \text{kg} \times \frac{\text{mètre}}{\text{sec}} \times \frac{\text{mètre}}{\text{sec}}$

$= \text{kg} \, \frac{\text{mètre}}{\text{sec}^2} \times \text{m} = \text{N} \, . \, \text{m} = \text{joule}$

Si la masse est mesurée par le gramme et la vitesse par centimètre/ seconde, alors:

L'unité de mesure de l'énergie cinétique $= gm \times \frac{cm}{sec} \times \frac{cm}{sec} = gm \times \frac{cm}{sec^2} \times cm = Dyne \times cm = Erg$

Exemple

1) Un corps de masse 100 g se déplace avec une vitesse $\vec{v} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. la mesure algébrique de la vitesse est mesurée par cm/s. Déterminez l'énergie cinétique du corps. **1^er^:** En erg **2^ème^:** En Joule

Solution

On trouve la norme de la vitesse $\vec{v} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 cm/s$ $\therefore \|\vec{v}\|^2 = 169$

1^er^: **L'énergie cinétique du corps** $= \frac{1}{2} m \|\vec{v}\|^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 169 = 8450$ Erg

2^ème^: **L'énergie cinétique** $= \frac{8450}{10^7} = 8{,}45 \times 10^{-4}$ Joules

Essayez de Résoudre

1) Un corps de masse 200 g se déplace avec une vitesse $\vec{v} = 60\vec{i} - 80\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. la mesure algébrique de la vitesse est mesurée par cm/s. Déterminez l'énergie cinétique du corps.

1^er^: En erg **2^ème^:** En Joule.

Exemple

2) Un corps de masse 1 kg est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse de 49 m/s. Déterminez:

a) L'énergie cinétique du corps après 6 secondes après le lancement

b) L'énergie cinétique du corps quand, il arrive à une hauteur de 102,9 m du point de lancement.

Solution

a) $\because v = v_\odot + g t$ $\therefore v = 49 - 9{,}8 \times 6 = -9{,}8 m/sec$

$\therefore$ Le corps descend avec une vitesse de 9,8 m/sec ,$T = \frac{1}{2} m V^2$

$T = \frac{1}{2} \times 1 \times (9{,}8)^2 = 48{,}02$ Joule

b) $\because v^2 = v_\odot^2 + 2 g D$ $\therefore v^2 = (49)^2 - 2 \times 9{,}8 \times 102{,}9$

$\therefore v^2 = 384{,}16$ $T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 384{,}16 = 192{,}08$ Joule

Essayez de Résoudre

2) Un corps de masse 500 g tombe verticalement vers le bas d'une hauteur 78,4 m de la surface de la terre. Déterminez:

a) L'énergie cinétique après 2 seconde de chute.

b) L'énergie cinétique au moment d'arriver à la terre.

Exemple

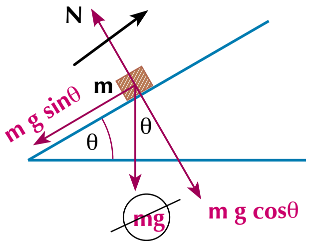
3 Un corps de masse 200 g est lancé avec une vitesse de 280 cm/s dans la direction de la plus grande pente d'un plan incliné sur l'horizontal d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ vers le haut. Déterminez l'énergie cinétique du corps en Erg dans chacun des cas suivants:

a Après une demi minute du lancement.

b Quand il se trouve à 24,5 m du point du lancement.

Solution

L'équation du mouvement du corps



$m\,a = -\,m\,g\sin\theta$

$\therefore\; a = -\,980 \times \frac{1}{140} = -7 \text{ cm/sec}^2$

a $v = v_\circ + a\,t$

$v = 280 - 7 \times 30 = 70 \text{ cm/sec}$

$T = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (70)^2 = 49 \times 10^4 \text{ Erg}$

b $v^2 = v_\circ^{\,2} + 2\,a\,D$

$v^2 = (280)^2 - 2 \times 7 \times 2450 = 44100$

$v = \pm\; 210 \text{ cm/sec}$

$T = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (210)^2 = 441 \times 10^4 \text{ Erg}$

Essayez de Résoudre

3 Une voiture de 1 tonne de masse monte une route inclinée sur l'horizontale d'un angle de sinus $\frac{1}{20}$. Si le moteur ayant été arrêté et elle s'arrête après parcourir une distance de 20 m après de l'arrête du moteur. Si la force de la résistance de la route inclinée est $\frac{1}{5}$ du poids de la voiture, calculez l'énergie cinétique de la voiture en joule.

.Principe du travail et de l'énergie

Si F est constante :

Un corps de masse (m) se déplace une distance (D) sous l'effet d'une force (F) si la vitesse est changé de (v_1) à (v_2) alors le travail fourni par la force est:

$T = F \times D$

$\because\; v^2 = v_0^{\,2} + 2\,a\,D$ et v_1 et v_2 sont les vitesses initiale et finale respectivement.

$\therefore\; v_2^2 - v_1^{\,2} = 2\,a\,D$ on multiplie les deux membres par $\frac{1}{2}$ m

$\frac{1}{2}\,m\,(v_2^{\,2} - v_1^{\,2}) = m\,a\,D$

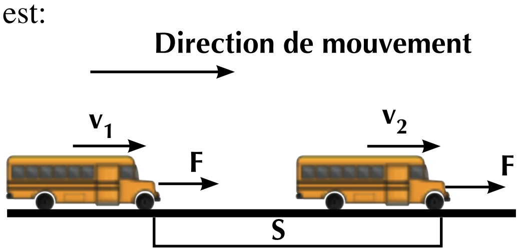


Figure (1)

$\therefore \quad \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = F \cdot D$ où F une force constante

$\therefore$ La variation de l'énergie cinétique est égal au travail fourni

Si F est variante:

$\because \quad T = \frac{1}{2} m v^2$

$\therefore \quad \frac{d}{dt}(T) = m v \frac{dv}{dt} \qquad \frac{d}{dt}(T) = m a v \qquad \frac{d}{dt}(T) = F \frac{dS}{dt}$

$\therefore \quad \int_{T_\circ}^{T} d(T) = \int_{D_\circ}^{D} F\, ds \qquad$ C.-à-d $- E_\circ = T$

$\therefore$ La variation de l'énergie cinétique = le travail fourni

La dernière relation représente le principe du travail et de l'énergie selon lequel:

«La variation de l'énergie cinétique d'une particule quand elle se déplace d'une position initiale à une autre finale est égal au travail fourni par la force agissant à la particule pendant le déplacement entre les deux positions».

Remarquez que :En utilisant cette relation on doit utiliser les mêmes unités pour l'énergie et le travail.

Réflexion critique:

Démontre que , si un corps commence son mouvoir d'une position puis il revient à la même position, alors l'énergie cinétique finale est égale à l'énergie cinétique initiale, puis déduisez, dans le chute libre, la vitesse du corps en un point en montant et la même en ce point en descendant.

Exemple

4 Une balle de fusil de masse 200 g est tirée à une vitesse de 400 m / s sur un obstacle. La balle se loge à une profondeur de 20 cm. Déterminez l'intensité de la résistance dans l'obstacle contre le mouvement de la balle sachant qu'elle constante.

Solution

Soient A la position de l'entrée de la balle dans l'obstacle et B la position du logement de la balle dans l'obstacle, r la résistance en dyne, alors AB = 20 cm. Puisque la résistance est dans le sens opposé du mouvement. Alors le travail fourni par cette force de résistance est négatif et il se calcule comme se qui suit:

$T = -AB \times r = -20\, r$

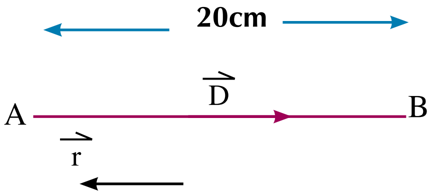


Figure (6)

L'énergie cinétique de la balle au début:

$E_C = \frac{1}{2} \times 200 \times (400 \times 100)^2 = 1{,}6 \times 10^{11}$ Erg

(**on remarque que la vitesse est transformée en cm/s**).

L'énergie cinétique de la balle en position B: $E_{CB} = 0$ car la balle est en repos en cette position.

La variation de l'énergie cinétique du mouvement de la balle : $E_{CB} - E_{CA} = -1{,}6 \times 10^{11}$ Erg

$\because\ E_{CB} - E_{CA} = T$

$\therefore\ -1{,}6 \times 10^{11} = -20\ r$

$\therefore\ r = \dfrac{-1{,}6 \times 10^{11}}{-20} = 8 \times 10^{9}$ dyne

Essayez de Résoudre

4 Une balle de fusil est tirée sur un obstacle d'épaisseur 9 cm et sorti de l'autre côté par la moitié de sa vitesse initiale. Quelle est la plus petite épaisseur de l'obstacle pour que la balle ne sortait pas. Sachant qu'elle tire de la même vitesse initiale?

Exemple

5 Un corps de masse 20 kg est lâché pour descendre le long de la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontal. Déterminez la vitesse du corps après parcourir une distance de 5mètres sur le plan, en utilisant le principe du travail et de l'énergie.

Solution

La seule force qui fait un travail est la composante du poids dans la direction de la plus grande pente, qui cause le mouvement. Cette force est vers le bas du plan et d'intensité m g sin 30 où m la masse, g est l'attraction de gravité le travail fourni par cette force pendant le déplacement donné.

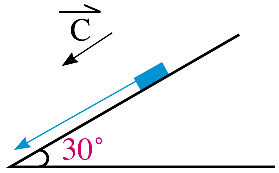


Figure (7)

$T = (m\ g \sin 30^{\circ}) \times D = (20 \times 9{,}8 \times \frac{1}{2}) \times 5 = 490$ Joule

$\because$ La variation de l'énergie cinétique = le travail fourni

$\therefore\ \frac{1}{2}\ m\ v^2$ - zéro $= T$ $\qquad \therefore\ \frac{1}{2} \times 20 \times v^2 = 490$

$\therefore\ v^2 = 49$

$\therefore\ v = 7$ m / sec **est la vitesse du corps après parcourir une distance de 5 m de début**.

Essayez de Résoudre

5 Un corps de masse 2 kg est lâché par une vitesse de 3 m/s vers le haut de la plus grande pente d'un plan lisse incliné de 10 de longueur et de 2 m de hauteur. Déterminez l'énergie cinétique du corps quand il arrive à la base du plan.

Exemple

6 Un corps de masse 300 g est posé au sommet d'un plan incliné de 1mètre de hauteur. Calculez la vitesse du corps quand il arrive à la base du plan sachant que le travail fourni par la résistance du plan contre le mouvement est égal à 1,5 joule.

Solution

Soient D le long du plan, θ la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal. Deux forces parallèles au sens du mouvement agissent au corps: la composante du poids dans le sens de la plus grande pente vers le bas et d'intensité m g sin θ et la résistance du plan dans le sens de la plus grande pente vers le bas et d'intensité r.

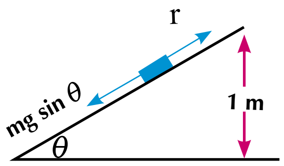


Figure (8)

Le travail fourni pendant le mouvement du corps de sommet vers la base du plan:

$$T = (m\,g\sin\theta - r) \times D = (0{,}3 \times 9{,}8 \times \frac{1}{D} - r) \times D = 0{,}3 \times 9{,}8 - r\,D$$

Alors RD = 1,59 joule, est le travail fourni par la résistance.

$\therefore\ T = 0{,}3 \times 9{,}8 - 1{,}59 = 1{,}35$ Joule

$\therefore\ E - E_{\circ} = T$ $\qquad\therefore\ \frac{1}{2} \times 0{,}3\,v^2 - 0 = 1{,}35$

$\therefore\ v^2 = 9$ $\qquad\therefore\ v = 3$ m /sec

Essayez de Résoudre

6) Un corps de masse 200 g est posé au sommet d'un plan incliné de 3mètre de hauteur. Calculez la vitesse du corps quand il arrive à la base du plan sachant que le travail fourni par la résistance du plan contre le mouvement est égal à 4,48 joules.

Exemple

7) Un corps de 1kg de masse se déplace avec une vitesse constante de 12 m/s, une force de résistance agit dans le sens opposé du mouvement d'intensité 6 x^2 (Newtons) où x est la distance parcourue par le corps sous l'effet de la résistance (en mètre).

a) Déterminez le travail fourni par la résistance quand x = 4

b) Déterminez la vitesse et l'énergie cinétique en x = 2

Solution

a) $T = \int_0^4 F\,dx$

$= \int_0^4 -6x^2\,dx = [-2x^3]_0^4$

$= -128$ Joul

b) $\because$ La variation de l'énergie cinétique = le travail fourni

$\frac{1}{2} m (v^2 - v_{\circ}^2) = \int_0^2 F\,dx$

$\frac{1}{2} \times 1\,(v^2 - 144) = \int_0^2 -6x^2\,dx$

$\frac{1}{2}(v^2 - 144) = [-2x^3]_0^2$

$\frac{1}{2}(v^2 - 144) = -16$

$v^2 = 112$

$v = 4\sqrt{7}$ m/sec

$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 112 = 56$ Joul

Exercices 4 - 2

1^er^: Complètez

1. L'énergie cinétique d'un obus de $\frac{1}{3}$ kg de masse qui se déplace avec une vitesse de 300 m/s est égale à .... joules.

2. L'énergie cinétique d'un corps de 40 g de masse qui se déplace avec une vitesse de 20 m/s est égale à .... joules

3. Une voiture de 1,5 tonnes de masse, son énergie cinétique est 168750 joules, alors sa vitesse est .... m /s

4. Un corps de 200 g se déplace avec la vitesse $\overrightarrow{v} = 30\ \overrightarrow{i} + 40\ \overrightarrow{j}$ où $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont les vecteurs unitaires de base.la mesure algébrique de la vitesse est mesurée par cm /s, alors l'énergie cinétique du corps = ... Erg

5. Un corps se déplace avec la vitesse $\overrightarrow{v} = 50\ \overrightarrow{i} + 100\ \overrightarrow{j}$ où $\overrightarrow{v}$ mesurée par l'unité m/s, $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ sont les vecteurs unitaires de base dans le sens $\overrightarrow{OX}$ et $\overrightarrow{OY}$ L'énergie cinétique du corps est égale à 3,9 joules, alors la masse du corps = ... gm.

6. Si un corps de masse 30 g est lâché d'une hauteur de 10 mètres de la surface de la terre, alors l'énergie cinétique du corps = ... Joules quand il est sur le point du choc la terre.

2^ème^:

7. Une balle de fusil de $\frac{3}{2}$ g de masse et de 400 m/s de vitesse, heurte un obstacle du bois. Elle se loge après parcourir une distance de 5 cm dans le bois. Calculez la durée de la balle de fusil dans le bois jusqu'à ce qu'elle arrête. (en utilisant le principe du travail et l'énergie).

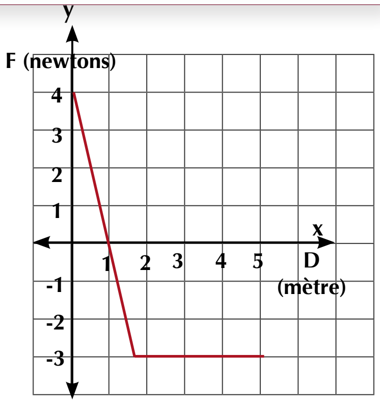
8. Une balle de fusil de 25 g de masse est tirée avec une vitesse horizontale sur une pièce de bois de 1,35 kg de masse, posé sur une table horizontale rugueuse. Elle se loge dans la pièce et faisant un seul corps qui se déplace une distance de 10 cm à cause du choc. Calculez la vitesse de lancement de la balle de fusil en utilisant le principe du travail et l'énergie, sachant que le coefficient du frottement dynamique entre la pièce de bois et la table est égal à $\frac{1}{4}$.

9. Une force d'intensité 12 N et de sens constant fait un travail sur un corps déplacé. Si le déplacement est donné par la relation $\overrightarrow{D} = 3\ \overrightarrow{i} - 4\ \overrightarrow{j}$ où D en mètre. Déterminez la mesure de l'angle entre $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{D}$ si la variation de l'énergie cinétique du corps:

   1^er^: est égale à 30 joules

   2^ème^: est égale à – 30 joules

10 **La figure ci contre représente** l'effet de la composante de la force dans le sens positif de l'axe des abscisses sur un corps de 2 kg de masse. Si la vitesse du corps en x = 0 est égale à 4 m/sec



1er: Déterminez la variation de l'énergie cinétique entre x = 0 , x = 5 m.

2ème: Déterminez l'énergie cinétique du corps en x = 3

3ème: à quelle valeur de x l'énergie cinétique est 8 joules

11 Un corps de 200 g est lâché du repos du sommet d'une route lisse inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{10}$ sur l'horizontal et de 25 m de longueur. Déterminez l'énergie cinétique du corps quand il arrive à la base du plan.

12 Un corps de 5 g de masse est lancée sur la plus grande pente d'un plan lisse incliné d'un angle de sinus $\frac{1}{10}$, sur l'horizontal vers le haut avec une vitesse de 4 m /s. Calculez la variation de l'énergie cinétique du corps après une seconde du lancement puis quand il revient au point du lancement.

13 Un plan rugueux incliné de 20 m de longueur et 5 m de hauteur. Déterminez la plus petite vitesse de lancement du plus bas point du plan vers la plus grande pente du plan pour arriver au plus haut point du plan. Sachant que la résistance du plan est égale à $\frac{1}{10}$ de son poids.

14 Un obus de canon est lancé avec une vitesse $\vec{v} = 105\,\vec{i} + 360\,\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteur unitaires de base et la vitesse est mesurée en m/s. Si l'énergie cinétique de l'obus est $1{,}125 \times 10^6$ joules, déterminez la masse de l'obus en kg.

15 Un corps de 2 kg de masse se déplace sous l'effet des forces $\vec{F_1} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{F_2} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{F_3} = 3\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$ mesurées en Newton où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Si le vecteur déplacement est donné en fonction du temps par la relation $\vec{D} = A\,t^2\,\vec{i} - B\,(t^2 - t)\,\vec{j}$ et la norme de déplacement en mètre, déterminez:

1er: Les valeurs de A et B

2ème: Le travail fourni par la résultante des forces après 2 secondes de début du mouvement.

3ème: L'énergie cinétique après 2 secondes

16 Une balle de fusil est tirée avec une vitesse horizontale de 540 km/h sur une pièce de bois. Elle se loge dans la pièce d'une profondeur de 20 cm. Si la balle est tirée par la même vitesse à un obstacle de même sorte du bois d'épaisseur 15 cm. Quelle est la vitesse de la ball à sortie de l'obstacle, sachant que la résistance est constante.

17 Un obstacle vertical se compose de deux couches de métaux différents; l'épaisseur du premier 7 cm, et l'épaisseur du deuxième est 14 cm. Deux balles de fusil de même masse sont tirées dans les sens opposés perpendiculairement sur l'obstacle de même vitesse. La première balle traverse la première couche et se loge après parcourir 5 cm dans la seconde.la deuxième balle traverse la seconde couche et se loge après parcourir 1 cm dans la première. Déterminez le rapport des résistances de deux métaux.

18 Deux balles lisses de 100 g et 200 g de masse respectivement se déplacent en ligne droite dans deux sens opposés. Les deux balles se heurtent quand leurs vitesses sont 8 m/s et 12 m/s respectivement. Si la première balle est répondit après le choc avec une vitesse de 2 m/s, calculez l'énergie cinétique perdue à cause du choc.

19 Une balle de masse 100 g est tombée de 3,6 m de hauteur sur un sol horizontal. Elle heurte le sol et rebondit verticalement vers le haut. Si la perte de l'énergie cinétique à cause du choc avec la terre est 1,96 joule, déterminez la distance que la balle atteinte après le choc avec la terre.

20 un corps en caoutchouc est tombé du repos du sommet d'une tour. Sa quantité du mouvement avent qu'il heurte le sol était 1092 g .m/s, et son énergie cinétique était 1014 gp .m. Déterminez la masse du corps et la hauteur de la tour. Si le corps rebondit une distance de 4,9 après le choc, déterminez l'impulsion du sol du corps.

21 Un corps (A) de 1,8 kg de masse tombe du repos d'une hauteur de la surface de la terre, au même temps un corps (B) de masse 1,14 kg est lancé verticalement de la surface de la terre vers le haut avec une vitesse de 49 m /s, il heurte le corps (B) et ils forment un seul corps. Si la vitesse du corps (A) avant le choc est 28 m /s, calculez:

1er: La vitesse commune de deux corps après le choc.

2ème: L'énergie cinétique perdue à cause du choc.

3ème: L'impulsion sur le corps (A)

22 Un marteau pilon de 800 kg de masse tombe d'une hauteur de 6,4 m sur un pilier de masse 320 kg. Il l'enfonce dans la terre d'une profondeur de 10 cm. Déterminez:

1er: La vitesse commune du marteau et le pilier après le choc.

2ème: L'énergie cinétique perdue à cause du choc.

3ème: La résistance de la terre contre le pilier en kgp.

Unité 4

4 - 3

Énergie potentielle

Préface

On a déjà étudié l'énergie d'un corps liée à son mouvement qui est appelé énergie cinétique. Dans cette leçon , on va étudier l'énergie potentielle d'un corps liée à sa position . On peut définir plusieurs types de l'énergie potentielle dont chacune est liée à une force quelconque. L'une d'énergies potentielles la plus célèbre est l'énergie potentielle d'attraction des corps par la terre.

Apprendre

Energie potentielle

Quand un corps se déplace en ligne droite sous l'action d'une force constante parallèle à cette droite, alors l'énergie potentielle P_O du corps en un instant quelconque est le travail fournie par cette force. Cette force fait déplacer le corps d'une position à une autre position constante sur la droite comme le montre la figure ci-contre.

Soit la force $\overrightarrow{F} // \overleftrightarrow{AB}$, O la position constante, A et B deux positions différentes sur la droite, alors:

L'énergie potentielle au point A $= \overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{AO}$,L'énergie potentielle au point B $= \overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{BO}$

- L' énergie potentielle au point O = 0 car l' énergie potentielle au point O $= \overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{0} = 0$
- Soient A et B les positions initiale et finale du corps . $\overrightarrow{P_A}$ et $\overrightarrow{P_B}$, les énergies potentielles aux points A et B respectivement alors:

$$\overrightarrow{P_B} - \overrightarrow{P_A} = (\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{BO}) - (\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{AO})$$
$$= \overrightarrow{F} \odot (\overrightarrow{BO} - \overrightarrow{AO}) = (\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{BA})$$
$$= -\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{AB} \quad (1)$$

Mais: $\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{AB} = T$ (2) de (1) et (2)

$$\overrightarrow{P_B} - \overrightarrow{P_A} = -T$$

A apprendre

- *Énergie potentielle*
- *La relation entre le travail et la variation de l'énergie potentielle*
- *Principe du travail et de l'énergie conservation de l'énergie*
- *L'énergie potentielle d'un corps sous l'effet d'une force variante*

Vocabulaires de base

- *Énergie potentielle*
- *Principe du travail et de l'énergie*
- *The work – energy principle*
- *Conservation de l'énergie*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique.*
- *Logiciel de graphisme.*

D'où.: la variation de l'énergie potentielle d'un corps, quand il se déplace d'une position initiale à une autre finale est égale au travail fourni par la force pendant le mouvement.

Conservation de l'énergie

Si un corps se déplace d'une position A à une autre position B sans rencontre de résistances, alors la somme des énergies cinétique et potentielle en A est égale à la somme des énergies cinétique et potentielle en B.

Du principe du travail et d'énergie on trouve que:

$$E_B - E_A = T$$

De la relation précédente qui lie le travail et l'énergie potentielle on trouve que:

$$P_B - P_A = -T$$

$$\therefore \quad E_B - E_A = -[P_B - P_A]$$

$$\therefore \quad E_B + P_B = E_A + P_A$$

> La somme des énergies cinétique et potentielle est constante pendant le mouvement

Unités de mesure de l'énergie potentielle: de la définition de l'énergie potentielle on trouve que ses unités de mesure sont les même que le travail et l'énergie cinétique.

Exemple

1. La force $\vec{F} = 6\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ agit sur un corps qui se déplace de position A à la position B pendant 2 secondes. Son vecteur position est donné par la relation: $\vec{r} = (3t^2 + 2)\,\vec{i} + (2t^2 + 1)\,\vec{j}$. Déterminez la variation de l'énergie potentielle du corps où la norme F mesurée en Newton, la norme r en mètre, t en seconde.

Solution

$\because \quad \vec{D} = \vec{r} - \vec{r}_{\circ}$ $= (3t^2 + 2)\,\vec{i} + (2t^2 + 1)\,\vec{i} - (2\,\vec{i} + \vec{j})$

$= 3t^2\,\vec{i} + 2t^2\,\vec{j} = \overrightarrow{AB}$

$\therefore$ La variation de l'énergie potentielle $= \vec{F} \cdot \overrightarrow{BA} = -(\vec{F} \cdot \overrightarrow{AB})$

$= -(6, 2) \cdot (3t^2, 2t^2)$

$= -(18\,t^2 + 4t^2) = -22t^2$

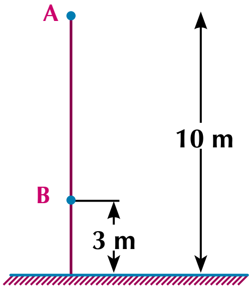
$= -22 \times 4 = -88$ joule

Essayez de Résoudre

1. La force $\vec{F} = 4\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$ agit sur un corps qui se déplace de position A à la position B pendant 2 secondes. Son vecteur position est donné en fonction de temps par la relation $\vec{r} = (2t^2 + 3)\,\vec{i} + (4t + 1)\,\vec{j}$. Déterminez la variation de l'énergie potentielle du corps où la norme F est mesurée en Newton, la norme r en mètre, t en seconde.

Exemple

(2) Un corps de 300 g de masse est posé à 10 m de hauteur. Déterminez l'énergie potentielle du corps. Si le corps descend, déterminez la somme des énergies cinétique et potentielle du corps en un moment quelconque pendant la descente. Puis déterminez son énergie cinétique quand il est à la hauteur de 3 m de la surface de la terre.



Solution

Energie potentielle en A:

Energie potentielle en A $= mg \times h$

$= 0{,}3 \times 9{,}8 \times 10 = 29{,}4$ joule

$\because$ Le corps est en repos en A $\therefore$ L'énergie cinétique = 0

$\therefore$ $E_A + P_A = 29{,}4$ joule

$\because$ La somme des énergies cinétique et potentielle est constante pendant le mouvement

$\therefore$ La somme des énergies cinétique et potentielle en un moment quelconque = 29,4 joules

Les énergie cinétique et potentielle en B:

$\therefore$ L'énergie potentielle du corps $= mg \times h$

$= 0{,}3 \times 9{,}8 \times 3 = 8{,}82$ joule

$\because$ $E_B + P_B = E_A + P_A$

$\therefore$ $E_B + 8{,}82 = 29{,}4$ $\therefore$ $E_B = 29{,}4 - 8{,}82 = 20{,}58$ joule

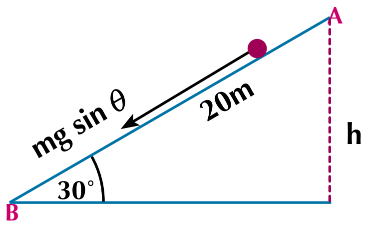
Essayez de Résoudre

(2) Un corps de 100 g de masse tombe de 4 m de hauteur de la terre. Déterminez la somme des énergies cinétique et potentielle du corps en un moment quelconque pendant la descente. Puis déterminez son énergie cinétique quand il est à la hauteur d'un mètre de la surface de la terre.

Exemple

(3) Un corps de 3 kg de masse est posé en A qui est le plus haut point d'un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontale et de 20 m de longueur. Déterminez l'énergie potentielle du corps. Si le corps est lâché dans le sens de plus grande pente du plan. Calculez la vitesse du corps quand il arrive à la base du plan.

Solution



L'énergie cinétique en B:

$P_A = mg \times h$

$= 3 \times 9{,}8\,(20 \sin 30°)$

$= 294$ joule

$E_A + P_A = 0 + 294 = 294$ joule (car le corps est en repos en A)

L'énergie cinétique et potentielle en B:

$E_B + P_B \quad = 294$ joule

$\frac{1}{2} mv^2 + 0 \quad = 294 \qquad \therefore \frac{1}{2} \times 3 \times v^2 = 294$

$\therefore V^2 = \frac{294 \times 2}{3} \quad = 196 \qquad \therefore v = 14$ m/sec

Essayez de Résoudre

(3) A et B sont deux points sur la droite de la plus grande pente d'un plan rugueux incliné tel que B est au dessous de A. Un corps de 500 g commence son mouvoir de A en repos. Si la distance verticale est égale à un mètre et la vitesse du corps quand il arrive en B est égale à 4 m /s. Déterminez en joule:

1er: L'énergie potentielle perdue

2ème: Le travail fourni par la résistance

Exemple

(4) Un pendule simple se compose d'une barre légère de 80 cm de longueur. Une masse de 4 g est suspendue d'une extrémité de la barre il fait un angle d'oscillations de mesure 120°. Déterminez:

1er: L'augmentation de l'énergie potentielle à la fin du trajet par rapport à son milieu.

2ème: La vitesse du corps au milieu de trajet.

Solution

De la figure:

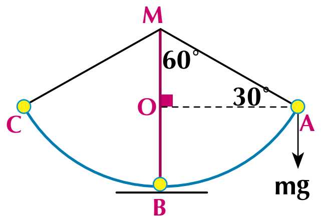
La masse se déplace dans un arc circulaire du centre M et du rayon = 80 cm.

$\because$ m($\angle$ A M C) = 120°

$\therefore$ m($\angle$ A M O) = 60°

$\because$ Le triangle AOM est rectangle de 30° et 60°

$\therefore$ MO = 40 cm , BO = 40 cm



L'augmentation de l'énergie potentielle de A en B:

$P_A - P_B \quad = mg\,h_1 - mg\,h_2 \quad = mg\,(h_1 - h_2) = mg \times BO$

$= 4 \times 980 \times 40 \quad = 156800$ erg

Pour déterminer la vitesse du corps au milieu de trajet:

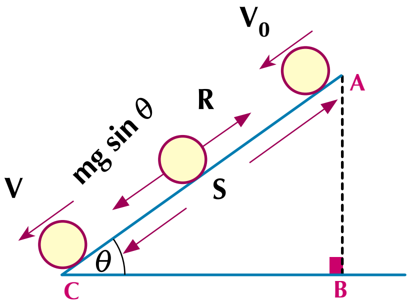
Du principe de la conservation de l'énergie $E_B + P_B = E_A + P_A$

$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times V^2 + 0 = 0 + 156800$

$\therefore V^2 = 78400$

$\therefore V = 280$ cm/sec

Le mouvement sur le plan rugueux incliné



Si un corps est lâché sur un plan rugueux incliné sous l'effet de son poids seulement d'une position A à une autre C, alors la variation de l'énergie potentielle = la variation de l'énergie cinétique + le travail contre la résistance.

Démonstration:

Soit la distance parcourue par le corps sur le plan (D)

Alors la distance verticale AB que le corps est descendu $AB = D \sin\theta$

La variation de l'énergie cinétique de A à B = Le travail fourni par $(mg \sin\theta - R)$

$\frac{1}{2} m (V^2 - V_\circ^2) = (mg \sin\theta - R) \times D$

$\frac{1}{2} m (V^2 - V_\circ^2) = mg \sin\theta \times S - R \times D$

$\frac{1}{2} m (V^2 - V_\circ^2) = mg \times AB - R \times D$

$mg \times AB = \frac{1}{2} m (V^2 - V_\circ^2) + R \times D$

La variation de l'énergie potentielle = La variation de l'énergie cinétique + le travail contre la résistance.

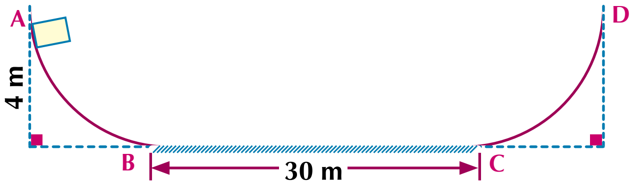
Remarquez que: On peut généraliser la règle précédente si le mouvement est verticale ou sur un plan incliné comme ce qui suit:

Si un corps est lâché ou lancé verticalement contre une résistance on il descend sur un plan rugueux incliné alors:

La variation de l'énergie potentielle = La variation de l'énergie cinétique + le travail contre la résistance

Exemple Le mouvement sur un plan rugueux

5 Dans la figure ci – contre: un cube du bois de 2 kg de poids en A, glisse sur la surface (comme indique la figure ci – contre) où $\overset{\frown}{AB}$; $\overset{\frown}{CD}$ deux surfaces lisses. La surface horizontale BC est rugueux de 30 m de longueur, dont le coefficient dynamique est $\frac{1}{5}$. Si le cube du bois commence du repos quand il était à la hauteur de 4 m, après quelle distance sur $\overline{BC}$ s'arrête – t – il?



Solution

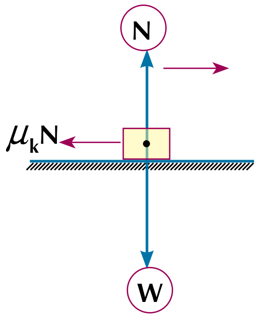
Le cube se glisse sur l'arc $\overset{\frown}{AB}$

Du principe de la conservation de l'énergie $E_A + P_A = E_B + P_B$

$0 + 2 \times 9{,}8 \times 4 = E_B + 0$

$\therefore E_B = 78{,}4$ joule.

Puisque le cube se déplace sur le plan rugueux $\overline{BC}$.



La variation de l'énergie potentielle = La variation de l'énergie cinétique + le travail contre la résistance

$$0 = (0 - 78{,}4) + \mu_K N \times D$$

$$\frac{1}{5} \times 9{,}8 \times 2 \times D = 78{,}4 \qquad \therefore \quad D = 20 \text{ m}$$

Essayez de Résoudre

4) Une voiture est lâché de repos vers le bas d'une route incliné. Quand elle parcourt une distance de 180 m, on a remarqué qu'elle est abaissé une hauteur de 10 m. Si $\frac{3}{4}$ de son énergie potentielle est perdue contre la résistance du mouvement, sachant que les résistances sont constantes pendant le mouvement, déterminez la vitesse de la voiture après parcourir ces 180 m.

Exercices 4 - 3

1^er : Complètez:

1) Un corps de 0,2 kg de masse est lâché d'une hauteur de 5 m de la surface de la terre .

a) L'énergie potentielle du corps au moment de tomber = ...Joules

b) L'énergie cinétique du corps au moment de tomber = ...Joules

c) La somme des énergie potentielle et cinétique au moment d'arriver du sol = ...Joules

2) Un corps de 350 kg de masse à la hauteur de 20 m de la surface de terre. Alors l'énergie potentielle du corps = ... Joules.

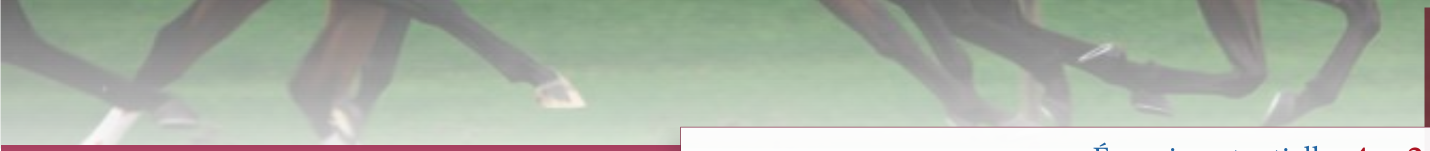
3) Un hélicoptère de 3500 kgp de poids descend verticalement vers le bas d'une hauteur de 250 m à la hauteur de 150 m de la surface de la terre, alors l'énergie potentielle perdue = ... Joules.

4) Un corps de 2 kgp de poids monte une distance de 200 cm sur une route de la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontal, alors l'augmentation de l'énergie potentielle = ... Joules

5) Un corps est posé au sommet d'un plan lisse incliné de 90cm de hauteur, alors sa vitesse quand il arrive à la base du plan =.......................... m/sec

6) Un corps se déplace d'une position A (2 ; 3) à la position B (7 ; 6) sous l'effet de la force $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, alors la variation de l'énergie potentielle = ... joules : où D est en cm, $\vec{F}$ mesurée en Dyne.

7) La force $\vec{F} = 4\vec{i} + 5\vec{j}$ agit au corps qui se déplace de la position A vers la position B pendant 2 secondes. Si le vecteur position du corps est donné en fonction du temps par la relation $\vec{R} = (2t^2 + 3)\vec{i} + (4t + 1)\vec{j}$, alors la variation de l'énergie potentielle du corps = ...Joules, où F est en Newton $\|\vec{R}\|$ est en mètre, t en seconde.



Répondez aux questions suivantes:

8 Un corps de masse 300 g est posé sur une hauteur de 10 m de la surface de la terre. Déterminez l'énergie potentielle du corps . Si le corps est tombé verticalement , déterminez son énergie cinétique quand il arrive à la hauteur de 3 m de la surface de la terre.

9 Un corps de 140 g de masse est lancé verticalement vers le haut du sommet d'une tour de 25 m de hauteur.de la surface du sol. Déterminez la variation de son énergie cinétique du moment de lancement jusqu'il arrive au sol mesurée en joule.

10 Un corps de 2 kg de masse est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse de 70 m/s. Déterminez la somme des énergies cinétique et potentielle 5 seconds après le lancement. Si son énergie cinétique après une durée est 125,44 joules, déterminez cette période du temps et son énergie potentielle en ce moment.

11 Un corps de 100 g de masse est lâché d'une hauteur de 5 m sur un sol souple. Il l'enfonce 20 cm. Déterminez:

1^er^: L'énergie potentielle perdue en joule avant toucher la terre.

2^ème^: La moyenne de la résistance en kgp.

12 Un homme de 72 kg monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{6}$ sur l'horizontal. Il parcourt 120 m. Déterminez la variation de l'énergie potentielle de l'homme.

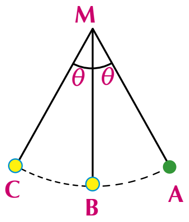
13 Déterminez la vitesse d'arriver, d'un corps de 300g de masse posé au sommet d'un plan incliné de 2 m de hauteur, à la base du plan. Sachant que le travail fourni contre la résistance est égal à 2,13 joules.

14 A et B sont deux points sur la ligne de la plus grande pente d'un plan rugueux incliné tel que B est au dessous de A. Un corps de 500 g commence son mouvoir de repos de A. Si la distance verticale est un seul mètre et la vitesse du corps quand il arrive au point B est égale à 4 m /s. déterminez en joule:

1^er^: L'énergie potentielle perdue.

2^ème^: Le travail fourni contre la résistance.

15 Dans la figure ci - contre: Un pendule simple de 130 cm de longueur de son fil. Le pendule commence son mouvoir du repos d'un point A et il se bouge librement avec un angle d'oscillations de mesure 2θ où $\tan \theta = \frac{5}{12}$. Déterminez la vitesse de la balle au milieu du trajet.



16 Un anneau de $\frac{1}{2}$ kg de masse se glisse sur un tube cylindrique vertical rugueux. Sa vitesse est égale à 6,3 m / s après avoir parcouru une distance de 4,8 m à partir du repos. Calculez en utilisant le principe du travail et de l'énergie, le travail fourni par la résistance pendant le mouvement.

Unité 4

4 - 4

Puissance

A apprendre

- *Puissance*

Vocabulaires de base

- *Puissance*
- *Chevale*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique*

Réfléchissez et discutez

Si une machine fait un travail de 200 kgp . m pendant 4 minutes et une autre fait un travail de 100 kgp . m pendant une seule minute.

Laquelle de deux machines est la plus efficace?

Il vous semble que la première machine qui est la plus efficace car elle fait plus d travail. Mais le travail fourni par la première machine pendant une minute $= \frac{200}{4} = 50$ kgp. m et le travail fourni par la deuxième pendant une minute = 100 kgp. m, d'où on déduit que : pour mesurer l'efficace d'une machine, il faut savoir le travail fourni pendant l'unité du temps.

> **Définition** La puissance : est le taux de variation du travail par rapport au temps

Cette définition est prononcée comme ce qui suit:

"la puissance est le travail fourni pendant l'unité du temps"

La puissance $= \frac{d}{dt}(T)$

Puisque $T = \vec{F} \cdot \vec{D}$

$\therefore$ La puissance $= \frac{d}{dt}(\vec{F} \cdot \vec{D})$

Si la force est constante alors

La puissance $= \vec{F} \cdot \frac{d\vec{D}}{dt}$

$= \vec{F} \cdot \vec{V} = F\,V\cos\theta$

Si $\vec{V}$ de même direction que $\vec{F}$ alors la puissance = F V

D'où la puissance est une quantité scalaire déterminée en un instant par F et V et sa valeur déterminée par le taux de variation du travail par rapport au temps en ce moment.

Remarquez vous: la puissance déterminée en un instant mais le travail déterminé sauvant entre deux instants.

La puissance moyenne :

Si une force fait un travail T pendant une période du temps $\Delta t = t_2 - t_1$ alors

La puissance moyenne $= \frac{T}{\Delta t} = \frac{T}{t_2 - t_1}$

Utilisation de l'intégrale pour déterminer le travail

$\because$ puissance $= \frac{d}{dt}(T)$, $\therefore T = \int_{t_1}^{t_2}$ (puissance) dt

La puissance variante et la puissance maximale

Si la force est constante, alors la puissance est directement proportionnelle à la vitesse du corps V et F est la constante de proportion où

la puissance = F V la puissance $\propto$ V quand F est constante

La puissance est alors varie quand la vitesse varie, et obtient à la puissance maximale quand la vitesse soit maximale, la puissance en ce moment est alors la puissance de la machine (en générale)

Unités de mesure de la puissance

Puisque la puissance est le taux de variation du travail par rapport au temps:

$\therefore$ L'unité de mesure de la puissance $= \frac{\text{unité de mesure du travail}}{\text{unité de mesure du temps}} =$ unité de mesure de la force × unité de mesure de la vitesse

Des unités de mesure de la puissance : Watt (Newton . m /s); kgp . m/s ; Erg / s ; cheval

- **Newton . m/s (N. m/s) :** Newton . mètre /seconde est la puissance d'une force qui fait un travail avec un taux constant par rapport au temps équivaut N. m par seconde
- **Newton. m /s** (joule /s) est appelé Watt.
- **Kilogramme poids. mètre/seconde (kgp. m/s) :** Kilogramme poids. mètre/seconde est la puissance d'une force qui fait un travail avec un taux constant par rapport au temps équivaut kgp. m par seconde
- **Erg/s (Erg/s) :** Erg /seconde est la puissance d'une force qui fait un travail avec un taux constant par rapport au temps équivaut Erg par seconde.
- **Cheval:** c'est la puissance d'une machine qui fait un travail 75 kgp. m par seconde.

Dans ce qui suit les règles de convertir de l'unité à l'autre.

- 1 kgp. m /s = 9,8 N. m/s
- 1 N. m /s = 1 watt = 10 7 Erg /s

Il y a d'autre unité de puissance comme kilowatt et cheval.

- 1 kilowatt = 1000 watt = 1000 N. m/s = 107 Erg/s
- 1 ch = 75 kgp. m/s
  =75 × 9,8 N. m/s
  = 735 N. m/s (watt)
  = 0,735 kilowatt

Exemple

(1) Un homme de 50 kg de masse monte l'escalier d'une tour de 441 m de hauteur pendant 15 minutes. Déterminez la puissance moyenne de l'homme en watt.

Solution

La force (F) = m g = 50 × 9,8 = 490 N

La vitesse moyenne de l'homme $= \frac{\text{distance}}{\text{temps}} = \frac{441}{15 \times 60} = 0{,}49$ m/sec

La puissance = force × la vitesse = F × V = 490 × 0,49 = 240,1 watt

Essayez de Résoudre

(1) Un moteur d'un avion produit une force de $32{,}2 \times 10^4$ N quand la vitesse de l'avion est 900 km / h. Déterminez la puissance du moteur en cheval.

Exemple

(2) Une voiture de 2 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale avec une vitesse de 108 km /h contre de résistance équivaut 15 kgp par tonne de sa masse. Déterminez la puissance du moteur en cheval.

Solution

Le corps se déplace avec une vitesse uniforme " selon la première loi de Newton

F = r = 15 × 2 = 30 kgp

La vitesse de la voiture $= 108 \times \frac{5}{18} = 30$ m /s

$\therefore$ la puissance = F × V = 30 × 30 = 900 kgp . m /s

$\therefore$ la puissance $= \frac{900}{75} = 12$ chevaux

Essayez de résoudre

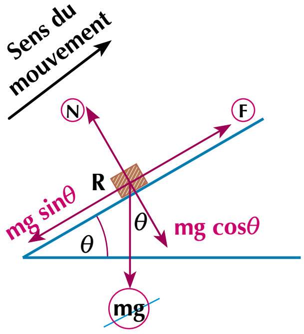
(2) Un camion de 6 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale avec une vitesse uniforme de 54 km / h quand la puissance du moteur est 30 chevaux. Déterminez la résistance de la route en kgp de chaque tonne de sa masse

Exemple

(3) Une voiture de 9 tonnes de masse monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{125}$ sur l'horizontal avec la vitesse maximale de 45 km /s contre de résistance de 20 kgp de chaque tonne de sa masse. Calculez la puissance du moteur en cheval.

Solution

Le mouvement est vers le haut du plan



L'équation du mouvement $F = R + mg \sin\theta$

$$F = 200 \times 9 \times 9{,}8 + 9 \times 10^3 \times 9{,}8 \times \frac{1}{125} \text{ Newtons}$$

$$F = 2520 \text{ kg.p}$$

La vitesse maximale de la voiture en montant la pente

$$V = 45 \times \frac{5}{18} = \frac{25}{2} \text{ m/sec}$$

$\therefore$ la puissance maximale de la voiture $= F \times V = \dfrac{2520 \times \frac{25}{2}}{75} = 420$ chevaux

Essayez de résoudre

(3) Dans l'exemple précédent si la voiture descend sur le même plan après charger de marchandise de 3 tonnes de masse, déterminez la vitesse maximale de descente en km /h, sachant que la résistance par tonne de la masse est invariante.

Remarquez que : Si le taux de variation du travail est uniforme (constante) alors:

$$\text{La puissance} = \frac{\text{travail}}{\text{temps}} = \frac{\text{force} \times \text{distance}}{\text{temps}}$$

Exemple

(4) Un ouvrier charge un camions avec des boites. Si la masse d'une boite est 30 kg et la hauteur du camion est 0,9 m, calculez le nombre des boites que l'ouvrier peut charger pendant une minute, sachant que la puisse moyenne est 0,6 chevaux.

Solution

$$\text{La puissance} = \frac{\text{travail totale}}{\text{temps}} = \frac{\text{nombre des boites} \times \text{le travail naicéssair pour charger une boite}}{\text{temps}}$$

$\therefore$ Le nombre des boites qu'il peut charger pendant une minute $= \dfrac{\text{puissance} \times \text{temps}}{\text{le travail d'une boite}}$

$$\text{Le nombre des boites} = \frac{0{,}6 \times 735}{30 \times 9{,}8 \times 0{,}9} = \frac{5}{3} \text{ boite par seconde}$$

$$\text{Le nombre des boites} = \frac{5}{3} \times 60 = 100 \text{ boites par minute}$$

Essayez de Résoudre

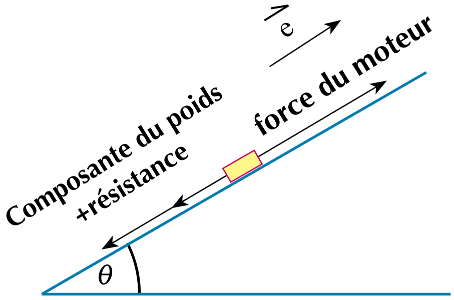
4. Dans l'exemple précédent. Calculer le nombre des boites, si la puissance d'ouvrier est 3523,8 watt

Exemple

5. Un train de 200 tonnes monte une route incliné d'un angle de sinus $\frac{1}{200}$ avec une vitesse uniforme de 27 km/h contre de résistance du mouvement parallèlement de la ligne de la plus grande pente du plan avec un taux 18 kgp par tonne de sa mass. Quelle est la puissance du locomotive? Si le train descend sur la pente avec la même vitesse, alors quelle est la puissance du locomotive dans ce moment, sachant que la résistance constante dans les deux cas?

Solution

1er: quand le train monte la pente:



Posons $\vec{e}$ un vecteur unitaire dans le sens du mouvement c – à – d. vers le haut du plan

$\therefore$ La résistance du mouvement = 200 × 18

= 3600 kgp

La composante du poids du train dans le sens du plan = $200 \times 1000 \times \frac{1}{200} = 1000$ kgp

$\because$ Le train monte avec une vitesse uniforme

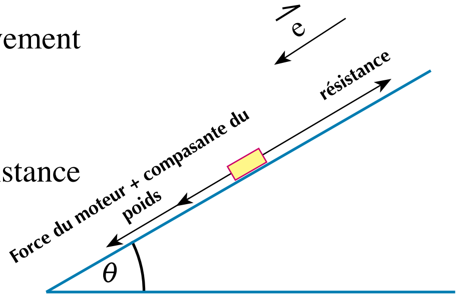
$\therefore$ La force du moteur = la résistance + la composante du poids = 3600 + 1000 = 4600 kgp

$\because$ La puissance = $F_1 v$ où F_1 est la force du moteur, V est la vitesse

$\therefore$ La puissance = $4600 \times 27 \times \frac{5}{18}$ kgp . m /s

$= 4600 \times 27 \times \frac{5}{18} \times \frac{1}{75} = 460$ chevaux

2ème: Quand le train descend la pente:



Posons $\vec{e}$ un vecteur unitaire dans le sens du mouvement c – à – d. vers le bas du plan

$\because$ Le train descend avec une vitesse uniforme

$\therefore$ La force du moteur + la composante du poids = la résistance

$\therefore$ La force du moteur + 1000 = 3600

$\therefore$ La force du moteur = 2600 kgp

$\because$ La puissance = $F_2 v$ où F_2 est la force du moteur, V est la vitesse (car elle est invariante)

$\therefore$ La puissance = $2600 \times 27 \times \frac{5}{18} \times \frac{1}{75} = 260$ chevaux

Essayez de Résoudre

5. Un locomotive de 28 tonnes de masse tire un wagon de 56 tonnes de masse avec une accélération constante vers le bas d'une pente inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ sur l'horizontal. Quand la puissance du moteur atteigne 84 chevaux, la vitesse était 21 m / s. Déterminez l'accélération du mouvement sachant que la résistance est 10 kg par tonne de la masse.

Exemple

6 Un corps de masse un kg se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ où le déplacement $\vec{D}$ est une fonction de temps donné par $\vec{D} = 3t^2\vec{i} + 6t\vec{j}$ où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Déterminez le travail fourni par la force, puis déterminez la puissance en t = 2 s sachant que F mesurée en Newton, D mesurée en mètre, t en seconde.

Solution

$\because\ T = \vec{F} \odot \vec{D}$

$\therefore\ T = (3 , 4) \odot (3t^2 , 6t) = 9t^2 + 24t$

$\because$ La puissance $= \frac{d}{dt}(T)$ $\therefore$ La puissance = 18 t + 24

Quand t = 2 secondes La puissance = 60 joules

Essayez de Résoudre

6 Une force constante $\vec{F}$ agit sur une particule sachant que le vecteur déplacement donné comme une fonction de temps t par $\vec{D} = (3t^2 + t)\vec{i} - 4t\vec{j}$ où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Déterminez $\vec{F}$ si la puissance de la force $\vec{F}$ est 75 Erg / s quand t = 4 secondes, et la puissance de la force $\vec{F}$ est égale à 165 Erg / s quand t = 9 secondes, sachant que D mesurée en cm, F mesurée en Dyne.

Exemple

7 Si la puissance d'une machine en un moment t en seconde, est égale à $(9t^2 + 4t)$, Déterminez le travail fourni par la machine pendant les trois premières secondes, puis déterminez le travail fourni pendant la $4^{ième}$ seconde.

Solution

$\because$ La puissance $= \frac{dT}{dt}$

$\therefore\ T = \int_{t_1}^{t_2}$ (La puissance) dt

Le travail fourni pendant les trois premières secondes $= \int_0^3 (9t^2 + 4t)\,dt$

$= [3t^3 + 2t^2]_0^3$

= 99 unité de travail

Le travail fourni pendant la $4^{ième}$ seconde $= \int_3^4 (9t^2 + 4t)\,dt$

$= [3t^3 + 2t^2]_3^4$

= 125 unité de travail

Exemple

8) Déterminez le temps nécessaire pour qu'une voiture de 1200 kg de masse atteigne une vitesse de 126 km /h à partir du repos. Sachant que la puissance de son moteur est constante et elle est égale à 125 chevaux.

Solution

$\because$ $T = \int_0^t$ (puissance) dt $\therefore$ $T = \int_0^t (125 \times 735)\, dt$

$T = 125 \times 735\, t$

$\because$ Le travail = la variation de l'énergie cinétique $\therefore$ $\frac{1}{2} m (v^2 - v_\circ^2) = 125 \times 735\, t$

$\therefore$ $\frac{1}{2} \times 1200 \left(\left(126 \times \frac{5}{18}\right)^2 - 0\right) = 125 \times 735\, t$

$\therefore$ $735 \times 1000 = 125 \times 735\, t$ $\therefore$ $t = 8$ sec

Essayez de Résoudre

7) Si la force du moteur d'ne voiture fait un travail pendant l'intervalle du temps [0 ; 5] avec un taux donné par la relation $144\, t - 26\, t^2$. Si la masse de la voiture est 980 kg et sa vitesse à la fin de la troisième seconde est 90 km /s, déterminez sa vitesse à la fin de la quatrième seconde.

Exercices 4 - 4

1er: Completez

1) Une particule se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ sachant que le déplacement est $\vec{D} = t\,\vec{i} + (t^2 + t)\,\vec{j}$ alors la puissance de la force au moment où t = 3 s est égale à .... Dynes. cm/s où F en dyne, D en cm.

2) Un train de 375 tonnes de masse, et la puissance du moteur est 625 chevaux, se déplace sur une route horizontale avec la plus grande vitesse qui est 90 km /h, alors la résistance de chaque tonne de masse du train = ... kgp.

3) Une voiture de 4 tonnes de masse et de puissance du moteur 10 chevaux, se déplace en ligne droite sur un sol horizontal. Si sa vitesse maximale est 75 km/h , alors la résistance de la route contre le mouvement de la voiture = ...kgp.

4) Un train de 108 tonnes de masse se déplace avec une vitesse uniforme sur une route horizontale avec une vitesse de 30 km/h. Si la résistance équivaut 10,5 kgp pour chaque tonne de la masse, déterminez la puissance du locomotive en chevaux en ce moment.

5) Un train dont la puissance de son moteur est 504 chevaux et sa masse est 216 tonne se déplace sur une route horizontale avec la vitesse maximale contre de résistance équivaut 5 kgp pour chaque tonne. Déterminez sa vitesse maximale en km/h.

6) Un ballon se meut sous l'effet d'une force proportionnelle au carré de sa vitesse. Si la résistance équivaut 800 kgp quand sa vitesse est 20 km/h et sa puissance est 200 chevaux quand il se déplace avec la vitesse maximale. Déterminez cette vitesse en km/h.

7. Une voiture de 1500 kg de masse et de puissance du moteur 120 chevaux se déplace sur une route rectiligne horizontale avec sa vitesse maximale qui est 72 km/h. Quelle est la vitesse maximale de la voiture quand elle monte une route rectiligne inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{10}$ sur l'horizontal. Sachant que la résistance est la même sur les deux routes?

8. Une voiture de 3 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale avec une vitesse uniforme de 37,5 km/h. Quand il arrive au sommet d'une route inclinée d'un angle de sinus 0,03 sur l'horizontal, le chauffeur abolit le moteur et la voiture descend avec sa vitesse initiale. Si la résistance sur la route inclinée est $\frac{2}{3}$ de la résistance de la route horizontale, déterminez:

   1er: la résistance sur la route inclinée en kgp.

   2ème: La puissance du moteur de la voiture sur la route horizontale.

9. Une voiture de 6 tonnes de masse monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{10}$, avec sa vitesse maximale qui est 27 km/h. Puis elle revient pour descendre la même route avec la vitesse maximale qui est 135 km/h. Déterminez la résistance de la route sachant qu'elle est invariante tout le temps, puis déterminez la puissance du moteur de la voiture.

10. Un avion dont la puissance du moteur est 1350 chevaux quand il se déplace horizontalement avec une vitesse constante de 270 km/h. Déterminez la résistance de l'air contre le mouvement de l'avion en ce moment. Si la résistance de l'air est proportionnelle au carré de sa vitesse, déterminez la puissance du moteur quand il se déplace horizontalement avec une vitesse constante de 180 km/h.

11. Un locomotive dont la puissance de son moteur est 400 chevaux tire un train avec sa vitesse maximale de 72 km/h sur un sol horizontal. Déterminez la résistance contre le train sachant que la masse du train et du locomotive ensemble est 200 tonnes. Déterminez la plus grande vitesse avec laquelle le train monte une pente incliné d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ sur l'horizontal sachant que la résistance de la route est invariante.

12. Un cycliste dont la masse avec la bicyclette est 80 kg. La plus grande puissance de lui est $\frac{4}{5}$ cheval. Si sa vitesse maximale sur une route horizontale est 18 km/h, déterminez la résistance en kgp. S'il monte une route inclinée avec un angle de sinus $\frac{3}{40}$ avec une vitesse maximale, déterminez cette vitesse en km/h.

13. Un camion de 5 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale avec une puissance de 144 km/h quand la puissance de son moteur est 120 chevaux. Déterminez la résistance de la route pour chaque tonne de la masse en kgp. Si la résistance est proportionnelle à la vitesse, déterminez la puissance du moteur quand il monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{3}{200}$ sur l'horizontal avec une vitesse uniforme de 96 km/h.

14. Un camion de 2 tonnes de masse monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ d'une position (A) à une autre position (B) avec sa vitesse maximale de 90 km/h. Déterminez la puissance du moteur du camion, sachant que la résistance de la route contre le mouvement équivaut 13% du poids du camion. Le camion est chargé quand il arrive à la position (B) avec une charge de $\frac{1}{2}$ tonne de masse puis il monte la route vers (A) avec la vitesse maximale. Déterminez cette vitesse sachant que la résistance est reste de même pourcentage du poids.

15 Un train de masse (k) tonne se déplace sur une route horizontale avec sa vitesse maximale qui équivaut 60 km/h. Le dernier wagon est séparé et sa masse est 15 tonnes. Sa vitesse maximale est augmentée de 7,5 km/h. Déterminez la puissance de son moteur en chevaux. Ainsi que la masse du train, sachant que la résistance équivaut 9 tonnes poids pour chaque tonne de la masse.

16 Une particule se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ le vecteur déplacement est une fonction du temps donné par la relation $\vec{D} = t\,\vec{i} + (\frac{1}{2}t^2 + t)\,\vec{j}$, Si F est en Newton, D en mètre, t en seconde: Déterminez:

- **a** Le travail fourni pendant les trios premières secondes
- **b** La moyenne de la puissance pendant les trios premières secondes
- **c** La puissance de la force $\vec{F}$ en t = 3 s

17 Un corps dont la masse est l'unité, se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = (2t - 1)\,\vec{i} + (5t + 2)\,\vec{j}$ le vecteur déplacement est une fonction du temps donné par la relation $\vec{D} = (3t^2 + t)\,\vec{i} + 4t\,\vec{j}$, Si F est en Newton, D en mètre, t en seconde: Déterminez:

- **a** Le travail fourni pendant les troisième, quatrième et cinquième secondes
- **b** La puissance moyenne pendant les troisième, quatrième et cinquième secondes.
- **c** La puissance de la force en t = 5 sec

18 Un corps de 3 kg de mase se déplace sous l'effet d'une force $\vec{F}$ le vecteur position en un instant t est donné par la relation $\vec{r}\,(t) = t^3\,\vec{i} + t^2\,\vec{j}$. où r est en mètre, F en Newton, t en seconde. Déterminez:

- **a** La force $\vec{F}$ en fonction de t.
- **b** La puissance de la force $\vec{F}$ en fonction de t.
- **c** Le travail fourni par la force $\vec{F}$ pendant l'intervalle du temps $0 \leqslant t \leqslant 2$

19 Si la puissance du moteur (en cheval) est égale à $(6t - \frac{1}{20}t^2)$ où t est en seconde, $t \in [0, 120]$ Déterminez:

- **a** La force du moteur en t = 90 sec.
- **b** Le travail fourni pendant l'intervalle du temps [0 ; 30].
- **c** La puissance maximale du moteur.

20 Un corps de 5 kg de masse se déplace sous l'effet de une force $\vec{F}$ Le vecteur position en un instant t est donné par la relation $\vec{r}\,(t) = t\,\vec{i} + t^2\,\vec{j}$. où F est en Newton et r est en mètre. Déterminez :

En utilisant l'intégrale, le travail fourni par la force F pendant l'intervalle du temps [0, 2].

21 Un corps de 3 kg de masse se déplace sous l'effet de une force $\vec{F}$ Le vecteur de sa vitesse est donné par la relation $\vec{v} = (1 - \sin 2t)\,\vec{i} + (-1 + \cos 2t)\,\vec{j}$. où F est en Newton et V est en m/s. Déterminez:

- **a** La force $\vec{F}$ en fonction de t.
- **b** L'énergie cinétique E_C en un instant t.
- **c** Démontrez que le taux de variation de Ec est égal à la puissance fourni par la force $\vec{F}$.

Exercices Généraux

1. Une particule de 200 g est lancée vers le haut dans le sens de la plus grande pente d'un plan lisse incliné d'un angle de sinus $\frac{8}{49}$ sur l'horizontal avec une vitesse de 30 cm/s. Calculez la variation de l'énergie potentielle quand il atteigne la vitesse 18 cm/s.

2. Une force de 48 gp agit sur un corps en repos posé sur un plan horizontal pendant un intervalle du temps. A la fin de cet intervalle le corps acquit une énergie cinétique de 18900 gp.cm et la quantité du mouvement atteigne 176400 g.cm/s. Puis la force est équipée, le corps est alors arrêté après parcourir une distance de 10,5 m à partir du moment d'équiper la force. Déterminez la masse et la résistance du plan contre le mouvement sachant qu'elle est constante. Ainsi le temps de l'effet de la force.

3. Une voiture de 1800 kg de masse se déplace sur une route horizontale avec une vitesse de 54 km/h. Si la résistance contre le mouvement de la voiture équivaut 0,25 du poids de la voiture, déterminez la puissance du moteur en chevaux.

4. Un marteau pilon d'un tonne de masse tombe d'une distance de 4,9 m verticalement sur un corps de fer de 400 kg de masse. Il l'enfonce la terre d'une profondeur de 10 cm. Déterminez la vitesse commune du marteau et le corps après le choc. Puis déterminez l'énergie cinétique perdue à cause du choc et la résistance du sol sachant qu'elle est constante.

5. Un corps de 2 kg de masse est lancé dans la direction de la plus grande pente d'un plan lisse incliné d'un angle de sinus $\frac{1}{98}$ à la vitesse 1,4 m/s. Calculez le travail fourni par le poids jusqù à son arête

6. Un corps de masse 2 kg se déplace sous l'action de la force constante $\vec{F}$ où $\vec{F} = 4\vec{i} + 8\vec{j}$ où F est mesurée en N; Si le corps commence son mouvement du repos d'un point dont le vecteur position est $2\vec{i} + 5\vec{j}$. Trouvez le vecteur position du corps dans 3 accordes ainsi que la norme de l'impulsion fourni par cette force durant cet intervalle du temps. Trouve la puissance quand t = 3 secondes

7. Un cycliste dont la masse avec la bicyclette est 98 kg. Il se déplace du repos sur une route horizontale rugueux. Il attient sa vitesse maximale qui est 7,5 m/s après une minute. La bicyclette a arrêté après parcourir une distance de 15 m, après qu'il arrête à pédaler. Déterminez la puissance maximale de l'homme pendant la circuit en chevaux.

8. Un corps de 60 kg de masse se lâche du repos dans la direction de la plus grande pente d'un plan incliné de 20 m de long et 12 m de hauteur. Si le corps commence de plus haut point du plan et le coefficient de frottement entre le corps et le plan est $\frac{3}{16}$, déterminez l'énergie cinétique du corps quand il arrive au bas du plan.

9. Un corps de 5 kg de masse est posé sur un plan rugueux incliné d'un angle de tangente $\frac{7}{24}$ sur l'horizontal sous l'effet d'une force dans la direction de la plus grande pente du plan. Le corps se déplace vers le haut du plan avec une vitesse uniforme d'une distance 75 cm. Si le coefficient de frottement entre le corps et le plan est $\frac{5}{12}$ Déterminez :

   a le travail fourni contre la résistance du plan. **b** le travail fourni par la force.

Exercices Généraux

10 Un moteur d'une voiture fait un travail avec un taux constant de 5 kilowatts. La masse de la voiture est 1200 kg. Si La voiture se déplace sur une route horizontale contre de résistance de 325 N, déterminez:

a l'accélération du mouvement de la voiture quand la vitesse est 8 m/s.

b La vitesse maximale de la voiture.

11 Une voiture de 5 tonnes de masse se déplace avec une vitesse uniforme de 36 km/h montant une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{40}$ sur l'horizontal contre de résistance de 2,5 % du poids de la voiture. Déterminez la puissance du moteur de la voiture en se moment en chevaux. Si la puissance du moteur est augmentée à 50 chevaux, déterminez l'accélération de la voiture après ce moment.

12 Un train se déplace avec une vitesse uniforme de 72 km/h, Le dernier wagon de 16 tonne de masse est séparé, la vitesse est alors augmentée à 96 km/h. Si la puissance du train est constante, déterminez la puissance et la masse du train sachant que le train rencontre une résistance constante de 6 kgp de chaque tonne de la masse déplacée.

13 Une particule se déplace sous l'effet d'une force variante F où $F = \frac{1}{5}$ x N où x est la distance de la particule d'un point fixe sur une line droite et mesurée en mètre. Déterminez le travail fourni par F dans chacun des cas suivants:

a Quand la particule se déplace de x = 0 à x = 10.

b Quand la particule se déplace de x = 0 à x = 10.

14 Un corps de 1 g de masse tombe verticalement vers le bas sous l'effet de l'attraction terrestre contre de résistance de $\frac{24}{25}$ x N où x est la distance du corps du point de début en mètre en un moment quelconque. Déterminez le travail fourni par le corps contre la résistance depuis du moment de chute à parcourir une distance de 10m. sous le point de la chute. Déterminez aussi la vitesse en ce moment.

15 Une force constante F est inclinée d'un angle de tangente... sur l'horizontale tire une voiture en panne de 1400 de masse avec une vitesse uniforme de 22,5 m/s sur une route horizontale rugueuse sachant que le coefficient de frottement entre la voiture et la route est 0,3. Déterminez :

a La puissance du moteur en ce moment.

b Le travail fourni par la force pour déplacer la voiture pendent une minute.

Pour plus d'activités, visiter le site www.sec3mathematics.com.eg

Premièrement : Statique:

Epreuve (1)

Premièrement : Répondez à la question suivante :

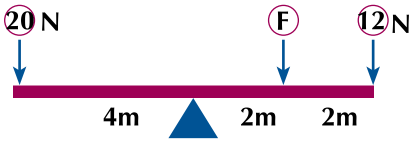
Première question : Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

1. Si θ est la mesure entre la force de frottement final et la réaction résultante, alors le coefficient de frottement statique est égal à

   a) tg θ b) sin θ c) cos θ d) cotg θ

2. La figure ci-contre représente une barre en équilibre, F =

   a) 28 N b) 16 N
   c) 2 N d) 4 N



3. Si la force $\vec{F} = 3\,\vec{i} - 5\,\vec{j}$ est appliquée au point A (- 1 ; 1) , alors le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point d'origine est égal à

   a) $-2\,\vec{k}$ b) $2\,\vec{k}$ c) $8\,\vec{k}$ d) $-8\,\vec{k}$

4. Le moment du couple résultant formé par deux forces d'intensité chacune 15 N, la longueur de la perpendiculaire entre elles est égale à

   a) 675 cm b) 60 cm c) 3 cm d) 30 cm

5. Si un ensemble des forces coplanaires est en équilibre, alors la somme de leurs moments par rapport à un point dans le plan est égale à

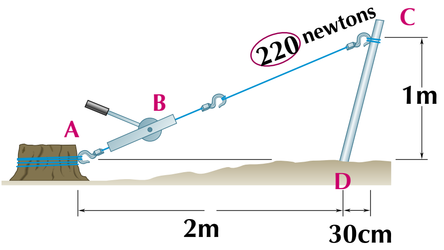
   a) constante non nulle b) 0
   c) résultante de ces forces d) un entier

6. La distance entre deux corps de poids 3N et 6 N est de 15 cm, alors le centre de gravité est situé à .... du corps

   a) 5 b) 10 c) 7,5 d) 9

Deuxièmement: Répondez à trios seulement des questions suivantes:

1. La figure ci-contre représente une attaché AB agit sur une colonne inclinée. Trouvez la norme du moment de la tension par rapport au point D



2. Un corps de poids (p) est posé sur un plan rugueux incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure (θ). Si la mesure de l'angle de frottement est λ, trouvez la norme et la direction de la force qui rend le corps sur le point de basculer

Troisième question :

1. Deux forces parallèles de même sens d'intensités 10 et 15 N agissent aux point A et B où AB = 75 cm. Trouvez leur résultante.

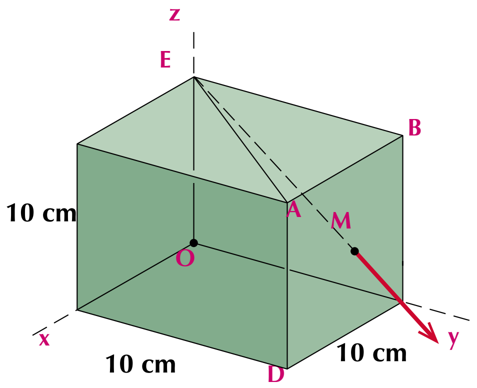
2. ABC est un triangle isocèle dans lequel AB = AC = 13 cm, des forces d'intensités 65 ; F ; 65 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ respectivement. Si le système est équivalant à un couple, trouvez la valeur de Fet la norme du moment du couple

Quatrième question :

1. AB est une barre mince légère de 2L de longueur est suspendue dans un plan vertical par deux cordes en ses extrémités A et B inclinée à la verticale d'angle 30° et 60° respectivement. Des poids 2 et 8 N sont suspendues des distances $\frac{1}{5}$ L et $\frac{6}{5}$ L de A respectivement. Trouvez à l'état d'équilibre la tension dans les deux cordes et la mesure de l'angle d'inclinaison de la barre à l'horizontal.

2. ABC est un triangle équilatéral de 10 cm de longueur de côté. Des poids d'intensités 3 ; 6 ; 9 N agissent aux sommets du triangle. Déterminez le centre de gravité de l'ensemble.

Cinquième question :



1. Dans la figure ci-contre : Une force d'intensité $25\sqrt{6}$ N agit sur $\overrightarrow{EM}$. Trouvez les composantes du moment de la force par rapport aux axes

2. Une plaque mince de densité régulière sous la forme d'un rectangle ABCD tel que AB = 5 cm ; BC = 12 cm. E $\in \overline{AD}$ tel que AE = 5 cm. On plie le triangle ABE autour de $\overline{BE}$ jusqu'à $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$ sont superposables. Déterminez le centre de gravité de la plaque après son pliage par rapport à $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

Epreuve (2)

Premièrement : Répondez à la question suivante :

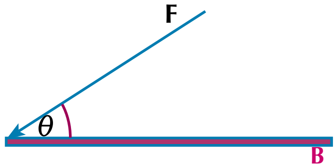
Première question : Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

1. Un corps est soumis à l'action de deux couples. L'une des deux forces du premier couple est de 20 kgp et le bras du moment est de $\frac{1}{2}$ m. Il produit une rotation dans le sens inverse au sens des aiguilles d'une montre. L'une des deux forces du deuxième est de 30 kgp et le bras du moment est de 1 m . Il produit une rotation dans le même sens au sens des aiguilles d'une montre. Le couple résultant est égal à

   a) 20 kgp dans le même sens au sens des aiguilles d'une montre
   b) 20 kgp dans le même sens inverse au sens des aiguilles d'une montre
   c) 40 kgp dans le même sens au sens des aiguilles d'une montre
   d) 40 kgp dans le même sens inverse au sens des aiguilles d'une montre.

2. L'angle de frottement est
   a. l'angle compris entre la réaction perpendiculaire et la réaction résultant
   b. le rapport entre la force de frottement et la réaction normale.
   c. le rapport entre le coefficient de frottement statique et le coefficient de frottement dynamique.
   d. l'angle compris entre la force de frottement final et la réaction résultant.

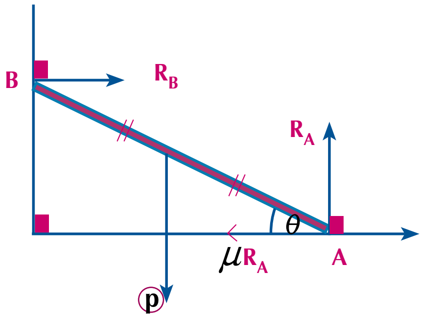
3. La figure ci-contre montre l'effet d'une force F sur une extrémité d'une barre. La mesure de l'angle θ qui produit le plus grand moment par rapport au point B est



   a. 0°   b. 90°
   c. 45°   d. 30°

4. L'intensité de l'une des deux forces parallèles de sens inverse est de 7 N. Leur résultante est de 10 N, alors l'intensité de l'autre force est égale à
   a. 3 N   b. 17 N   c. 27 N   d. 6 N

5. Dans la figure ci-contre :
   Si λ est la mesure de l' angle de frottement entre le sol et la barre, alors tg λ tg θ =



   a. 2   b. $\frac{1}{2}$
   c. 1   d. 3

6. La masse 5 kg agit au point (2 ; - 1) et la masse 7 kg agit au point (1 ; 2), alors le centre de gravité des deux masses est appliqué au point ….
   a. (17 , 9)   b. $(\frac{17}{12}, \frac{3}{4})$ c. (19 , 13)   d. $(\frac{19}{12}, \frac{1}{4})$

Deuxièmement: Répondez à trios seulement des questions suivantes:

Question 2

1. Si la force $\vec{F} = 5\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ est appliquée au point A (- 1 ; 2 ; 1) ,Trouvez
   (a) le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point d'origine
   (b) la longueur de la perpendiculaire abaissée du point d'origine à la ligne d'action de $\vec{F}$.

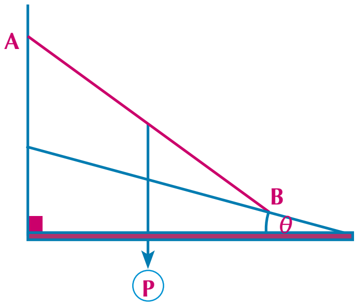
2. Démontrez que: Si un corps posé sur un plan rugueux incliné est sur le point de basculer, alors la mesure de l'angle de frottement est égale à la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal

Troisième question :

1. Trois corps de poids 5 ; 7 ; 11 kgp sont posées sur une barre légère comme le montre la figure. Déterminez le point de suspension de la barre pour qu'elle soit au repos

2. ABCD est un rectangle dans lequel AB = 6 cm ; BC = 8 ; E ∈ $\overline{BC}$, F ∈ $\overline{AD}$ tel que B E = DF = 6 cm. Des forces d'intensités 5 ; 5 ; 7 ; 7 ; F ; F kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{FC}$, respectivement. Si le système est équivalent à un couple de moment 10 kg.cm dans la direction CBAD, trouvez F

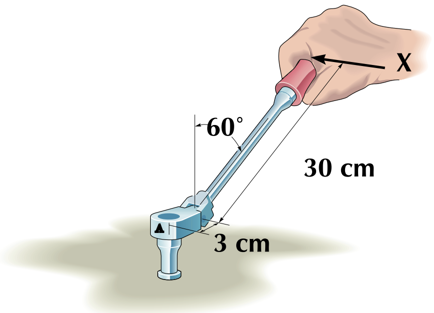
Quatrième question :



1. Dans la figure ci-contre : L'une des extrémités d'une échelle régulière de poids (p) s'appui sur un mur vertical lisse et l'autre extrémité s'appui sur un sol rugueux incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure ($\propto$) vers le haut. Si l'échelle est sur le point de basculer sachant que, elle est dans un plan vertical perpendiculaire à la droite d'intersection du mur et le sol. Démontrez que l'échelle est inclinée sur le vertical d'un angle de mesure θ tan θ où tg θ = 2tg θ (λ - $\propto$) où λ est l'angle de frottement.

2. On plie une barre homogène $\overline{AC}$ de longueur 15 L d'un point B où AB = 5 L tel que m ($\angle$ABC) = 90° La barre est suspendue librement de l'extrémité A. Démontrez que $\overline{BC}$ est incliné sur l'horizontal d'un angle θ où tg $\theta = \frac{4}{5}$.

Cinquième question :



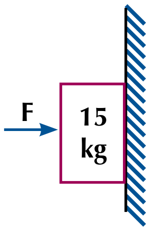
1. Dans la figure ci-contre :
Si le moment de la force perpendiculaire F par rapport au point A est égal à 620 N. Trouvez F si elle est perpendiculaire au bras de rotation

2. ABC est un triangle équilatéral de 20 cm de longueur de côté. M est le point de concours de ses médianes. D est le milieu de $\overline{BC}$. Des masses d'intensités 15 ; 30 ; 75 ; 45 ; 45 sont fixées au point A ; B ; D ; C ; M respectivement . Déterminez le centre de gravité de cet ensemble. Si on enlève la masse située en B, ou se trouve le centre de gravite dé l'ensemble restant ?

Epreuve 3

Premièrement : Répondez à la question suivante :

Première question : Complétez :

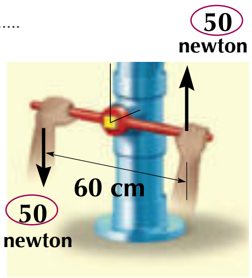


1. L'intensité de la plus petite force nécessaire pour équilibrer un corps de poids 15 kgp sur un mur vertical rugueux dont le coefficient de frottement statique entre lui et le corps est égal à $\frac{1}{5}$ est .... kgp.

(2) Une force d'intensité 70 N est appliquée en $\overrightarrow{AB}$ où ABCD est un carré de 10 cm de longueur de côté, alors la norme du moment de la force par rapport au centre du carré est égale à ....

(3) Si $\overrightarrow{F_1} \mathbin{//} \overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}$,$\|\overrightarrow{F_2}\| = 4\sqrt{5}$ unité, alors $\overrightarrow{F}$ = ...

(4) Dans la figure ci-contre : Le moment du couple formé par les deux forces 50 ; 50 est égal à ....



(5) Si une barre située dans un pot sphérique lisse, alors elle en équilibre quand la ligne d'action du poids ....

(6) Le centre de gravité d'une plaque régulière triangulaire est situé ....

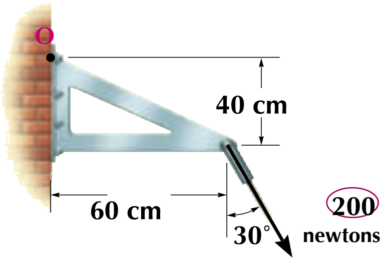
Deuxièmement : Répondez à trios seulement des questions suivantes:

Deuxième question

(1) Un corps de poids 64 N est posé sur un plan rugueux horizontal dont le coefficient de frottement est $\frac{3}{4}$. Une force d'intensité 40 N inclinée sur l'horizontal d'un angle de mesure θ. agit sur le corps. Si le corps est sur le point de basculer, quelle la valeur de θ?

(2) Dans la figure ci-contre , Trouvez le moment de la force 200 N par rapport au point O.

Troisième question



(1) (a) Une barre AB non homogène de longueur 1 mètre repose en position horizontale sur deux supports C et D tel que AC = 20 cm ; BD = 10 cm. Si le plus grand poids qu'on peut suspendre en A ou en B sans rompre l'équilibre est de 4,5 kgp, trouvez le poids de la barre et son point d'application.

(2) ABCDEF est un hexagone régulier de 10 cm de côté. Des forces de 2 ; 5 ; 4 ; 6 ; 1 ; 3N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{AF}$ respectivement. Trouvez l'intensité et la direction de la force qui doit agir au centre de l'hexagone pour que le système tend vers un couple puis déterminez son moment.

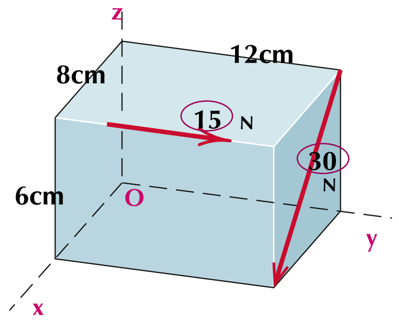
Quatrième question

(1) Une barre régulière de poids (p). Dans l'état d'équilibre , son extrémité A s'appui sur un sol lisse horizontal et par l'autre extrémité B sur un plan lisse incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure égale au double de l'angle d'inclinaison de la barre sur l'horizontal. La barre est en équilibre par une corde. L'une des extrémités de la corde est liée à l'extrémité de la barre qui appui sur le sol et l'autre extrémité de la corde au point d'intersection du plan incliné et le plan horizontal. Trouvez la tension dans la corde et les réactions aux extrémités de la barre quand la barre inclinée sur l'horizontal d'un angle de mesure 30°.

(2) Une plaque mince régulière sous la forme d'un carré de côté L. E ; F ; N sont les milieux respectifs de $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ On plie le triangle BEN autour du côté $\overline{EN}$ de façon que B et le centre du carré M superpose. Déterminez le centre de gravite de la plaque dans la nouvelle position.

Cinquième question

1. Dans la figure ci-contre : Trouvez la somme des moments des forces par rapport au point O



2. Trouvez le centre de gravité de ce qui suit :

F_1=20N appliquée au point (2;1), F_2=15N appliquée au point (-3 ; 1) F_3= 25N appliquée au point (1 ; -1)

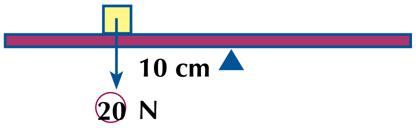
Epreuve 4

Premièrement : Répondez à la question suivante :

Première question : Choisissez la bonne réponse parmi les proposée

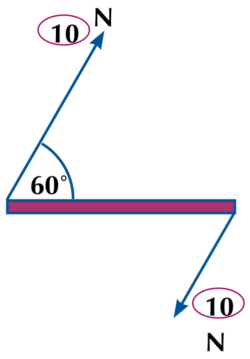
1. Le coefficient de frottement dépend de :
   - a. L'aire de la surface de contact entre les deux corps
   - b. La forme des deux corps
   - c. la nature des deux surfaces
   - d. tout ce qui précède

2. La figure ci-contre représente une barre posée en son milieu sur un support. On met un corps sur cette barre comme l'indique la figure. Laquelle des forces suivantes produite l'équilibre du corps?



   - a. Une force de 10N vers le haut et agissant à une distance de 20 cm au milieu à droite de la barre.
   - b. Une force de 10N vers le bas et agissant à une distance de 20 cm au milieu à droite de la barre.
   - c. Une force de 30N vers le haut et agissant à une distance de 5 cm au milieu à gauche de la barre.
   - d. Une force de 30N vers le bas et agissant à une distance de 5 cm au milieu à gauche de la barre.

3. Des forces $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_j\vec{j} + F_k\vec{k}$ est appliquée au point A. Son vecteur position par rapport au point d'origine est $A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$ alors la composante du moment de $\vec{F}$ par rapport à l'axe des X est :
   - a. $F_x \times A_z - F_z \times A_x$
   - b. $F_y \times A_z + F_z \times A_y$
   - c. $F_x \times A_y + F_y \times A_x$
   - d. $F_y \times A_y + F_z \times A_z$



4. Dans la figure ci-contre : La norme du couple est égale à :
   - a. 800 N.cm
   - b. -800 N.cm
   - c. $400\sqrt{3}$ N.cm
   - d. $-400\sqrt{3}$ N.cm

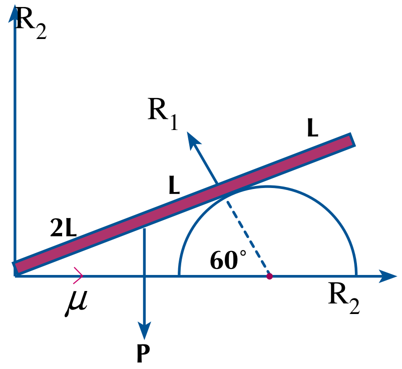
5 Dans la figure ci-contre

Si la barre est sur le point de basculer, alors

R_1 = ... R_2= ....

a P   b $\frac{1}{2}$ P

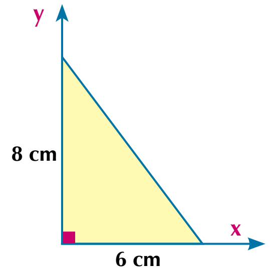
c $\frac{\sqrt{3}}{2}$ P   d $\frac{\sqrt{3}}{3}$ P



6 Le centre de gravité de la plaque hachurée est:

a (3 ; 4)   b (4 ; 3)

c (6 ; 8)   d (8 ; 6)

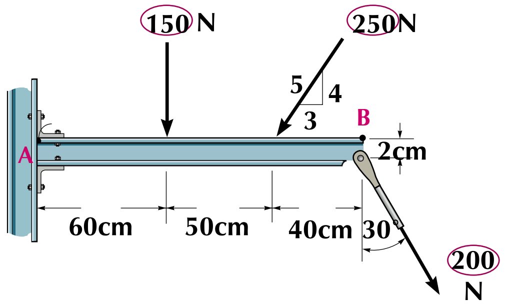


Deuxièmement: Répondez à trois seulement des questions suivantes:

Deuxième question :

1 Un corps de poids 16 N est posé sur un plan incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure 30° . Le coefficient de frottement entre le corps et le plan est de $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Une force d'intensité 10 N agit sur le corps suivant la ligne de plus grande pente vers le haut. Si le corps est en équilibre, déterminez la force de frottement. Le corps est-il sure le point de basculer ?

2 Dans la figure ci-contre : Trois forces agissent sur la barre $\overline{AB}$. Trouvez les mesures algébriques de la somme des moments de ces forces par rapport aux points A et B.



Troisième question :

1 Une barre homogène de longueur 4 m repose en un point en son milieu. On suspend deux poids 4 ; 3 kgp dans l'une de ses moitiés distant de 1 et 1,5 m de son milieu respectivement. Dans l'autre moitié, on suspend deux poids 5 et p distant de $\frac{1}{2}$ et 2 m de son milieu respectivement. Si la barre est en équilibre, trouvez la valeur de p.

2 ABC est une plaque régulière sous la forme d'un triangle équilatéral de côté $30\sqrt{3}$ cm et de poids 50kgp. Quand elle est suspendue par un clou horizontal près d'un trou du sommet A, elle en équilibre. Si un couple perpendiculaire au plan de la plaque agit sur le plan de la plaque, elle est en équilibre dans une position à laquelle $\overline{AB}$ est dan une position verticale. Trouvez ce couple et la réaction du clou.

Quatrième question :

1. AB est une barre homogène de poids p. Son extrémité A est fixée par une chainière dans un mur vertical et l'autre extrémité B est attachée par l'une des extrémités d'un fil. L'autre extrémité du fil est attachée par un point dans le plan horizontal passant par la charnière. Si la barre et le fil sont inclinés sur l'horizontal d'un angle de même mesure θ , montrez que la réaction de la charnière en A est égale à $\frac{p}{4}\sqrt{8 + \text{cosec}\,\theta}$.

2. On pose quatre corps de même masse aux sommets d'un carré ABCD de 20 cm de côté:

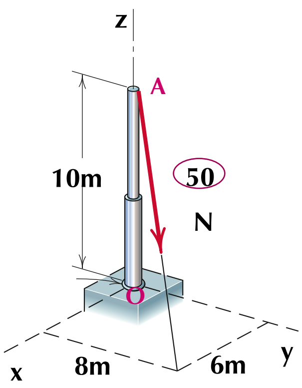
   a. Déterminez le centre de gravité de l'ensemble

   b. Si on enlève l'une de ces masses, ou se trouve le centre de gravite dé l'ensemble restant?

Cinquième question :

1. ABC est une plaque sous forme d'un triangle équilatéral de 3 kg de masse. M est son centre de gravité. Des masses d'intensités 2 ; 2 ; 11 sont fixées aux sommets A ; B ; C respectivement. Démontrez que le centre de gravité de cet ensemble est situé au milieu de $\overline{MC}$.

2. Dans la figure ci-contre : Une force d'intensité 50 N est appliquée au point A. Trouvez le moment de la force par rapport au point O.



Epreuve 5

Premièrement : Répondez à la question suivante :

Première question : Complétez :

1. Le coefficient de frottement statique est le rapport entre ....

2. Si la force $\vec{F} = 2\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ agit au point A. Son vecteur position est $\vec{i} - 3\vec{k}$, alors le moment de $\vec{F}$ par rapport à B dont le vecteur position est $\vec{j} + 3\vec{k}$ est égal à ....

3. Deux forces parallèles de même sens, l'intensité de l'une est égale au double de l'intensité de l'autre. Leur résultante est de 31 N, alors l'intensité de la plus petite force est ....

4. Si les forces $\vec{F_1} = a\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{F_2} = 3\vec{i} - b\vec{j}$ forment un couple, alors a + b = ...

5. La condition nécessaire et suffisante pour équilibrer un système de forces coplanaires est ... .

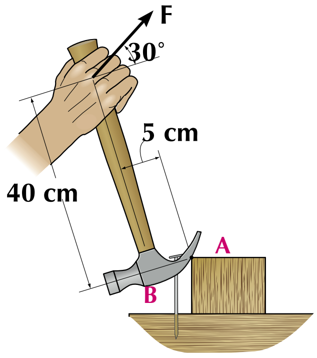
6. Le centre de gravité d'un corps rigide suspendu librement sur la droite verticale passant par ....

Deuxièmement : Répondez à trios seulement des questions suivantes :

Deuxième question :

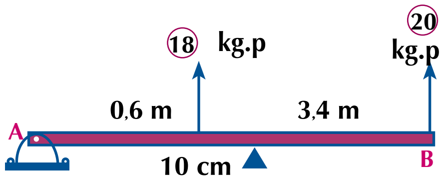
(1) Un corps de poids 64 N est posé sur un plan rugueux horizontal incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure θ. Si la plus petite et la plus grande force sont parallèles à la ligne de plus grande pente qui rend le corps en équilibre sont 10 ; 40 N respectivement. Trouvez le coefficient de frottement et la mesure de l'angle d'inclinaisons du plan sur l'horizontal.

(2) La figure ci-contre montre la force nécessaire d'enlever le clou en B. Si la norme du moment de la force nécessaire d'enlever le clou en A est égale à 200 N, trouvez la norme de F



Troisième question :

(1) Dans la figure ci-contre : AB est une barre de poids négligeable. Si la résultante des trois forces agissant sur AB vers le haut en un point distant de 3 m à droite de A est de 13,6 kgp. Trouvez l'intensité, la direction et le point d'application de la troisième force.



(2) ABCD est rectangle dans lequel AB = 12 cm ; BC = 9 cm; M $\in \overline{BC}$ tel que BM = 4 cm. Des forces de F_1, $8\sqrt{10}$, 26, F_2, 18 N agissent suivant $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Si l'ensemble est en équilibre, trouvez F_1 , F_2.

Quatrième question

(1) AB est une échelle de longueur 5 m et de poids 20 kgp. Son extrémité A s'appuie sur un mur vertical lisse. Son extrémité B s'appui sur un sol vertical rugueux dont le coefficient de frottement entre eux est $\frac{1}{4}$ Si l'extrémité B distant de 3 m du mur, démontrez que l'échelle ne peut pas équilibrer da ce cas. Trouvez le plus petit poids d'un corps dont le coefficient entre lui et le sol est $\frac{1}{5}$ Si on pose ce corps en B, il l'empêche l'échelle à glisser.

(2) Un fil régulier de 100 cm de longueur. On le plie sous forme de cinq côtés d'un hexagone régulier ABCDEF en commençant par A. Déterminez la distance entre son centre de gravité et le centre de l'hexagone. Si on suspend le fil librement de son extrémité A, déterminez la mesure de l'angle d'inclinaison de $\overline{AB}$ sur le vertical dans le cas d'équilibre.

Cinquième question :

(1) Une barre $\overline{AB}$ de longueur 2 m et de poids 5 N.C et D sont des points de trisection du côté A.On suspend des poids 1 ; 2 ; 3 ; 4N aux points A ; C ; D ; B respectivement. Déterminez le centre de gravité de l'ensemble.

(2) Si les forces $\vec{F_1} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{F_2} = \vec{j} - 2\vec{i}$ sont appliquées aux points A (1 ; 1) et B (0 ; - 4) respectivement. Trouvez le moment de l'ensemble par rapport à un point quelconque dans le plan.

Deuxièmement : Dynamique

Epreuve 6

Premièrement : Répondez à la question suivante :

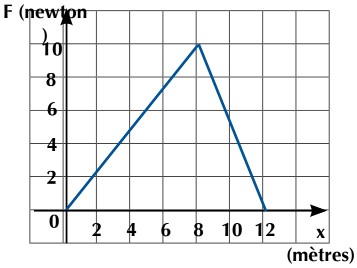
Première question : Complétez ce qui suit :

1) La quantité de mouvement d'un corps de masse 700 g se meut sur une droite avec une vitesse de 15 m/s et une accélération uniforme de 2,5 m/s^2 dans le sens de sa vitesse initiale, après 12 sec dés le début du mouvement est égale à ....kg.m/s.

2) Un corps d'unité de masse se déplace à l'action de la force $\vec{F} = (a+3)\vec{i} + b\vec{j}$, son vecteur déplacement est $\vec{D} = t^2\vec{i} + \frac{1}{2}t^2\vec{j}$, alors a = ... , b = ...

3) Un enfant début sur une balance dans un ascenseur se meut vers le bas avec une accélération de 1,4 m/s^2, alors la lecture de la balance est = ...kg/p.

4) La figure ci-contre montre la relation entre la force $\vec{F}$ qui agit horizontalement sur une boite qui se déplace sur un plan lisse et la composante de la distance dans parcouru le sens de x, alors le travail fourni par la force $\vec{F}$ sur la boite de x = 0 à x = 8 est égale à .... le travail fourni par la force $\vec{F}$ sur la boite de x = 8 en x = 12.



5) Un corps est lancé horizontalement avec une vitesse de 2,8 m/s sur un plan horizontal rugueux dont le coefficient de frottement est $\frac{1}{10}$, alors la distance parcourue par ce corps sur le plan avant qu'elle soit au repos est égale à .... m.

6) Dans la figure ci-contre, la poulie est lisse et le plan est lisse, le système se meut du repos, alors l'accélération du système = ...m/s^2.

Deuxièmement : Répondez aux trois seulement des questions suivantes :

Deuxième question :

1) Une locomotive de masse 30 tonne se meut du repos sur un plan horizontal avec une accélération uniforme contre des résistances de $\frac{1}{100}$ de son poids, quand elle attient la vitesse de 90 km/h sa puissance est devenu 441 kilowatt. Trouvez :

   a) la force du moteur en kg.p

   b) l'accélération uniforme

2) Une force d'intensité 20 N qui fait avec la verticale vers le bas un angle aigu de sinus $\frac{3}{5}$ est appliquée à un corps de masse 2 kg, placé sur un plan horizontal lisse. Trouvez l'accélération du corps ainsi que la réaction normale du plan.

Troisième question :

1. Deux corps de masses 40 g et 60 g, se déplacent sur une même ligne droite sur une table horizontale à la vitesse de 50 cm/s et 30 cm/s respectivement à la rencontre l'un de l'autre. Après le choc, les deux corps se déplacent comme un seul corps. Trouvez la vitesse commune après le choc. Trouvez la norme de l'impulsion entre les deux corps, sachant que le temps choc est $\frac{1}{49}$ du second.

2. Un roc de masse 20 kg se déplace sur un plan horizontal rugueux à une vitesse de 8 m/s. Il s'arrête à cause de frottement, le coefficient de frottement dynamique entre le roc et le plan est $\frac{1}{5}$. Calculez le travail fournie par la force du frottement jusqu' à l'arrête du roc.

Quatrième question :

1. Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités un dynamomètre de masse 150 g, qui porte un cops de masse 250 g. L'autre extrémité pert un corps de masse 600 g. Si le système commence à se mouvoir du repos. Trouvez la tension au fil et la lecture de dynamomètre en gm.p.

2. Un suc de masse 5 kg. glisse vers le bas une distance 1,5 m sur un plan incliné sur l'horizontale d'un angle 24° . Si le coefficient de frottement est = $\frac{31}{100}$. Calculez le travail fournie par la force du frottement ; le poids ; la réaction. Si la vitesse du suc est 2,2 m/s, calculez sa vitesse après1,5 m.

Cinquième question :

1. Un corps est posé au sommet d'un plan lisse , incliné de longueur 40 m et de hauteur 10 m. Trouvez sa vitesse en bas du plan. Si le plan est rugueux et la résistance du mouvement est $\frac{1}{5}$ de poids du corps. (en utilisant le principe de conservation de l'énergie)

2. Un corps de masse 16 kg se meut en ligne droite tel que $\vec{a} = (3t^2 - 8t)\,\vec{e}$ où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire dans le sens du mouvement. Si la norme de $\vec{D}$ est mesurée en mètres, t en second, trouvez la variation de la quantité de mouvement du corps dans les intervalles du temps suivants :

   1) [2; 4] 2) [5; 8]

Epreuve 7

Premièrement : Répondez à la question suivante :

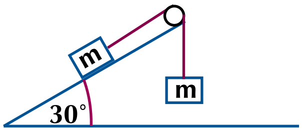
Première question : Complétez ce qui suit :

1. Un corps d'unité de masse se déplace en ligne droite tel que l'accélération du corps est donnée par la relation $a = 4t + 2$ est mesuré en m/s², t en second ; alors la variation de la quantité de mouvement du corps dans l'intervalle du temps [2 ; 6] est égale à ....

2) Un corps de masse 500 g est lancé verticalement vers le haut d'un point au sol, à la vitesse 14,7 m/s, alors son énergie potentielle après une seconde du moment de lancement = ... joules

3) un corps se déplace en ligne droite à l'action des forces $\vec{F_1} = 2a\,\vec{i} - 3\,\vec{j}$, $\vec{F_2} = 6\,\vec{i} + b\,\vec{j}$; $\vec{F_3} = a\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$ alors a = ... et b = ...

4) Dans la figure ci-contre: Le plan est lisse et la poulie est lisse et, le système se meut du repos, alors l'accélération du système = ... m/s^2.



5) Si le travail fourni par la force $\vec{F} = m\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ durant le déplacement $\vec{D} = -3\,\vec{i} + (m+1)\,\vec{j}$ est égale à 0,05 joules, $\|\vec{D}\|$ est mesurée en cm , m est constant , alors m = ...

6) Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur se meut verticalement vers la haut. Si la lecture de dynamomètre est le double du poids du corps, alors l'accélération du mouvement a = ...m/s^2

Deuxièmement : Répondez aux trois seulement des questions suivantes :

Deuxième question :

1) Un homme de poids 72 kg.p monte une route inclinée sur l'horizontale d'un angle de sinus $\frac{1}{4}$. Il parcourt 100 m. Calculez la variation de l'énergie potentielle de l'homme.

2) Une locomotive de masse 30 tonne, la force du son moteur est 56 t.p., tire un nombre des wagons de 10 tonne de masse. Elle monte une route incliné de 30° sur l'horizontal avec une accélération uniforme de 49 cm / s^2. Si la résistance du mouvement de la locomotive et les wagons est 10 kg.p pour chaque tonne de la masse. Quelle est le nombre de wagons ?

Troisième question :

1) Un ouvrier pousse une boite de masse 30 kg une distance de 4,5 mètres à une vitesse constante sur un plan horizontal. Si le coefficient de frottement est $\frac{1}{4}$, Calculez le travail fournie par l'ouvrier, puis par la réaction.

2) Un corps de masse 35 g est posé sur une table horizontale lisse et attaché à une extrémité d'un fil passant par une petite poulie lisse fixée au bord de la table. La partie verticale du fil porte en son extrémité un deuxième corps de masse 14 g:

a) Calculez l'accélération du système, la tension au fil et la pression sur la poulie en gm.p.

b) Si on coupe le fil après 1,5 sec, calculez la distance qu'elle parcourt chacun de deux corps après 0,5 sec du moment de coupage du fil.

Quatrième question :

1. Un wagon de masse 20 tonne descend de repos une route inclinée sur l'horizontal d'un angle de sinus = $\frac{1}{70}$ contre des résistances de 14 kg.p pour chaque tonne de la masse, il arrive au bas de la route après avoir parcouru une distance de 350 m sur la route, et heurte un autre wagon de même masse en repos, les deux wagons se déplacent comme un seul corps sur une route horizontale ils s'arrêtent après une minute du moment qu'ils se heurtent. Trouvez la distance horizontale qu'ils parcourent ensemble.
2. Un aérostat se meut verticalement vers le haut, quand il atteint 40,4 m de hauteur, un corps de masse 5 kg tombe de l'aérostat. Si l'énergie cinétique du corps au moment qu'il heurte le sol est égale à 2940 joules en négligeant les résistances de l'aire calculez :
   a) La vitesse de l'aérostat au moment de la séparation du corps .
   b) La distance parcouru par le corps du moment de la séparation jusqu'il heurte le sol.

Cinquième question :

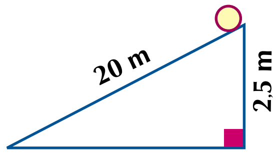
1. Une voiture de masse 3 tonnes monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{30}$ avec sa vitesse maximale qui est 27 km/h. Puis elle revient pour descendre la même route avec la vitesse maximale qui est 72 km/h. Déterminez la résistance de la route sachant qu'elle invariante tout le temps, puis déterminez la puissance d moteur de la voiture en chavaux.
2. Un pendule simple se compose d'un fil de 1,5 m de longueur. Son extrémité supérieur est fixe. Une masse de 500 g est suspendue en son extrémité inférieure. Ce corps est tiré par une force horizontale, il est alors incliné sur la verticale d'un angle de 60° , trouvez :
   1) la variation de l'énergie potentielle en joules
   2) le travail fourni par la force en joules
   3) la vitesse du corps au milieu du trajet si la force horizontale est enlévée

Epreuve 8

Premièrement : Répondez à la question suivante :

Première question : Complétez ce qui suit :

1. A un moment donné, la quantité de mouvement d'un corps était 112 kgm/s, et son énergie cinétique est 80 kg.p .m, alors sa masse est = ... kg et sa vitesse = ... m/s.
2. Un corps de masse 300g se déplace en ligne droite, son vecteur déplacement est $(t^2 + t + 1)\vec{e}$ où $\|\vec{D}\|$ est mesurée en cm , t en sec, alors la norme de la force = ... dyne.
3. Un corps de poids 28 Newton et son poids apparente est 32 Newton , comme indique la lecture du dynamomètre à ressort dans un ascenseur qui se meut avec décélération uniforme, alors le sens du mouvement est .... et le sens de l'accélération est ....
4. Si la distance verticale de deux corps attachés aux extrémités d'un fil legèr passant sur une petite poulie lisse pendants verticalement est 100 cm, 2 sec dès le début du mouvement, alors la vitesse de chaque corps est = ...cm/s.
5. Dans la figure ci-contre: Un plan lisse de longueur 20 m, et de hauteur 2,5 m. Un corps est posé au sommet du plan et lâché descendre sur le plan, alors il arrive au bas du plan avec une vitesse = ... m/s.



6 Un corps de masse 200 g est lancé verticalement vers le haut d'un point au sol, à la vitesse 49 m/s, alors son énergie potentielle à la hauteur maximum = ...joules

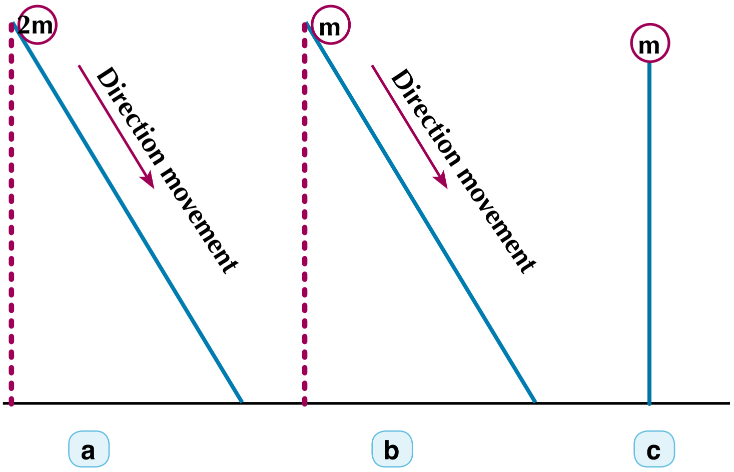
Deuxièmement : Répondez aux trois seulement des questions suivantes :

Deuxième question :

1 Dans la figure ci-contre : Trois masses m ; m et 3m se meutent du repos de haut vers le bas (en négligeant la résistance de l'aire et le frottement).

a) laquelle de trois masses arrive-t-elle au sol avec la plus grande vitesse

b) laquelle de trois masses fait le plus grand travail pour arriver au sol



2 Une force de 5 kg.p est appliquée sur une masse de 196 kg qui se déplace sur une ligne droite horizontale dans le sens de la force, elle parcourt une distance de 2,8 m. Calculez l'augmentation de l'énergie cinétique du corps en joules. Si l'énergie cinétique du corps à la fin de la distance est de 141,12 joules, calculez la vitesse initiale du corps.

Troisième question :

1 Un corps de masse 170 g est posé au bas d'un plan incliné rugueux incliné sur l'horizontal d'un angle dont le sinus est $\frac{8}{17}$. Ce corps est attaché à l'une de ses extrémités d'un fil qui passe sur une petite poulie lisse fixée au bord du plan. Si le plus petit poids doit être suspendu à cette extrémité pour garder l'équilibre du corps sur le plan est 70 gm.p. Trouvez la résistance du plan en kg.p. Si on a suspendu à cette extrémité un corps de poids 194 gm.p. Trouvez l'accélération du système supposant que la résistance est constante dans les deux cas.

2 Une voiture dont la puissance de son moteur est constant. Elle monte une route inclinée à la vitesse maximale de 54 km /h et route inclinée sa vitesse maximale de 108 km /h, quand elle descend cette. Trouvez la vitesse maximale quand elle se déplace sur une route horizontale , sachant que la résistance est constante dans les trois cas.

Quatrième question :

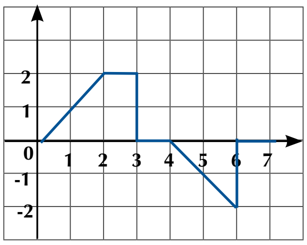
1 Une balle de masse 200 g se déplace à la vitesse 7 m / s. Elle heurte une balle au repos de masse 300 g et se déplacent comme un seul corps.

a la vitesse commune après le choc

b l'énergie cinétique perdue

c la distance parcouru jusqu' il repose si la résistance est de 200 gm.p

(2) Dans la figure ci- contre: La force $\overrightarrow{F}$ agit sur une poussette bébé de masse 2 kg qui se déplace en ligne droite parallèle à l'axe des abscisses. La composante de x varie par la variation de la force, comme dans la figure. Calculez le travail fourni par la force en :



- **a** x = 0 à x = 3 m
- **b** x = 3 m à x = 4 m
- **c** x = 4 m à x = 7 m
- **d** x = 7 m à x = 2 m

Cinquième question :

(1) Un corps de masse variante se déplace en ligne droite, sa masse est m = (4t + 1)g à un instant t. Si le vecteur déplacement est donnée par la relation $\overrightarrow{D} = (t^2 - 2t)\overrightarrow{e}$,$\|\overrightarrow{D}\|$ est mesurée en cm , t en sec. Trouvez la quantité de mouvement dans la durée [3 , 5].

(2) Pour déterminer l'accélération pesanteur, un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Si la lecture de dynamomètre est 16,5 Newton quand il monte avec une accélération a m/s² et12,75 Newton, quand il descend avec une accélération a m/s². Calculez l'accélération pesanteur.

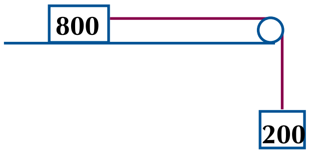
Epreuve 9

Premièrement : Répondre à la question suivant :

Premier question : Complétez ce qui suit :

(1) Un corps de 5unité de masse se déplace à l'action de la force $\overrightarrow{F} = (a + 1)\overrightarrow{i} + (b - 2)\overrightarrow{j}$ son vecteur déplacement est $\overrightarrow{D} = t^2\overrightarrow{i} + (\frac{1}{2}t^2 + 3t)\overrightarrow{j}$, alors a = ... , b = ...

(2) Dans la figure ci-contre ; un plan horizontale lisse, alors la pression sur la poulie = ... gm.p



(3) Une balle de fusil de masse 98 g se meut horizontalement avec une vitesse de 720 km/h, elle s'enfoncé dans une obstacle verticale une distance de 10 cm avant qu'elle repose , alors la résistance de l'obstacle = ...gm.p.

(4) Un navire de masse 441 tonne déplace avec une vitesse 72 km/h, alors son énergie cinétique = ...kilowatt.h

(5) Une machine fait un travail de 15000 kg.m pendant 10 sec, alors la puissance de la machine = ...

(6) Une force de 80 Newton agit dans la direction 30° Nord-Est, alors le travail fournie par la force d'une déplacement de norme 40 mètre vers le Nord = ...Joules.

Deuxièmement : Répondez aux trois seulement des questions suivantes:

Deuxième question :

(1) Un cycliste se déplace sur une route horizontale rugueuse avec une accélération uniforme, la variation de la quantité du mouvement est de 107800 joules pendant 0,5 kilomètre, puis s'il a cessé de pédalé, il parcourt 100 mètres, alors l'énergie cinétique perdu est 7840 joules durant cette distance. Trouvez en kg.p la résistance et la force.

2. Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à ses extrémités deux plateaux de masse 35g chacune. On a posé un corps de masse 280 g dans l'une de deux plateaux, et un corps de masse (m) g dans l'autre, si le plateau qui porte la masse 280g descend une distance 560 cm en 2 sec, commençant du repos . Trouvez :

1) l'accélération du système **2)** la tension au fil, ainsi que la valeur de (m)

3) la pression sur la poulie

Troisième question :

1. Une balle de masse 200 g est lancé à la vitesse 21 m /s, sur un plan horizontal contre des résistances équivalant à $\frac{1}{14}$ de son poids, 10 sec après, elle heurte une balle de même masse et se meut avec une vitesse de 7m /s en sens contraire puis elles se déplacent comme un seul corps après le choc. Calculez

1) la vitesse commune après le choc **2)** l'impulsion de l'une sur l'autre

3) l'énergie cinétique perdu

2. Des boites sont transposées d'une usine, en les glissant sur un plan horizontal se termine par un plan horizontal, si la longueur du plan incliné est 40 m, et forme un angle de 30° sur l'horizontal La résistance de chacun des plans est $\frac{1}{5}$ du poids du corps. Trouvez la vitesse de la boite à la fin du trajet, supposant que sa vitesse ne change pas quand il transmettre au plan horizontal, si la longueur de la partie horizontale est 10m.

Quatrième question :

1. Une force d'intensité 12,6 N agit sur un corps en repos, placé sur un plan horizontal , pendant une période du temps, la corps acquise à la fin une énergie cinétique de 9 kg.p.m et la quantité du mouvement est 42 kg.m/s, puis la force est enlevée, le corps alors revient au repos après avoir parcourir une distance de 21 m, du moment qu'on a. Trouvez la masse du corps et la résistance du plan du mouvement du corps en Newton, . Supposant qu'elle est constante, puis trouvez le temps de l'efficacité de la force.

2. Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur, si la lecture de dynamomètre est 80 kg.p quand il monte avec une accélération uniforme (a) m/s^2 et 60 kg.p quand il monte avec une décélération uniforme (a) m/s^2. Calculez la masse du corps et la valeur de (a).

Cinquième question:

1. Une locomotive de masse 30 tonne, la puissance du son moteur est 1080 chevaux, elle tire un train de masse 130 tonne sue un plan horizontal rugueux avec une accélération de 49 cm/s^2. Si la résistance de l'aire et de frottement est 10 kg.p pour chaque tonne de la masse. Calculez la vitesse maximum du train en km/h.
2. Un ouvrier pousse une voiture de masse 20 kg pour monter une route incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure 25° vers le haut d'une force de 140 Newton. Si le coefficient de frottement est $\frac{3}{10}$,la voiture parcourt une distance de 3,8 m, Calculez le travail total fourni sur la voiture. Si la voiture se meut au bas du plan du repos, calculez la vitesse de la voiture quand elle parcourt une distance de 3,8 m sur le plan.

Épreuve 10

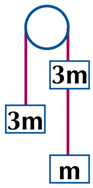
Premièrement : Répondre à la question suivant :

Premier question : Complétez ce qui suit :

1. Un cheval tire une masse en bois sur un sol horizontal avec une force de 100 kg.p incliné sur l'horizontal vers le haut de angle de mesure 30°, la masse se meut avec une vitesse uniforme, alors la résistance du sol au son mouvement = ...Kg.p

2. Une force constante d'intensité 5 kg.p agit sur un corps en repos de masse 49 kg pendant 3 sec , alors la vitesse du corps à la fin de cette période = ...m/s.

3. Dans la figure ci-contre : 3m , 3m sont deux masses sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. On attache une masses supplémentaire à l'une de deux masses. Le système commence à se mouvoir du repos, alors la vitesse du système après 2 sec = ...cm/sec.



4. Une Obus de masse 45 g se meut avec une vitesse de 1440 km/h, alors son énergie cinétique = ...Joules.

5. Une machine fait un travail uniforme = 18000 kg.m. chaque minute, alors la puissance de son moteure = ...Chevale.

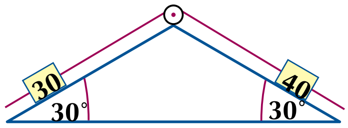
6. Une balle de masse 300g se déplace horizontalement, elle heurte un mur vertical à la vitesse 60 m/s. Elle est rebondit après qu'elle a perdu $\frac{2}{3}$ de sa vitesse, alors la variation dans la quantité du mouvement a cous du choc = ...g.cm/s.

Deuxièmement : Répondre aux trois seulement des questions suivantes :

Deuxième question :

1. Un corps de masse un kilogramme se déplace sous l'effet des forces $\overrightarrow{F_1} = b\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 2\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = -3\,\overrightarrow{i} + a\,\overrightarrow{j}$ où $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont deux vecteurs unitaires orthogonaux ,$\|\overrightarrow{F_1}\|$,$\|\overrightarrow{F_2}\|$,$\|\overrightarrow{F_3}\|$ sont mesurer en Newton, a et b sont constants, si le vecteur déplacement $\overrightarrow{D} = t^2\,\overrightarrow{i} + (2t^2 - t)\,\overrightarrow{j}$ où D en mètre et t en sec:
   1) Trouvez les valeurs de a et b
   2) Calculez le travail fourni par la résultante des forces précédentes pendant le 10 premiers seconds du mouvement.

2. La figure ci-contre deux masses 40 g et 30 g sont attachés aux extrémités d'un fil qui passe sur une petite poulie lisse fixée au sommet de deux plans lisses, qui sont opposés et incliné formant avec l'horizontale d'un angle de mesure 30°, comme indique la figure. Le système est gardé en équilibre quand les deux corps dans un même plan horizontal et les deux parties du fil sont tendus. Le système se meut du repos. Trouver l'accélération du système et la distance verticale de deux corps après une seconde après le début du mouvement.



Troisième question :

1. Une locomotive se meut sur un plan horizontal contre des résistances proportionnelle au carré de sa vitesse, cette résistance est égale à 450 kg.p quand sa vitesse est de 30 km/h.Calculez la vitesse maximum de la locomotive, si la puissance de sa moteur est de 400 Cheval.

2. Une armure est fabrique de deux couches en fer et cuivre jointes les unes aux autres et homogènes en épaisseur. Si l'épaisseur de fer est 1 cm et celui du cuivre est 3 cm. L'armure est dans un plan vertical, quand on a tiré deux coups de feu de même masse et de sens contraire perpendiculairement sur le plan de l'armure et de même vitesse. Si le premier coup de feu est percée le fer et repos dans cuivre après $\frac{5}{4}$cm, Tandis que la deuxième coup de feu est percée le cuivre et repos dans fer après $\frac{3}{4}$ cm. cm. Démontrez que la résistance de fer = 7 fois la résistance de cuivre.

Quatrième question :

1. Lorsqu'on construit la base d'un bâtiment on a utilisé un marteau de masse 480 kg, qui tombe verticalement sur un pilier en béton de masse 120 kg, qui forment un seul corps qui pénètre dans le sol une distance de 24 cm. Trouvez
   a) l'impulsion du marteau sur le pilier
   b) la résistance du sol au marteau et le pilier.
   c) The average resistance of the ground surface to the hammer and the column
2. Un corps est posé au sommet d'une descendante de 125 m de hauteur, qui est incliné sur l'horizontal d'un angle de mesure 30°, ce corps se meut suivant la ligne de plus grand pente vers le bas ; contre une résistance constante évaluée par le quart de son poids. Calculez la vitesse du corps quand il arrive au bas du plan. A quelle vitesse on jette ce corps du bas du plan dans le sens contraire pour arrive juste au sommet du plan.

Cinquième question:

1. Un corps de masse 42 g, est posé sur un plan horizontal rugueux, on tir le corps au moyen d'une corde incliné sur l'horizontal d'un angle $\sin^{-1} \frac{4}{5}$. Si la force de tension à la corde est de 10 g. p, elle fait un travail de 84 g.p.cm, pendant 2 sec dès le début du mouvement. Trouvez :
   a) l'accélération du mouvement du corps
   b) Le rapport entre la résistance du plan et la réaction normale**.**
2. Un enfant début sue une balance de pression dans un ascenseur se meut vers le haut avec une accélération de 1,96 m/s^2, alors la lecture de la balance est 24 kg.p. Trouvez le poids de l'enfant. Si l'ascenseur descend vers le bas de même accélération, trouvez la lecture de la balance en se cas.

Premièrement: Statique:

Unité 1: Friction

Réponses des exercices (1 - 1)

(1) Frottement (2) Lisse
(3) Sure le point de se mouvoir
(4) Réaction normale
(5) Réaction résultante
(6) Réaction normale
(7) 18 kg.p (8) $\frac{2}{3}$
(9) R = 56 , $\mu = 0{,}75$ (10) 70,86 kg.p
(11) F = 13 gp , m = $\frac{1}{3}$
(12) Sur le point de se mouvoir
(13) R = le poids de la boite = 40 kg.p
(14) F = 15 newtons , Fs = 9 newtons

Réponses des exercices (1 - 2)

(1) ✕ (2) ✔ (3) ✔ (4) ✕
(5) ✔ (6) ✕ (7) A (8) A
(9) A (10) 9 newtons
(11) 32 newtons
(12) Sur le point de se mouvoir
(13) le frottement n'est pas limite , 5 kg.p
(14) 25,0453 newtons (15) R = W , $\theta = \lambda$
(16) $\theta = 30°$, $\mu = \frac{\sqrt{3}}{15}$ (17) 19 kg.p
(18) $\frac{1}{\sqrt{3}}$, F = 4 $\sqrt{3}$ kg.p , 2 $\sqrt{3}$ kg.p
(19) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$ kg.p , $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ kg.p
(20) $\tan^{-1}\frac{3}{4}$ (21) F = O × sin (θ + L)

Réponses des exercices généraux

(1) a (2) b (3) c
(4) Le corps n'est pas sur le point de se mouvoir.
(5) a 15 $\sqrt{3}$ kg.p b R = 30 $\sqrt{3}$ kg.p
(6) $\frac{1}{2}$ (7) 10 kg.p
(8) r < la composante du poids, le corps est en équilibre
F = 1,2 newtons

Unité 2 : (Moments)

Réponses des exercices (2 - 1)

(1) 400 (2) 540 (3) $20\vec{V}$
(4) la force passe par ce point
(5) la distance entre le point et la droite d'action de la force
(6) 35 (7) b (8) a L sin θ
(9) $\vec{X}$ // $\overline{AB}$ (10) L = $\frac{-7}{9}$, m = $\frac{13}{9}$
(11) la droite d'action de la résultante est parallèle passant par les deux paints (2, 1) , (6, 4)
(12) 149,7689 newtons. mètres
(13) a -1200 newtons .cm
b -1175,877 newtons. cm
c 600$\sqrt{2}$ newtons. cm
(14) (- 46 , 28) newtons

Réponses des exercices (2 - 2)

(1) a $-11\vec{i} + 9\vec{j} + 5\vec{V}$
b $-11\vec{X} + 5\vec{Y} - 7\vec{V}$, 3,73
(2) L = 3 (3) $120\vec{Y} + 480\vec{V}$
(4) $-120\vec{x} + 60\vec{V}$ (5) $\vec{X} = 7\vec{X}$
(6) B = -3 , la hauteur = $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{14}}$
(7) $480\vec{Y} + 360\vec{V}$ (8) V = 1 , x = 1
(9) 150 (10) 1328,43

Réponses des exercices généraux

(1) 18,199 newtons
(2) $-56\vec{X} - 28\vec{Y} + 28\vec{V}$
(3) 11 newtons (4) $-28\vec{V}$
(5) $-7\vec{V}$ (6) K = 2
(7) -3260,77 newtons. m
(8) la résultante des forces passe par C
(9) 200 $\sqrt{2}$ newtons. m

Réponse de l'épreuve cumulative

1. $10 \cos \theta$
2. 5
3. $(2, \frac{\pi}{3})$
4. $\frac{-2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
5. 8 sin 70
6. 4
7. (-4, 7, -6)
8. a -130 b -30 c -80
9. $\frac{-75\sqrt{3}}{2}$ newtons . m
10. 6485,19 newtons . cm
11. la plus petite intensité de la force F σ = 90 est 20 newtons

Unité 3 : Forces parallèles coplanaires

Réponses des exercices (3 - 1)

1. d
2. a
3. a
4. a 26 newtons 8,5 cm
   b 38 newtons 22,5 cm
   c 26 newtons 18,75 cm
5. b 8 newtons 14 newtons
   c 12,75 newtons
6. a 35 newtons 40 cm
   b F_1 = 20 newtons r = 14
7. a 14 newtons 2,5 cm at A
   b 3 newtons 21 cm
   c 2 newtons 12 cm
8. 27 cm
9. 4 mètres
10. 30 cm
11. 20 newtons12cm
12. $\frac{5}{8}$ 1 mètres
13. 6,5 newtons
14. l'intensité de la résultante = $\frac{3}{2}$ newtons agit verticalement vers le haut
    $\frac{5}{3}$ m du point A

Réponses des exercices (3 - 2)

1. 11 newtons, X = 28cm
2. m = 10 newtons X = 17 newtons
3. x = 4cm
4. K = 10 newtons X = 15 newtons
5. r_2 = 14,25 kg r_1 = 48,75 kg
6. 1 mètres
7. x = 56 cm O = 15 newtons
8. a 100 kg.p 100 kg.p
   b 160 kg.p 124 kg.p
9. 1er: P = 100 gm.p
   R = 300 gm.p
   2éme: o = 200 gm.p
10. x se trouve entre 40cm, 60cm
    la valeur maximale de la tension en A = 12 gp
    la valeur minimale = 7gp
    the maximum value of tension is where B = 15 w.gm
    and the minimum value = 10 w.gm
11. 15 newtons de A 56 cm
12. la distance maximale de A est 33 km et la réaction en A, B respectivement est 60 kg.p / 40 kg.p
13. $\overrightarrow{X_3} = -9 \overrightarrow{i} - 12 \overrightarrow{j}$
    $\overrightarrow{X_4} = -6 \overrightarrow{i} - 8 \overrightarrow{j}$

Réponses des exercices généraux

1. 105 cm
2. Le moment de la résultante par rapport au même point
3. 26 cm
4. 1er: 100 newtons et la distance de la droite d'action est 100 cm
   2éme: 400 newtons et la distance de la droite d'action est 25cm
5. 8 newtons 32 cm
6. $\frac{6}{7}$ 3cm
7. 4, 2, 12
8. 1er: 30cm de A
   2éme: F = 80 kg.p
9. Poids de la barre = 90 g.p la distance entre les deux supports est 22cm
10. 1er: 10 newtons 70 newtons
    2éme: 100 newtons

Unité 4 : équilibré Générale

Réponses des exercices (4 - 1)

(1) ✗ (2) ✗ (3) ✔ (4) ✗

(5) le vecteur de la somme des forces s'anul

(6) Perpendiculaire à la barre

(7) 2 newtons

(8) W = 5 newtons R = $\sqrt{65}$

L = 19" 15' 60°

(9) W = 4 newtons R = $2\sqrt{7}$

(10) $\frac{5}{12}$

(11) W = 80 , r_1 = 128 , r_2 = 80

(12) r_2 = 12 , m = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, réaction du sol 12 $\sqrt{3}$

(13) 1er: W = 65 kg.p

2éme: W = 85 kg.p

(14) 10 newtons (15) m = $\frac{1}{3}$

(16) 1er: 70 newtons 2éme: 14 newtons

(17) Démonstration

Réponses des exercices généraux

(1) 80 cm de l'éxtrémité B

(2) 34 newtons

(3) m = $\frac{5}{8}$ F = 110 kg.p

(4) F = 20 kg.p r_2 = 12,5 kg.p

(5) Démonstration

(6) $\frac{8}{11}$ (7) θ = 2L

(8) r_2 = 5 kg.p

F = 2,5 kg.p

Réponse de l'épreuve cumulative

(1) x = 26" 35' 138°

(2) W = $30\sqrt{3}$ S g F = 300 gm.p

(3) W = 24 newtons w_2 = 10 newtons

(4) θ = 22° O = 18,9 newtons

(5) r_1 = 10 $\sqrt{3}$ w.gm , r_2 = 20 $\sqrt{3}$ w.gm

(6) w_2 = 12newton , w_1 = 16 newtons

(7) F = $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ O (8) tan θ = 2

(9) F = 18 kg.p

(10) Démonstration

(11) F = $\frac{13}{4}$ kg.p r_1 = 3 kg.p

r_2 = $\frac{15}{2}$ kg.p

Unité 5 : Couple

Réponses des exercices (5 - 1)

(1) d (2) d (3) b (4) d

(5) c (6) b (7) d (8) b

(9) a 160 newtons . cm

b 240 $\sqrt{2}$ newtons . cm

c 100 $\sqrt{3}$ newtons. cm

d $120\sqrt{3}$ newtons. cm

e 520 newtons. cm

(10) a 100 newtons cm

b 100 newtons . cm

(11) 10 unité du moment

(12) A = -5 , B = 2 , L = $\frac{10}{\sqrt{29}}$

(13) 6, 6

(14) X = 40 newtons

(15) W = $12\sqrt{3}$ newtons R = $12\sqrt{3}$ newtons

(16) 30° or 150°

(17) les deux forces $30\sqrt{2}$, $30\sqrt{2}$ newtons l'une dans le sens $\overrightarrow{BD}$ et l'autre dans le sens $\overrightarrow{DB}$

Réponses des exercices (5 - 2)

(1) a équivalant à un couple

10 newtons 0 mètre

b n'est pas équivalent à un couple

c n'est pas équivalent à un couple

d Le système est équivalent à un couple

-15 newtons 0 m

e) est équivalent à un couple 17 kg.p . m
f) n'est pas équivalent à un couple
g) est équivalent à un couple
16 newtons 0 cm
h) n'est pas équivalent à un couple
i) le système est équivalent à un couple
= 75 $\sqrt{3}$ newtons 0 cm

(2) 9 newtons . cm (3) 98 kg.p 0 cm

(4) L'intensité du moment du couple = 300 gm.p 0 cm et agit dans direction de A B C D
les deux forces sont 6, 6 gp

(5) 175$\sqrt{3}$ kg.p 0 cm
les deux forces sont 17,5 , 17,5 kg.p agit à B , D

(6) 400 newtons.

(7) 1134 newtons. cm

(8) 300 $\sqrt{3}$ newtons. cm

(9) 516 kg.p. cm (10) 54 $\sqrt{3}$ gm.p. cm

(11) 4800 newtons . cm

(12) F = 200 newtons

Réponses des exercices généraux

(1) a) 2000 newtons 0 cm
b) 1000 newtons 0 cm 0 c) zéro

(2) a) 70 newtons . cm
b) 40 $\sqrt{3}$ newtons 0 cm
c) $\theta = 30°$ d) $\theta = 3' 61°$

(3) poids de la barre = 100 newtons vers le bas
réaction de la charmière = 100 newtons vers l'haut

(4) AC = C_C = C_E = 220 w.gm . cm

(5) a) 200 newtons 0 cm
b) 176 newtons 0 mètre
c) 650 newtons

(6) -800 newtons 0 mètre
- 700 newtons 0 mètre
= 300 ($\sqrt{3}$ - 5) newtons 0 mètre

(7) 120 kg.p 0 mètres

(8) A = 5 , B = 3 $\|\overrightarrow{C}\|$ = 11 gm unité du moment la distance entre les deux forces = $\frac{11}{34}\sqrt{34}$ unité de longueur

(9) -12 $\overrightarrow{V}$

(10) $\overrightarrow{C_C} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{C_C} = \overrightarrow{8B}$

(11) F = 15 newtons, K = 5 newtons

Réponse de l'épreuve cumulative

(1) C (2) A (3) B

(4) A (5) D

(6) F = 10 newtons m = 10 newtons

(7) m = 4 , L = -6 (8) C = 0 B = 1

(9) -54 newtons 0 cm

(10) F_2 = 8 newtons F_1 = 16 newtons

(11) K = -2 , L = 3

Unité 6: Statique : Centre de gravité

Réponses des exercices (6 - 1)

(1) ✔ (2) ✕ (3) ✔ (4) ✔

(5) ✔ (6) ✕ (7) ✔ (8) ✕

(9) ✔ (10) ✔

(11) 3cm de A (12) $(\frac{9}{4}, 2)$

(13) $(\frac{1}{3}, 2)$ (14) $(\frac{1}{2}, \frac{37}{20}, \frac{5}{2})$

(15) a) $(5, \frac{16}{3})$ b) (44, 6)
c) $(\frac{13}{2}, \frac{3}{2}\sqrt{3})$ d) $(\frac{130}{3}, 10)$
e) (5, 6) f) (zèro, $\frac{\sqrt{3}}{5}$ L)
sachant que = 2 L

(16) 49cm de A

(17) 12cm de A

(18) le centre de gravité du systéme est ou milieu de $\overline{MC}$

(19) 19' 11°

(20) le centre de gravite est (4,8, 3), 4' 28°

(21) $(\frac{19}{30}L, \frac{1}{2}L)$ (22) $(\frac{152}{15}, 6)$

Réponses des exercices (6 - 2)

(1) centre de gravité

(2) point de suspension

(3) au milieu

(4) Son centre géométrique (et le point d'intersection des diagonales)

(5) médianes du triangle

(6) cet axe

(7) ce plan (8) centre du cercle

(9) centre de la sphère

(10) centre géométrique

(11) milieu de cet axe

(12) 1^{er}: se trouve au centre du carré

$2^{éme}$: se trouve à (50 , 50) de A

(13) 30 - 27,5 = 2,5cm du centre de gravité du disque initel

(14) le centre de gravité de la partie réstante est $(6, \frac{8\sqrt{3}}{3})$

(15) sa distance 7cm de E

(16) 1er:sa distance $2\sqrt{3}$ cm du centre d'hexagone

2éme: $11^{'}\ 54°$

(17) $\frac{1}{2}$

(18) $(\frac{141}{7} , \frac{123}{7})$, $\tan \theta = \frac{41}{47}$

(19) (3,76, 3,76) (20) $\frac{13}{12}$

Réponses des exercices généraux

(1) c (2) B (3) A (4) d

(5) A (6) d (7) A

(8) $c_m = \frac{2}{3}$ cm $y_m = 1$ cm

(9) 3,2cm, 2,08cm

(10) $\frac{5}{7}$ 13cm du point B

(11) $5\sqrt{7}$ cm

(12) $(\frac{7}{8} , \frac{9}{14})$, $\frac{\sqrt{337}}{14}$

(13) 7cm

les coordonnées du centre de gravité (7, 2,4) , $\tan e = \frac{12}{35}$

(14) $(\frac{130}{3} , 25)$ (15) m = 200gm

(16) (-2 , -3)

(17) $\tan \theta = \frac{2}{9}$

(18) $\tan \theta = \frac{25}{31}$ (19) $\tan \theta = \frac{24}{25}$

(20) le centre de gravité se trouvé au point E

(21) 20 cm, 20 cm

(22) $(\frac{710}{81} , 8)$, $\tan \theta = \frac{355}{324}$

(23) $\tan^{-1} \frac{5}{8}$ (24) 24cm

Deuxièment : Dynamique

Unité 1: mouvement rectiligne

Réponses des exercices (1 - 1)

(1) d (2) a (3) c (4) c

(5) d (6) d (7) c

(8) (1) ⟵ (5) (2) ⟵ (6)

(3) ⟵ (4)

(9) (1) négative - le corps est décéléré

(2) positive - le corps est accéléré

(3) positive - le corps est décéléré

(10) (1) positive - le corps est accéléré

(2) négative le corps est décéléré

(3) positive - le corps est accéléré

(11) **a** - 1 , - 6

b 4 , - 3 , - 4

c ∴ ≃ S ∈ [-8 , 2]

(12) **a** $V = \pm K \sqrt{A^2 - X^2}$

b $\pm \frac{\sqrt{3}}{2} k$

c $t_1 = (\frac{-\pi}{4} + 2 m \pi) \times \frac{1}{k}$

$t2 = (\frac{7\pi}{6} + 2 m \pi) \times \frac{1}{k}$

$c = \frac{AK^2}{2}$

(13) $\frac{15}{8}$ m/sec2

(14) ± 5 , zèro

(15) **a** $\frac{-2}{x^5}$ **b** -64 unité d'accélération

(16) 9x ,18 unité d'd'accélération

Réponses des exercices (1 - 2)

(1) c (2) d (3) b (4) d

(5) d (6) b (7) d (8) a

(9) d (10) 26,1 mètres

(11) $\therefore V = t^2 - 6t + 2$

$\therefore x = \frac{1}{3} t^3 - 3t^2 + 2t$, $x (8) = \frac{-16}{3}$

12 $t = 2$, vitesse maximale $= \frac{32}{3}$ m/s

13 $V = \pm \sqrt{2}$ m/s

$x = \pm 4\sqrt{2}$ mètres

14 $V = \pm 7$m/sec

$x = \frac{-13}{3}$ m ou $x = 4$m

Réponses des exercices généraux

1 d 2 c 3 d 4 c

5 a 6 c 7 a

8 -4 cm/sec , 4 km/sec^2

9 $x(\frac{\pi}{2}) = -1$

10 a -6 m/sec , 6 m/sec^2

c $\therefore$ V est croissante l'intervalle] 2 ,∞[

V est décroissante dans l'intervalle] 0 , 2[

d 28 mètres

11 -6m/sec , $\frac{26}{4}$ mètres

12 c (0) = -6 m/sec^2

c (2) = 6 m/sec^2 , 10m/sec

13 $x(1) = \frac{11}{6}$ m

14 43,4m

Unité 2: Lois du mouvement de Newton

Réponses des exercices (2-1)

1 b 2 c 3 b 4 d

5 b , d

6 20 m/sec 7 3042g.m/sec

8 160000g.cm/w

9 9,3m/sec 10 10,5 kg .m/sec

11 $10^5 \times 10^4$ kg .m/sec

12 a 29,4 kg .m/sec

b 39,2 kg .m/sec

c 39,2 kg .m/sec

13 6 kg .m/sec

14 a -24 kg .m/sec

b -72 kg .m/sec

c -48 km .m/sec

15 a 162 kg .m/sec

b 54 g .m/sec

16 a 576 g .m/sec b zero

Réponses des exercices (2 - 2)

1 b 2 a 3 b 4 c

5 c

6 a F = 40 newtons k = 120 newtons

b F = 80 newtons

c F = 25 newtons , k = 49 newtons

d F = 40 newtons

7 a 84 newtons b 45 newtons

c 28 newtons , 22 newtons

d F = 18 newtons

8 48 kg.p 9 $\frac{2}{3}$ 16 kg.p

10 180 km/h 11 140 km/h

12 1,875 w.km 13 6 km/h

14 $\therefore m^2 = 40$ kg.p 15 7 wagons

16 1000 kg.p

Réponses des exercices (2-3)

1 d 2 c 3 d 4 d

5 c 6 c

7 figure (27) F = 118 newtons

figure (28) F = 10 newtons

figure (29) 131 newtons figure (30) 20kg

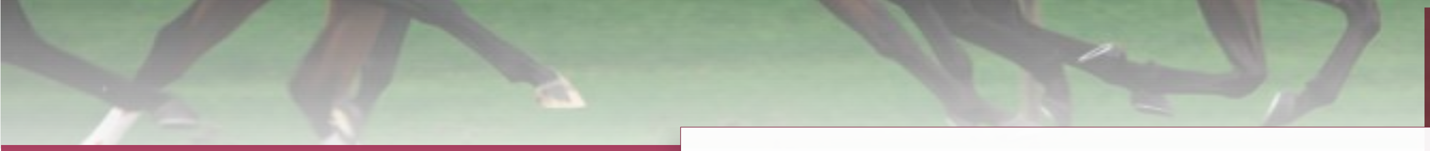
figure (31) 8 kg figure (32) 4 kg

9 figure (33) - 5m/sec^2 ,

figure (34) - $\frac{1}{5}$ m/sec^2

figure (35) 4,8m/sec^2

10 c = 30cm/sec^2



(11) 980 newtons

(12) 62,5 kg.p (13) 367,5cm/sec

(14) 800m = newtons par tennes de masse , t = 25 ps

(15) 59 kg.p (16) 1292,5 kg.p

(17) 0,8 tonne.p (18) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ m/sec^2

(19) $\frac{\sqrt{29}}{2}$newtons

(20) $\frac{1}{2}(3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} + 6\overrightarrow{V})$

(21) a = 6 , b = 3 , c = 1

(22) a = 1 , b = -9

(23) **1er:** $1\overrightarrow{e}$ **2^{éme}:** 47 newtons

(24) 600 dyne (25) 170 dyne

(26) $\overrightarrow{m} = (8t^2 + 10t + 2)\overrightarrow{e}$

(27) V(2) = 2m/sec B(2) = 1,5m

(28) $c \leqslant \frac{4}{15}\ 3$ (29) $^4 10$ kg.p

(29) 160 dyne

(30) 402 kg.p

Réponses des exercices (2-4)

(1) 60 (2) 420, 112

(3) 72 (4) 35 , 42

(5) **a** 80 kg.p, **b** 76,4 kg.p
c 77,6 kg.p

(6) **a** 40 g **b** 245 g
c 100 g

(7) 1,4m/sec^2 (8) 15 kg.p

(9) 108 kg.p , zero

(10) k = 14 g , R= 15 g

(11) 1,4 m/t vers le haut

Réponses des exercices (2-5)

(1) **a** 2,45 vers le haut **b** 9,8m/sec
c $\sqrt{3}$

(2) **a** $\frac{49}{75}$ vers le bas **b** 2,94
c 14,4

(3) a (4) c (5) c (6) c

(7) 2,12m/sec^2 , 8 kg.p

(8) c = 5,1m/sec^2 , $\frac{\sqrt{3}}{2}$kg.p

(9) $-8,3 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ m/sec^2
9,2 $\sqrt{2}$ kg.p

(10) $\frac{t_1}{t_2} = 1$

Réponses des exercices (2-6)

(1) **a** $\frac{2}{7}$ **b** $\frac{1}{2}$ **c** $\frac{1}{4}$
d 7. ≃ **e** 35. ≃ **f** 33. ≃
g 27. ≃ **h** 8,6 kg

(2) $m_r = 1$

(3) **a** 19,8 newtons **b** 11,8 newtons

(4) $\frac{1}{4}$ (5) 1,08

Réponses des exercices (2-7)

Complète:

(1) **a** zéro **b** 3 **c** 2

(2) **a** 4,9 **b** 9,8 **c** zéro **d** 39,2

(3) **a** 140 **b** 480 **c** 960 **d** 360

(4) **a** $\frac{1}{3}$ d **b** $\frac{8}{3}$ k **c** 4,9 **d** 7,35
e $\frac{1}{2}$ **f** 1,25

(5) **a** $\frac{7}{2}$ d **b** $\frac{10}{7}$ **c** $\frac{10}{7}\sqrt{2}$
d $\frac{7}{2}$ d **e** $\frac{4}{7}$ d

(6) **a** 3,5 **b** 25,2 **c** $25,2\sqrt{3}$

(7) **b** 280cm/sec

(8) 2,45m/sec^2 , 73,5 newtons , 1,96 mètre

(9) $\frac{3}{2}$ (10) $t = \frac{4}{7}$ s

(11) 70 cm/t^2 780 gp

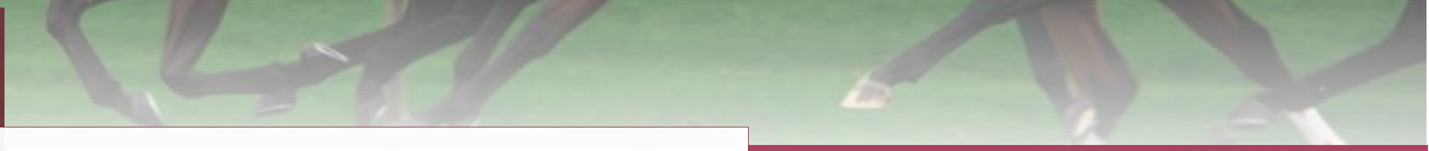
(12) 4,2 m/sec, 19,6kg (13) 420km

(14) 22,68kg , 274,98 newtons

(15) 180cm/sec^2
72000 dyne , $72000\sqrt{2}$ dyne

(16) 2sec

(17) $1,47\sqrt{2}$ newtons



$70\sqrt{10}$ cm/sec , 50cm

Réponses des exercices généraux

Questions à compléter

(1) (a) 40 (b) $\frac{200}{49}$

(2) 37,5 (3) $\frac{3}{4}$ (4) 352,8

(5) 28 (6) 15 (7) 9,8

(8) 11,2kg m/sec (9) 80 kg.p

(10) 468s (11) $\frac{400}{3}$ g

(12) .49m/sec , .931 newtons
.637 newtons , 70cm

(13) $\frac{175}{3}$ g , 7m (14) 6 kg

(15) c = 1,96m / sec^2 $\therefore$ t = 2 sec

(16) .6m/sec^2 , 2,392 newtons
$\therefore$ t = 3 s

(17) $\therefore\ V = \frac{\sqrt{499}}{5}$, $V = \sqrt{\frac{41}{5}}$

Unité 3 : impulsion et choc

Réponses des exercices (3 - 1)

(1) a (2) c (3) b (4) b

(5) a (6) c (7) 500m/sec

(8) $\frac{500}{49}$ seconde (9) 250cm

(10) 2,8km.m/sec , 56 newtons

(11) $75 \times {}^{3}10$ newtons

(12) m = 50 kg.p , V = 7,35 m/sec

(13) 1060 kg.p (14) 11,75kg.p

(15) $-525 \times {}^{3}10$ gm. cm/sec

(16) $A = \frac{1}{2}$, B= 7

Réponses des exercices (3 - 2)

(1) $f = F \times t$

(2) impulsion de cette force au corps.

(3) kilogramme . m / sec or newtons × second

(4) choc directe

(5) la somme des quantites du mouvement après le choc

(6) 160 dyne .sec (7) 10m/sec

(8) 2,5w.g (9) $12 \times {}^{3}10$ gm. cm/sec

(10) 4500 g. cm/sec

(11) -4×10^5 dyne . seconde

(12) 78 newtons

(13) $\frac{10}{3}$ dans le sens opposé du mouvement ,
$\frac{20}{9}$ cm

(14) 7m/sec «vitesse commune» , m = 36400 kg.p

(15) 3kg. m/sec

(16) 100cm/sec , 60000 newtons

(17) $\frac{69}{4}$ m/sec , t = 17,6 seconde

(18) 3m/sec

Réponses des exercices généraux

(4) b (5) d (6) a (7) b

(8) a (9) a

(10) 242cm / sec dans le sens opposé du mouvement

(11) 4,16 kg.p

(12) 16,8kg . m/sec , 177,8 newtons

(13) 100 gm.p

(14) 15cm/sec dans le même sens , 3500 g . cm/sec

(15) $\frac{1}{2}$ m/sec , 4,242 newtons . sec

(16) 980 kg.p (17) 10cm/sec

(18) S= 5 mètre

Réponse de l'épreuve cumulative

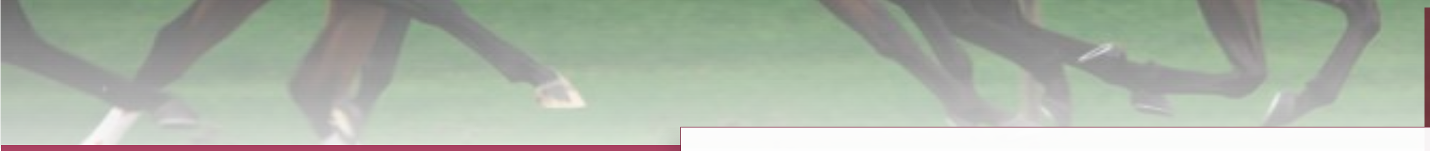
(19) A = -2 , B = 1

(20) $\frac{7}{10}$ m/sec^2 , 70 kg

(21) 20 mètre

(22) 4,2m/sec , $t = \frac{1}{7}$ 2sec

(23) $\frac{1}{4}$ m/sec dans le sens opposé du mouvement



Unité 4 : travail , puissance, énergie

Réponses des exercices (4 - 1)

(1) b (2) a (3) d (4) c

(5) a (6) 1586 erg (7) 48×10^3 erg

(8) (a) 31,9 joule (b) zero (c) zero

(d) 31,9 joule

(9) 18 unité du travail (10) 16 unité du travail

(11) $30\sqrt{481}$ joule

(12) $\overrightarrow{F} = 18\,\hat{j} + 24\,\hat{j}$, 3600 unité du travail

(13) 55125 joule (14) 30kg

(15) S = 98 mètre (16) 30 mètre

(17) 49×10^4 joule

(18) (1) zero (2) 480,2 joule (3) -456,19 joule

(19) F = m + 2000 kg.p 500 mètre

= 5 kg.p

(20) 582300 joule -44100 joule -88200 joule

88200 joule

(21) (a) 12600 unité du travail

(b) $\frac{1}{3}$ 28333 unité du travail

(22) .53 joule (23) k d r unité du travail

Réponses des exercices (4 - 2)

(1) 15000 (2) 8 (3) 15 (4) $2,5 \times {}^{5}10$

(5) 6240 (6) 2,94

(7) $\frac{1}{4000}$ seconde (8) 70 cm/sec

(9) A = 60° B = 120°

(10) -8,875 joule 13,125 joule $x = \frac{113}{24}$

(11) 4,9 joule (12) - 17,199 joule zero

(13) 14 m/sec (14) K = 16 kg

(15) 1[er] : $A = \frac{3}{2}$, B = -2 2[éme]: 68 joule

3[ème]: 72 joule

(16) V = 75 m/sec (17) $\frac{3}{2}$

(18) l\énergie cinétique pérdue = 17,6 - 5,1 = 12,5 joule

(19) 1,6 mètre

(20) 0,06 kg 16,9 mètre 1,68 kg. mètre /sec

(21) 1[er]: V′= 2 mètres /sec

2[éme] : 837,9 joule 3[éme]: 34,2 kg.mètre /sec

(22) 1er: 8m/sec

2[éme]: 14336 joule 3[éme]: $\frac{3}{7}$ 37691 kg.p

Réponses des exercices (4 - 3)

(1) (a) 9,8 joule (b) zéro

(c) 9,8 joule

(2) 686 (3) $3,4 \times {}^{6}10$ (4) 19,6

(5) 4,2 (6) 27 erg (7) 72

(8) 20,58 joule

(9) 34,3 joule

(10) 4900 joule 6 secondes 4774,56 joule

(11) 4,9 joule 2,6 kg

(12) 14112 joule (13) 5 m/sec

(14) 4 joule 0,9 joule (15) 140 cm/sec

(16) 13,5975 joule

Réponses des exercices (4 - 4)

(1) 31 dyne.cm/sec (2) 5 kg.p

(3) 36 kg.p (4) 126 ch

(5) 126 km/h (6) 30 km/h

(7) 54 km/h (8) 187,5 ch

(9) m = 900 kg.p power 150 ch

(10) puissance = 400 ch

(11) 43,2 m/sec (12) 12 km/h

(13) 80 ch

(14) 80 ch $\frac{432}{7}$ km/h

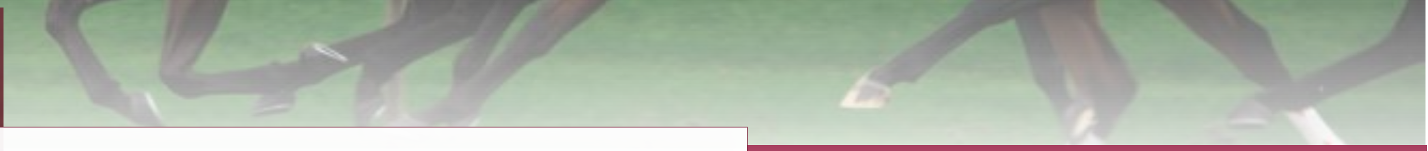
(15) 270 ch

(16) (a) 39 joule (b) 13 watt

(c) 19 watt

(17) (a) 1122 joule (b) 374 watt

(c) puissance = 647 watt



18 a $18t\,\vec{i} + 6\,\vec{j}$
b $54t^3 + 12t$ c 240 watt

19 a 135 ch b 2250 kg.p. m
c 180 horses

20 400 joule

21 a $\vec{F} = -6\,(\cos 2t, \sin 2t)$
b $\frac{9}{2} - 3\,(\cos 2t + \sin 2t)$
c $-6\,(\cos 2t - \sin 2t)$

Réponses des exercices généraux

Unité 4

1 57600 erg
2 m = 18 g.p m = 840 g t = 6 sec
3 90 ch
4 V = 7m/s 13720 joule 36400 kg.p
5 w = -1,96 joule
6 $\|\vec{i} + 23\,\vec{j}$ 180 joule puissance =
120 watt
7 2 ch 8 5292 joule
9 14,7 joule 24,99 joule
10 $c = \frac{1}{4}$ m/sec^2 $V = \frac{200}{13}$ m/sec
11 1er: $\frac{100}{3}$ch
2ème: $c = \frac{49}{200}$ m/sec^2
12 102,4 ch
13 a 10 joule b 2,4 joule
14 V = 10m/sec 48 joule
15 150 ch
661500 joule

Épreuve 1

Question 1

1 d 2 b 3 b 4 c
5 b 6 b

Question 2

1 175,4 newtons.m 2 $p\sin(\theta + L)$

Question 3

1 $25\,\vec{e}$ de distance 45cm de A
2 50 newtons 600 newtons.cm

Question 4

1 $x_1 = 5\sqrt{3}$ $x^2 = 5$ $\theta = 12{,}8^\circ$
2 $(\frac{35}{6}, \frac{5}{2}\sqrt{3})$

Question 5

1 -500 250 zero
2 $(\frac{407}{72}, \frac{245}{8})$

Épreuve 2

Question 1

1 a 2 a 3 b 4 b
5 b 6 b

Question 2

1 $7\vec{i} + 8\,\vec{j} - 9\vec{k}$ $\frac{\sqrt{194}}{\sqrt{35}}$

Question 3

1 9cm 2 $46\sqrt{2}$ kg.p

Question 4

2 B C est incliné d'un angle de tangent $\frac{4}{5}$ sur le horizontal

Question 5

1 1er: $\frac{65}{7}$ $\frac{10\sqrt{3}}{7}$
2^{éme}: $\frac{15}{20}$ $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

Épreuve 3

Question 1

1 75 2 350 newtons. cm
3 ± 4 (1, -2) 4 3000 newtons .cm
5 centre de la sphère
6 le paint d'intersection des médianes

Question 2

1 20,61° 2 6392,3

Question 3

1 70cm O = 2 newtons
2 $35\sqrt{3}$ newtons.cm

Question 4

① $r_b = \frac{1}{2}$ p $r_a = \frac{3}{4}$ p $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ p

Question 5

② le centre de gravité est $(\frac{1}{3}, \frac{1}{6})$

Épreuve 4

Question 1

① c ② b ③ b ④ d

⑤ d ⑥ a

Question 2

① il n;est pas sur le point de se mouvoir

(-30800 - 15000$\sqrt{3}$) newtons .cm

21700 newtons.cm

Question 3

① 3kgp ② 750$\sqrt{3}$ gp.cm

Question 4

① (10, 10) le centre de gravité est $(\frac{20}{3}, \frac{20}{3})$

Question 5

② $200\vec{i} + 150\vec{j}$

Épreuve 5

Question 1

① la force du frottement limite et la réaction normale

② $-11\vec{i} - 17\vec{j} + \vec{k}$

③ 13 ④ 2

⑤ **a** le vecteur de la somme des forces s'annul

b le moment de systéme s'annul par rapport à un seul point

⑥ point de suspension

Question 2

① $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ② 5,4 newtons

Question 3

① l'intensité de la force agit vers le bas est 32 kg.p 2,5

② $F_2 = 24$ $F_1 = 24$

Question 4

① 12,5 kg.p ② 55,7°

Question 5

① le centre de gravité est (8 , 0)

Épreuve 6

Question 1

① 21

② A = -1 B = 1

③ 30 kgp ④ 20 joule

⑤ 39,2 mètre ⑥ 7,35m/sec^2

Question 2

① 1800 kgp a = .49m/sec^2

② 6m/sec^2 35,6 newtons

Question 3

① 2cm/sec , X = 96 gp

② -640 joule

Question 4

① 480 gp , 300 gp

② -20,8 joule 30 joule

zéro , V = 8,44m/sec

Question 5

① V = 14m/sec

② 2,8 $\sqrt{5}$ m/sec

m_1 = 128 kg.m/sec , m_2 = 3696 kg.m/sec

Épreuve 7

Question 1

1) 64kg.m/sec   2) 24,01 joule

3) A = 20   B = 20

4) $2{,}45 m/sec^2$ 5) m = 1

6) $9{,}8 m/sec^2$

Question 2

1) 17640 joule   2) 7 wagons

Question 3

1) zéro

2) 1er: $\overrightarrow{p} = 10\sqrt{2}$ gp 2éme: S = 332,5cm

Question 4

1) la distance = 19,6 × 2 + 40,4 = 79,6 mètre

Question 5

1) 32 ch

2) 1er: 36,75 joule   2éme: 11,025 joule

3éme: $70\sqrt{30}$ cm/w

Épreuve 8

Question 1

1) K = 8 kg   2) 600 dyne

3) vers le bas , vers le haut   4) 50cm/sec

5) 7 m/sec   6) 240,1 joule

Question 2

1) 3m arrive au sol avec la vitesse maximale orthogonale le plus du travail

2) 137,2 joule , $\frac{1}{5}$ m/sec

Question 3

1) 10w . g   280cm/sec

2) 20 m/sec

Question 4

1) a 280 cm/sec   S = 100 cm

2) a 4 joule   b zero

c 20 joule   d zero

Question 5

1) 68 g.cm/sec

2) $g = 9{,}75 m/sec^2$

$a = 1{,}25 m/sec^2$

Épreuve 9

Question 1

1) A = 9   B = 7

2) 160 gp   3) m = 2000 kg.p

4) 24,5 kilowatt/h

5) 20 ch   6) $\frac{8}{15}$ ch

Question 2

1) m = 8 kg.p

X = 22 + 8 = 30 kgp

2) $280 cm/ses^2$ T= 225gp

m = 140 g

descend r_1 = 200gp

monte r_2 = 180 gp

Question 3

1) 1er: 14m/sec   2éme: $\frac{21}{10}$ kg.m/sec

2) V = 14m/sec

Question 4

1) $V = \frac{21}{5}$ m/sec   m = 4,2 newtons

t = 5 seconde

2) $c = 1{,}4 m/sec^2$ K = 70kg

Question 5

1) V = 27km/h

2) le travail total = 14,7 joule

V = 3,35m/sec

Épreuve 10

Question 1

1. $50\sqrt{3}$ kg.p
2. 3 m/s
3. V = 280cm/sec
4. 3600 joule
5. 4 ch
6. -120000g.cm/sec

Question 2

1. 1er: B = 3 A = 1

   2éme: 960 joule
2. c = $70 cm/sec^2$, la distance verticale = 35cm

Question 3

1. 39km/h
2.

Question 4

1. 5,6m/sec , m = 4600kgp
2. 12,25m/sec

Question 5

1. a) c = $7 cm/sec^2$

   b) $\frac{57}{340}$
2. K = 20kg , R = 16 kgp